INSTITUTUL POLITEHNIC „TRAIAN VUIA" TIMIȘOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICA

AVRAM HELER

ELECTROTEHNICĂ
ȘI
MAȘINI ELECTRICE

vol. I

(PENTRU UZUL STUDENȚILOR)

-1981-

Prefață

Cursul de Electrotehnică și mașini electrice constituie una dintre disciplinele de cultură generală tehnică ce se predau la secțiile de ingineri, cursuri de zi, facultatea de Mecanică-Timișoara.

Creșterea complexității părții electrice a diferitelor mașini-unelte și utilaje, introducerea proceselor tehnologice automatizate cu un număr mare de elemente electrice, face să crească interesul studenților și inginerilor mecanici pentru studiul problemelor de profil electric.

Prezentul curs se adresează studenților din anul III și IV, cursuri de ingineri, facultatea Mecanică-Timișoara, unde se predă de-a lungul a două semestre (sem.6 și 7) în cadrul a 3 ore curs pe săptămînă.

Primul volum al cursului cuprinde două părți principale.

In prima parte, intitulată „Electrotehnică" și care cuprinde 15 capitole, se prezintă: mărimi primitive și derivate, legile și teoremele principale ale teoriei macroscopice în fenomenul electromagnetic ; condensatoare electrice ; circuite magnetice și bobine electrice; energie și forțe în cîmpul electromagnetic; circuite de curent continuu; circuite mono și trifazate, în regim permanent sinusoidal, nesinusoidal și tranzitoriu ; factorul de putere și îmbunătățirea lui.

Partea a doua a volumului este intitulată: „Măsurări electrice" și tratează probleme privind măsurarea mărimilor electrice și magnetice, precum și măsurarea pe cale electrică a unor mărimi neelectrice.

Al doilea volum al cursului, extins de-a lungul a 7 capitole, tratează, în mod unitar, mașinile electrice clasice și mașini electrice speciale care au un rol important în mecanizarea și automatizarea ramurilor industriale. In ultima parte a volumului doi se prezintă unele noțiuni generale privind producerea. transportul. distribuția și utilizările energiei electrice, iar în continuare noțiuni generale privind protecția muncii în instalațiile electrice.

In cadrul cursului, sînt evidențiate realizările industriei electrotehnice din țara noastră în domeniul: aparatelor, instrumentelor electrice de măsură ; a mașinilor electrice precum și a sistemului energetic național.

Bibliografia utilizată este indicată în lista de bibliografie dată la finele volumului doi.

La prezentarea materialului cuprins în cursul de față s-a ținut seama de faptul că studenții facultății de Mecanică (cursuri de zi-ingineri) audiază și cursul de Electronică industrială și automatizări.

Un prețios și competent ajutor în definitivarea prezentei lucrări au constituit observațiile și sugestiile date de colegii: prof.dr.ing.N.Bogoevici, conf.dr.ing.D.Daba și șef lucr. dr.ing.I.Vetreș, cărora autorul le mulțumește și pe această cale.

Apariţia, în condiţii tehnice cît mai bune a prezentului curs, constituie meritul tovarăşelor M.Panaitescu, M.Balog (dactilografiere) şi R.Ponoran (desene şi completarea relaţiilor matematice), fapt pentru care autorul le aduce calde mulţumiri.

Cu atenţie şi recunoştinţă vor fi primite de autor toate sugestiile şi propunerile de dezvoltare sau completare a lucrării, conducînd la sporirea eficienţei şi utilităţii acesteia în pregătirea viitorilor ingineri mecanici.

30 iunie 1981.

Autorul,

CUPRINS

Partea I. E L E C T R O T E H N I C A

pag.

1. INTRODUCERE 1
1.1. Conceptul de cîmp electromagnetic în teoria macroscopică..... 1
1.2. Regimurile fenomenelor electromagnetice 3
1.3. Mărimi electrice şi magnetice 3

2. MARIMILE PRIMITIVE ALE TEORIEI MACROSCOPICE..... 4
2.1. Sarcină electrică şi intensitate de cîmp electric.. 4
2.2. Momentul electric 6
2.3. Inducţia magnetică..... 7
2.4. Intensitatea curentului electric de conducţie..... 7
2.5. Momentul magnetic..... 9

3. MARIMI DERIVATE ALE TEORIEI MACROSCOPICE..... 10
3.1. Densităţile de sarcină electrică..... 10
3.2. Inducţia electrică..... 10
3.3. Polarizaţie electrică..... 10
3.4. Tensiune electrică..... 11
3.5. Flux electric..... 11
3.6. Densitatea curentului electric de conducţie..... 13
3.7. Intensitatea cîmpului magnetic..... 14
3.8. Tensiunea magnetică..... 15
3.9. Flux magnetic..... 15
3.10. Magnetizaţie..... 16
3.11. Intensitatea cîmpului electric imprimat..... 16

4. LEGI SI TEOREME ALE TEORIEI MACROSCOPICE..... 16
4.1. Legi de material 17
4.1.1. Legea polarizaţiei temporare..... 18
4.1.2. Legea magnetizaţiei temporare..... 18
4.1.3. Legea conducţiei electrice..... 18
4.2. Legile generale ale teoriei macroscopice în fenomenul electromagnetic..... 18
4.2.1. Legea legăturii dintre $\underline{D}$,$\underline{E}$ şi $\underline{P}$..... 21
4.2.2. Legea legăturii dintre $\underline{B}$,$\underline{H}$ şi $\underline{M}$..... 21
4.2.3. Legea conservării sarcinii electrice..... 21
4.2.4. Legea fluxului electric..... 22
4.2.5. Legea fluxului magnetic..... 23
4.2.6. Legea inducţiei electromagnetice..... 25
4.2.7. Legea circuitului magnetic..... 26
4.2.8. Legea transformărilor energetice în conductoarele aflate în stare electrocinetică..... 29

5. CONDENSATOARE ELECTRICE..... 31
5.1. Dielectrici..... 38
5.2. Condensatorul electric..... 38
5.3. Capacitatea electrică a condensatorului..... 38
5.4. Exemple de calcul a capacităţii unor condensatoare. 39
5.5. Gruparea condensatoarelor(conexiuni de condensatoare) 40
5.6. Clasificarea condensatoarelor electrice..... 41
5.7. Verificarea stării condensatoarelor..... 43
5.8. Condensatoare electrice indigene..... 44

6. CIRCUITE MAGNETICE SI BOBINE ELECTRICE..... 45
6.1. Materiale feromagnetice..... 45
6.2. Circuite magnetice şi calculul lor..... 46
6.2.1. Circuit magnetic..... 46

pag.

6.2.2. Reluctanţă magnetică..... 48
6.2.3. Teoremele lui Kirchhoff pentru circuite magnetice..... 48
6.2.4. Calculul circuitelor magnetice..... 49
6.3. Bobine electrice..... 5o
6.3.1. Flux magnetic fascicular şi flux total..... 5o
6.3.2. Inductivităţi proprii,mutuale şi de dispersie 51
6.3.3. Legarea în serie a bobinelor cuplate magnetic 53
6.3.4. Clasificarea bobinelor electrice 53
6.4. Exemple de calcul al inductivităţii bobinelor..... 54

7. ENERGIE SI FORTE IN CIMPUL ELECTROMAGNETIC..... 55
7.1. Energie electrică..... 55
7.2. Energie magnetică..... 57
7.3. Energie electromagnetică..... 58
7.4. Forţe în cîmpul electromagnetic..... 6o
7.4.1. Densitatea de volum a forţei..... 6o
7.4.2. Forţa lui Coulomb..... 61
7.4.3. Forţa lui Laplace..... 62
7.4.4. Forţa lui Lorentz..... 62
7.4.5. Teoremele forţelor generalizate..... 63
7.4.6. Forţa portantă a electromagneţilor..... 64
8. CIRCUITE DE CURENT CONTINUU..... 66
8.1. Noţiuni generale..... 66
8.2. Rezistoare electrice 67
8.2.1. Rezistenţă electrică..... 67
8.2.2. Tipuri de rezistoare electrice..... 69
8.2.3. Rezistoare indigene..... 73
8.2.4. Teoremele rezistenţelor echivalente..... 73
8.3. Surse de tensiune electrică continuă..... 77
8.3.1. Tensiune electromotoare şi tensiune la borne. 77
8.3.2. Pile electrice..... 78
8.3.3. Acumulatoare electrice..... 83
8.3.4. Gruparea surselor de tensiune electrică continuă 88
8.4. Rezolvarea (calculul)reţelelor de curent continuu liniare şi filiforme..... 91
8.4.1. Metoda teoremelor lui Kirchhoff..... 92
8.4.2. Metoda bazată pe teorema superpoziţiei..... 93
8.4.3. Metoda diferenţei de potenţial dintre noduri 94
8.4.4. Metoda bazată pe teorema generatorului de tensiune echivalent (teorema lui Thevenin).... 95
8.5. Calculul electric al liniei de curent continuu.. 97
8.6. Circuite electrice neliniare de curent continuu. 99
8.6.1. Noţiuni generale..... 99
8.6.2. Exemple de elemente neliniare..... 1o1
8.6.3. Calculul circuitelor neliniare de curent continuu..... 1o5

9. CIRCUITE ELECTRICE MONOFAZATE IN REGIM PERMANENT SINUSOIDAL 1o7
9.1. Mărimi periodice şi mărimi sinusoidale..... 1o7
9.2. Reprezentarea mărimilor sinusoidale..... 1o9
9.2.1. Reprezentarea carteziană..... 1o9
9.2.2. Reprezentarea fazorială..... 11o
9.2.3. Reprezentarea în complex..... 111
9.3. Elementele şi parametrii circuitelor monofazate în regim sinusoidal..... 113
9.3.1.Producerea unei tensiuni electromotoare sinusoidale..... 113
9.3.2. Rezistorul ideal alimentat cu tensiune sinusoidală 114
9.3.3. Bobina ideală..... 115
9.3.4. Condensatorul ideal..... 117

pag.

9.4. Caracteristicile circuitului liniar pasiv,în regim permanent sinusoidal..... 119
9.4.1. Impedanţă, rezistenţă şi reactanţă..... 119
9.4.2. Admitanţă, conductanţă şi susceptanţă..... 121
9.4.3. Puterile unui circuit electric monofazat în regim permanent sinusoidal..... 123
9.4.4. Energie activă şi reactivă..... 128
9.4.5. Impedanţe echivalente..... 128
9.5. Rezonanţa din circuitele electrice în regim permanent sinusoidal..... 138
9.5.1. Rezonanţa de tensiune..... 138
9.5.2. Rezonanţa de curent..... 139
9.6. Metode de rezolvare în complex ale circuitelor monofazate în regim sinusoidal permanent..... 141
9.6.1. Legea lui Ohm în formă complexă..... 142
9.6.2. Forma complexă a teoremelor lui Kirchhoff.. 143
9.6.3. Metoda teoremelor lui Kirchhoff..... 143
9.6.4. Metoda superpoziţiei..... 144
9.6.5. Metoda bazată pe teorema generatorului de tensiune echivalent..... 145
9.6.6. Metoda transfigurării..... 145
9.7. Linia monofazată scurtă în curent sinusoidal..... 147

1o. CIRCUITE ELECTRICE TRIFAZATE IN REGIM PERMANENT SINUSOIDAL 15o
1o.1. Sisteme trifazate simetrice de mărimi sinusoidale. 15o
1o.2 Producerea unui sistem de tensiuni trifazat simetric 154
1o.3. Conexiunea fazelor generatoarelor şi receptoarelor trifazate..... 155
1o.4. Sisteme de circuite trifazate..... 16o
1o.5. Puterile electrice din circuitele trifazate..... 163
1o.6. Calculul circuitelor trifazate alimentate cu un sistem de tensiuni trifazat simetric de succesiune directă..... 166
1o.6.1. Receptor trifazat cu fazele în conexiune stea..... 166
1o.6.2. Receptor trifazat cu fazele în conexiune triunghi..... 172
1o.7. Calculul circuitelor trifazate liniare alimentate cu un sistem de tensiuni trifazat nesimetric..... 174
1o.7.1. Descompunerea unui sistem de tensiuni trifazat nesimetric în componente simetrice.. 174
1o.7.2. Determinarea componentelor simetrice cînd se dă sistemul trifazat simetric..... 176
1o.7.3. Exprimarea puterii cu ajutorul componentelor simetrice..... 178
1o.7.4. Relaţii între componentele simetrice ale mărimilor(tensiuni,curenţi)pe linie şi faze 179
1o.7.5. Calculul circuitelor trifazate liniare,alimentate cu un sistem de tensiuni trifazat nesimetric, folosind metoda componentelor simetrice..... 18o

11. CIRCUITE ELECTRICE IN REGIM NESINUSOIDAL..... 182
11.1. Definirea regimului nesinusoidal..... 182
11.2. Noţiuni generale privind analiza armonică a funcţiilor periodice de timp..... 183
11.3. Calculul circuitelor electrice liniare,alimentate cu tensiuni nesinusoidale..... 185
11.3.1.Rezistorul ideal de rezistenţă R = ct.... 186
11.3.2.Bobina ideală de inductivitate L = ct..... 186
11.3.3.Condensatorul ideal de capacitate C= ct... 186
11.3.4.Circuite cu R,L,C în serie..... 187
11.4 Puterile din circuitele electrice liniare în regim nesinusoidal 189

pag.

11.5. Factorul de putere la circuitele liniare în regim nesinusoidal..... 19o
11.6. Proprietăţi ale sistemului de tensiuni nesinusoidale trifazat simetric 19o
11.7. Circuite electrice neliniare alimentate cu tensiuni sinusoidale..... 193
11.7.1. Noţiuni generale..... 193
11.7.2. Rezistorul neliniar..... 194
11.7.3. Condensatorul real..... 195
11.7.4. Bobina cu miez de fier..... 197
11.7.5. Ferorezonanţa..... 2o3

12. FACTORUL DE PUTERE SI IMBUNATATIREA LUI..... 2o5
12.1. Definirea factorului de putere..... 2o5
12.2. Importanţa economică a factorului de putere..... 2o7
12.3. Cauzele care determină micşorarea factorului de putere..... 2o8
12.4. Îmbunătăţirea factorului de putere..... 21o
12.5. Determinarea capacităţii condensatoarelor necesare îmbunătăţirii factorului de putere..... 212

13. CIRCUITE ELECTRICE LINIARE SI FILIFORME IN REGIM TRANZITORIU 215
13.1. Noţiuni generale..... 215
13.2. Regimul tranzitoriu de stabilire a curentului electric într-un circuit cu R şi L în serie..... 216
13.2.1. Cazul cînd u este o mărime constantă în timp..... 217
13.2.2. Cazul cînd u este o mărime sinusoidală... 219
13.3. Regimul tranzitoriu de stabilire a curentului electric într-un circuit cu R şi C conectaţi în serie 22o
13.3.1. Cazul cînd u este o mărime constantă în timp..... 221
13.3.2. Cazul cînd u este o mărime sinusoidală.. 222
13.4. Regimul tranzitoriu de stabilire a curentului electric într-un circuit cu R,L,C în serie..... 225
13.4.1. Cazul cînd u este o mărime constantă în timp..... 225
13.4.2. Cazul cînd u este o mărime sinusoidală.. 229

Partea II-a. MĂSURĂRI ELECTRICE

14. MĂSURAREA MĂRIMILOR ELECTRICE ŞI MAGNETICE..... 231
14.1. Noţiuni generale..... 231
14.1.1. Erori de măsurare..... 233
14.1.2. Caracteristici metrologice..... 235
14.2. Elemente componente comune ale instrumentelor electrice de măsură..... 236
14.3. Instrumente magnetoelectrice..... 239
14.3.1. Galvanometru de curent continuu..... 242
14.3.2. Galvanometru balistic..... 243
14.3.3. Galvanometru cu rezonanţă..... 243
14.3.4. Oscilograful cu bucle..... 244
14.3.5. Fluxmetru magnetoelectric..... 244
14.3.6. Logometre magnetoelectrice..... 245
14.4. Instrumente electrodinamice..... 246
14.4.1. Instrumente simple..... 247
14.4.2. Contorul electrodinamic..... 251
14.4.3. Logometre electrodinamice..... 252

pag.

14.5. Instrumente electromagnetice..... 254
14.5.1. Instrumente electromagnetice cu bobină plată..... 254
14.5.2. Instrumente electromagnetice cu bobină cilindrică..... 255
14.5.3. Logometre electromagnetice..... 256
14.5.4. Faradmetru electromagnetic..... 256
14.5.5. Frecvenţmetru cu lame vibrante..... 257
14.6. Instrumente cu inducţie..... 257
14.6.1. Contorul cu inducţie..... 26o
14.7. Instrumente termice..... 261
14.8. Instrumente electrostatice 263
14.9. Instrumente electronice..... 264
14.1o. Instrumente înregistratoare..... 265
14.11. Măsurarea intensităţii curentului electric de conducţie..... 266
14.11.1. Metode directe..... 266
14.11.2. Metode indirecte..... 269
14.12. Măsurarea tensiunii electrice..... 272
14.12.1. Metode directe..... 272
14.12.2. Metode de compensaţie..... 274
14.13. Măsurarea rezistenţelor electrice..... 277
14.13.1. Metoda ampermetrului şi voltmetrului.... 278
14.13.2. Metoda voltmetrului şi rezistenţei etalon 279
14.13.3. Metoda voltmetrului..... 281
14.13.4. Metoda ohmmetrului..... 281
14.13.5. Metoda punţii..... 284
14.13.6. Măsurarea rezistenţelor electrice mari.. 287
14.13.7. Măsurarea rezistenţei electrice a prizei de pământ..... 289
14.13.8. Localizarea defectelor în cablurile electrice..... 29o
14.14. Măsurarea capacităţii condensatoarelor electrice. 293
14.15. Măsurarea inductivităţii bobinelor electrice..... 3oo
14.15.1. Măsurarea inductivităţii proprii..... 3o1
14.15.2. Măsurarea inductivităţilor reciproce.... 3o3
14.16. Măsurarea puterilor electrice..... 3o5
14.16.1. Măsurarea puterii în circuitele de curent continuu..... 3o5
14.16.2. Măsurarea puterii active din circuitele monofazate în regim sinusoidal..... 3o9
14.16.3. Măsurarea puterii reactive din circuitele monofazate în regim sinusoidal..... 312
14.16.4. Măsurarea puterii active în circuitele trifazate..... 315
14.16.5. Măsurarea puterii reactive în circuitele trifazate..... 319
14.17. Măsurarea energiei electrice..... 321
14.17.1. Măsurarea energiei electrice în circuite de curent continuu..... 322
14.17.2. Măsurarea energiei active..... 322
14.17.3. Măsurarea energiei reactive..... 324
14.18. Măsurarea factorului de putere 325
14.18.1. Măsurarea factorului de putere în circuitele monofazate..... 325
14.18.2. Măsurarea factorului de putere în circuitele trifazate..... 327
14.19. Măsurarea frecvenţei mărimilor electrice sinusoidale 329
14.2o. Măsurări magnetice..... 33o
14.2o.1. Măsurarea inducţiei magnetice..... 33o
14.2o.2. Determinarea intensităţii cîmpului magnetic H..... 333
14.2o.3. Determinarea curbei de magnetizare..... 333

pag

14.2o.4. Determinarea ciclului de histerezis..... 335
14.2o.5. Determinarea pierderilor în fier..... 336

15.MĂSURAREA MARIMILOR NEELECTRICE PE CALE ELECTRICA..... 339
15.1. Traductoare electrice..... 339
15.2. Clasificarea traductoarelor electrice..... 340
15.3. Traductoare parametrice..... 341
15.3.1. Traductoare parametrice rezistive..... 341
15.3.2. Traductoare parametrice inductive..... 346
15.3.3. Traductoare capacitive..... 349
15.4. Traductoare generatoare..... 351
15.4.1. Traductoare generatoare cu cîmp electric imprimat..... 351
15.4.2. Traductoare generatoare cu cîmp electric indus..... 353

CAPITOLUL I

INTRODUCERE

Electrotehnica se ocupă cu studiul fenomenelor electrice şi magnetice şi a aplicaţiilor lor în tehnică, fenomene care stau la baza producerii, transportului şi utilizării energiei electromagnetice (în limbajul tehnic - energie electrică).

Energia electromagnetică reprezintă forma cea mai utilizată în diferite domenii ale economiei naţionale şi în viaţa de toate zilele. Această formă de energie prezintă unele proprietăţi deosebite, cum sînt:

- se poate transforma uşor, în condiţii economice avantajoase, în alte forme de energie: mecanică, calorică, chimică, luminoasă etc.;
- poate fi transportată la mari distanţe în bune condiţii economice, prin intermediul cîmpului electromagnetic;
- poate fi divizată şi utilizată de un număr mare de consumatori, cu puteri diferite, prin intermediul circuitelor electrice;
- se obţine în centralele electrice, prin utilizarea în condiţii economice avantajoase a combustibililor inferiori (termocentrale) şi a căderilor de apă (hidrocentrale).

Energia electromagnetică prezintă dezavantajul că nu poate fi înmagazinată în cantităţi mari şi nici conservată timp îndelungat, drept urmare ea trebuie produsă şi transmisă în momentul cînd este solicitată de consumatori.

Politica marxist-leninistă a Partidului Comunist Român, bazată pe o profundă cunoaştere a realităţii, a avut permanent în atenţie necesitatea asigurării surselor de energie pentru progresul economico-social accelerat al ţării noastre. In acest sens, Congresul al XII-lea al P.C.R. a aprobat „Programul-directivă de cercetare şi dezvoltare în domeniul energiei pe perioada 1981-199o şi orientările principale pînă în anul 2ooo " program ce porneşte de la necesitatea ca în viitorul deceniu România să devină independentă din punct de vedere al combustibilului şi energiei.

In vederea asigurării unei producţii de energie electrică de (88-9o) miliarde kwh în 1985 şi (1o5-11o)miliarde kwh în 199o, puterea instalată va spori în continuare, ajungînd la cca.2o mii de MW în 1985 şi peste 28 mii MW în 199o. Se vor construi noi termocentrale pe bază de cărbuni şi şisturi bituminoase , noi hidrocentrale pe Dunăre şi rîurile interioare, se va extinde utilizarea microhidrocentralelor. Va intra în funcţiune (pînă în 1985) prima centrală atomoelectrică cu 66o MW. Se va trece la utilizarea în mai mare măsură a energiei soarelui, vîntului, biomasei, biogazului şi a altor surse de energie.

1.1. Conceptul de cîmp electromagnetic în teoria macroscopică

Studiul fenomenelor electrice şi magnetice este mult mai dificil decît studiul altor fenomene fizice (mecanice, calorice etc..) deoarece aceste fenomene nu sînt accesibile direct simţurilor noastre, noi putîndu-le identifica numai **indirect, prin intermediul** unor efecte secundare, de natură mecanică, termică, chimică, etc. Studiul acestor fenomene se face în principal prin intermediul forţelor şi momentelor statice, adică al acţiunilor ponderomotoare, mecanice, care se exercită asupra corpurilor cînd acestea se găsesc în regiunile spaţiului în care există stări electrice şi

magnetice.

In decursul timpului s-au făcut, de către omenii de ştiinţă, încercări de a studia, explica şi interpreta, atît calitativ cît şi cantitativ stările şi fenomenele de natură electrică şi magnetică. Aceste încercări s-au constituit sub forma unor teorii, din ce în ce mai avansate. Fazele cele mai importante prin care au trecut (din punct de vedere istoric) aceste teorii, sînt:

1.1.1. Teoria acţiunii la distanţă, în cadrul căreia s-a considerat că acţiunile ponderomotoare se transmit instantaneu prin spaţiu, la orice distanţă, adică acestea nu au nevoie de un timp de propagare, respectiv viteza de propagare a acestor acţiuni este considerată infinită. Această teorie prezintă interes numai din punct de vedere istoric, ea fiind înlocuită la timpul său cu teoria acţiunii din aproape în aproape.

1.1.2. Teoria acţiunii din aproape în aproape (teoria acţiunii prin contiguitate) conform căreia, acţiunile ponderomotoare electrice şi magnetice se transmit din aproape în aproape prin spaţiu şi în timp, cu o viteză foarte mare dar finită, avînd ca suport material cîmpul electromagnetic. Această teorie, fundamentată de renumiţii oameni de ştiinţă M.Faraday, I.C.Maxwell şi H. Hertz, face abstracţie de structura microscopică specifică a sistemelor fizice studiate, aproximînd corpurile ca fiind medii continui. Din acest motiv această teorie se mai numeşte şi teoria macroscopică clasică. In literatura de specialitate, teoria macroscopică mai este întîlnită sub denumirea de teoria lui Maxwell, cînd ea se referă la corpurile în repaus faţă de sistemul de rsferinţă ales, respectiv teoria lui Maxwell-Hertz, cînd se aplică corpurilor mobile. Teoria microscopică clasică a electromagnetismului are un caracter fenomenologic, întrucît explică stările şi fenomenele electrice respectiv magnetice la scara simţurilor noastre.

1.1.3 Teoria microscopică clasică (teoria electronilor), a cărei baze au fost puse de Lorentz, păstrează conceptul de cîmp, dar în acelaşi timp admite şi o structură discontinuă a corpurilor, recunoscîndu-se şi caracterul discontinuu al sarcinii electrice. Electronului i se atribuie cuanta elementară de sarcină electrică negativă, $q = -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ coulombi.

1.1.4. Teoria relativităţii restrînse (electrodinamica relativistă) se bazează pe legile mecanicii relativiste, cînd unele mărimi ca lungime, masă, timp, sînt „relative" şi nu absolute. Legile acestei teorii sînt valabile în raport cu orice sistem de referinţă inerţial.

1.1.5. Teoria cuantică (electrodinamica cuantică), în cadrul căreia pentru a explica fenomenele legate de schimbul de energie şi impuls, schimb ce are loc între microparticulele care constituie corpurile materiale, cînd acest schimb se face în cantităţi extrem de mici (cuante de energie), se folosesc conceptele fundamentale ale fizicii cuantice.

In stadiul actual al tehnicii industriale, cunoştinţele date de teoria clasică macroscopică şi completate cu unele din teoria microscopică, sînt suficiente pentru a interpreta şi înţelege fenomenele electrice şi magnetice, precum şi aplicaţiile lor tehnice.

Experimental se constată că pot exista anumite stări fizice statice specifice ale corpurilor, stări în care acestea manifestă proprietăţi noi, proprietăţi a căror caracterizare parametrică şi termică se dovedeşte a fi insuficientă. Ca aceste proprietăţi să poată fi descrise cantitativ şi deci pentru caracterizarea stărilor ce le corespund, este necesar să fie introduse mărimi de stare calitativ noi, mărimi ce sînt ireductibile la cele mecanice şi termice. Aceste mărimi se numesc mărimi electrice, respectiv magnetice.

Experienţa mai arată că între corpurile ce se găsesc în asemenea stări (caracterizate prin mărimi electrice şi magnetice) se exercită acţiuni ponderomotoare ce se transmit prin spaţiu şi în

timp, de o altă natură decît interacţiunile mecanice ce apar numai la contactul direct al corpurilor. Aceste interacţiuni se numesc electromagnetice şi au ca suport material cîmpul electromagnetic, cu cele două aspecte ale sale : cîmpul electric şi cîmpul magnetic.

Cîmpul electromagnetic este o formă obiectivă de existenţă a materiei în mişcare, distinctă de substanţa corpurilor şi ireductibilă la aceasta. El poate exista în mediile corporale cît şi în spaţiul vid (lipsit de substanţă). Existenţa sa locală poate fi pusă în evidenţă prin intermediul forţelor şi momentelor pe care le exercită asupra unor mici corpuri electrizate sau magnetizate. Cîmpul electromagnetic este determinat de stările de electrizare şi magnetizare variabile ale corpurilor. El este şi suportul energiei electromagnetice, energie ce are însuşirea de a se propaga la distanţă, în timp, prin spaţiul unde există cîmp electromagnetic.

1.2. Regimurile fenomenelor electromagnetice

Mărimile ce intervin în studiul fenomenelor electromagnetice sînt în general variabile atît în spaţiu cît şi în timp. După modul cum aceste mărimi variază în raport cu timpul, fenomenele electromagnetice se pot desfăşura, în general, într-unul din următoarele regimuri:

1.2.1. Regimul static, care se caracterizează: prin particularitatea că toate mărimile de stare sînt invariabile în timp, adică derivatele lor în raport cu timpul sînt nule; prin lipsa posibilităţii de transformare a energiei electrice sau magnetice în alte forme de energie; prin poziţia de repaus a corpurilor electrizate sau magnetizate faţă de un sistem de referinţă. Este unicul regim în care fenomenele electric şi magnetic se produc independent şi se pot studia separat (electrostatica, respectiv magnestostatica).

1.2.2. Regimul staţionar, în care : toate mărimile fizice de stare sînt constante în timp; corpurile electrizate sau magnetizate sînt în repaus faţă de un sistem de referinţă; există posibilitatea unor transformări de energie electrică şi magnetică în alte forme de energie. Se cunosc două aspecte interdependente ale cîmpului electromagnetic în regim staţionar: cîmpul electric staţionar (electrocinetic) şi cîmpul magnetic staţionar.

1.2.3. Regimul cvasistaţionar, caracterizat printr-o variaţie în timp a mărimilor electrice şi magnetice, suficient de lentă pentru a putea neglija derivatele în raport cu timpul a unora dintre aceste mărimi. Circuitele electrice în curent alternativ sinusoidal de frecvenţă joasă şi medie se pot considera că funcţionează în regim cvasistaţionar.

1.2.4. Regimul nestaţionar (variabil), care corespunde cazului cel mai general de variaţie în timp a mărimilor electrice şi magnetice, cînd derivatele acestor mărimi în raport cu timpul nu se pot neglija în nici un punct din cîmpul electromagnetic. Un exemplu îl constituie circuitele electrice de înaltă frecvenţă.

1.3. Mărimi electrice şi magnetice

Stările şi fenomenele fizice care înglobează şi fenomenele electrice şi magnetice, se caracterizează şi se studiază cu ajutorul mărimilor fizice. O mărime fizică caracterizează o proprietate a unei stări sau fenomen fizic.

Relaţiile dintre mărimile fizice se deosebesc de relaţiile dintre mărimile matematice prin aceea că se referă atît la valorile numerice cît şi la dimensiunea unităţilor folosite.

Valoarea unei mărimi fizice este complet determinată cînd se cunoaşte unitatea folosită, procedeul experimental de măsurare şi rezultatul măsurării. In cele ce urmează se foloseşte sistemul MKSA (raţionalizat), care constitue partea pentru electromagnetism

din sistemul de unităţi internaţional SI, care este obligatoriu şi în R.S.România.

Mărimile fizice de stare (electrice şi magnetice)pot fi mărimi scalare, vectoriale sau tensoriale. După felul cum aceste mărimi se introduc într-o anumită teorie, ele se împart în două categorii:

a) Mărimi derivate, care se pot defini cu ajutorul altor mărimi presupuse cunoscute;

b) Mărimi primitive, care se introduc direct pe cale experimentală, indicînd în concret unitatea de măsură şi procedeul de măsurare.

Orice teorie are numărul mărimilor primitive dat, alegerea lor este însă relativă.

In teoria macroscopică a fenomenelor electromagnetice este nevoie de şase mărimi primitive,pe lîngă mărimile primitive specifice altor domenii, ca : lungime, masă, timp, temperatură,etc.. Dintre aceste mărimi, patru caracterizează starea electromagnetică a corpurilor. Acestea sînt: q - sarcina electrică; $\bar{p}$ - momentul electric; i - intensitatea curentului electric de conducţie; $\bar{m}$ - momentul magnetic. Celelalte două: $\bar{E}$ - intensitatea cîmpului electric şi $\bar{B}$- inducţia magnetică caracterizează macroscopic starea locală(punctuală) a cîmpului electromagnetic.

In afară de mărimile primitive menţionate mai sus, în teoria macroscopică a fenomenelor electromagnetice se folosesc şi mărimi derivate, dintre care menţionăm : ρ , ρ_s şi ρ_l - densitatea de volum, suprafaţă,respectiv de linie, a sarcinii electrice ; $\bar{H}$ - intensitatea cîmpului magnetic; u - tensiunea electrică , ψ_E - fluxul electric; ϕ - fluxul magnetic; $\bar{D}$- inducţia electrică; u_m - tensiunea magnetică; C - capacitatea electrică; R - rezistenţa electrică ; L - inductivitatea electrică; $\bar{P}$ - polarizaţia electrică; $\bar{M}$ - magnetizaţia (polarizaţia magnetică);etc...

C A P I T O L U L II.

MARIMILE PRIMITIVE ALE TEORIEI MACROSCOPICE

2.1. Sarcină electrică şi intensitate de cîmp electric

Experienţe simple cunoscute de la„disciplina de fizică" pun în evidenţă aşa numita stare de electrizare a corpurilor şi manifestările mecanice ale acesteia. Astfel,dacă se freacă o vergea de sticlă sau răşină cu o bucată de postav şi apoi se separă cele două corpuri frecate, se constată experimental că între ele, precum şi asupra altor corpuri din apropiere, se exercită anumite acţiuni ponderomotoare (forţe şi cupluri electrice). Cele două corpuri s-au electrizat. Exercitarea forţelor şi a cuplurilor electrice este efectul apariţiei în jurul corpurilor electrizate a unui sistem fizic distinct de ele, numit cîmp electric.

Se constată experimental că şi alte corpuri pot fi aduse în stare de electrizare prin frecare, ba mai mult, că această stare a corpurilor se poate obţine şi prin alte mijloace: atingerea de corpuri electrizate (contact conductiv denumit şi galvanic) ; aducerea unui conductor într-un cîmp electric exterior (influenţa electrostatică); acţiuni electrochimice (pila electrice); iradiere cu lumină (efect fotoelectric);încălzirea conductoarelor (emisiune termoionică);deformarea mecanică a unor cristale;etc.

Corpurile, în funcţie de timpul în care se transmite starea de electrizare prin contact conductiv (galvanic),se împart

în trei categorii :

- conductoare, la care acest timp este foarte mic(10^{-11}-10^{-12}secunde);
- izolanţi sau dielectrici, care transmit această stare într-un interval de timp foarte mare (ore, zile) ;
- semiconductoare, care sînt intermediare, timpul fiind de ordinul secundelor.

Explorînd cîmpul electric cu un mic corp de probă electrizat, prin măsurarea forţei F care se exrcită asupra lui în fiecare punct din cîmp, se poate stabili relaţia experimentală:

$$\bar{F} = q\,\bar{E} \qquad (2.1)$$

Aşadar, această forţă este egală cu produsul a două mărimi:

- o mărime scalară q, care caracterizează global starea de electrizare a corpului de probă, numită sarcina electrică a corpului;
- o mărime vectorială $\bar{E}$, care caracterizează local cîmpul electric, numită intensitatea cîmpului electric.

In sistemul de unităţi de măsură SI, unitatea pentru sarcina electrică este coulombul (simbol C), iar pentru intensitatea cîmpului electric, volt pe metru (simbol V/m).

Corpul de probă folosit la explorarea cîmpului electric, este un mic corp încărcat cu sarcină electrică, care trebuie să satisfacă următoarele condiţii:

- starea lui de electrizare să fie invariabilă, ceea ce presupune o izolare perfectă a corpului de probă faţă de alte corpuri;
- starea lui de electrizare să fie astfel aleasă încît, prin introducerea sa în cîmpul electric explorat, acesta să nu se modifice sensibil (sarcina electrică a corpului de probă să fie mică);
- ca dimensiuni geometrice să fie cît mai mic, pentru ca forţa măsurată (rel.2.1) să fie pe cît posibil forţa care ar acţiona în acel punct şi nu rezultanta din regiunea cîmpului electric ocupată de corpul de probă.

Asemenea corp de probă este un corp punctiform, pe care se află o sarcină punctiformă. Forma adecvată a corpului de probă este o mică sferă metalică sau metalizată, electrizată şi suspendată printr-un fir izolant.

Sarcina electrică este o mărime algebrică şi extensivă, ceea ce înseamnă că la reunirea sau divizarea unor corpuri de probă, sarcina lor electrică se adună sau se divizează corespunzător. Prin convenţie, se numeşte **sarcină pozitivă, cea de pe sticla frecată** cu postav şi negativă cea a răşinei.

Sarcina totală a unui sistem de corpuri izolat (înconjurat de dielectrici) este constantă, apariţia sau dispariţia sarcinii electrice de un semn este întotdeauna însoţită de apariţia sau dispariţia sarcinii electrice de semn contrar. La un astfel de sistem izolat de copuri este valabilă relaţia:

$$\Sigma q = \text{constant} \qquad (2.2)$$

Corpul la care $\Sigma q = 0$, este un corp în stare neutră din punct de vedere electric. El are sarcini electrice, atît pozitive cît şi negative, dar care fiind în cantităţi egale se neutralizează. Prin sarcină electrică pozitivă, cu care este încărcat un corp, trebuie înţeles excesul de sarcină pozitivă faţă de cea negativă de pe acel corp. La electrizarea prin frecare, vergeaua de sticlă are un exces de sarcină pozitivă, iar postavul un deficit în cantitate egală cu sarcina pozitivă, sau altfel spus un exces de sarcină negativă.

Cîmpul electric produs de o distribuţie de sarcini electrice se numeşte cîmp electric coulombian, iar dacă sarcinile electrice sînt în repaus (nemişcate) şi invariabile în timp,

cîmpul este electrostatic. Intensitatea cîmpului electric coulombian se notează cu $\bar{E}_c$. Foarte sugestiv se poate reprezenta cîmpul electric prin linii de forţă sau linii de cîmp. Linia de cîmp este o linie dreaptă sau curbă, trasată astfel în cîmpul electric încît în fiecare punct al ei, vectorul intensitate de cîmp electric $\bar{E}$, îi este tangent. Totalitatea liniilor de cîmp, constitue spectrul cîmpului electric, acesta putîndu-se obţine experimental cu ajutorul pulberii de gips sau cristale de chinină.

2.2. Momentul electric

Experimental se constată existenţa unor corpuri neîncărcate electric (nu numai global, dar şi pe domenii oricît de mici din punct de vedere macroscopic) care introduse într-un cîmp electric, asupra lor se exercită acţiuni ponderomotoare, deci se află într-o stare de electrizare. Această nouă stare de electrizare se numeşte stare de polarizare electrică. O stare de polarizare se obţine la introducerea dielectricilor într-un cîmp electric exterior, dar ea va dispare odată cu anularea cîmpului electric. Asemenea polarizare se numeşte temporară. O polarizare permanentă, care se menţine în absenţa cîmpului electric exterior, poate apare ca rezultat al unor acţiuni de natură neelectrică, cum ar fi: încălzirea sau deformarea mecanică a unor cristale; solidificarea în cîmpuri electrice puternice a unor substanţe polarizabile topite etc. Corpurile polarizate permanent, denumite electreţi sînt mai rar întîlnite în tehnică, în comparaţie cu dielectricii, care se polarizează temporar.

De reţinut că un corp se găseşte în stare de electrizare atunci cînd este încărcat cu un surplus de sarcină electrică (de un anumit semn) sau este polarizat electric, respectiv cînd este în ambele situaţii.

Starea de polarizare electrică se studiază prin intermediul acţiunilor pe care un cîmp electric invariabil în timp le exercită în vid asupra unui mic corp polarizat electric. Experienţa arată că asupra unui mic corp polarizat, situat în cîmpul electric omogen în vid, de intensitate $\bar{E}_v$ (aceeaşi în fiecare punct), se exercită întotdeauna un cuplu. Generalizînd rezultatele experienţei, pentru acest cuplu $\bar{C}$, se poate scrie expresia:

$$\bar{C} = \bar{p} \times \bar{E}_v \qquad (2.3)$$

în care $\bar{p}$, este mărimea primitivă vectorială denumită moment electric, mărime fizică ce caracterizează complet şi global starea de polarizare electrică a corpului.

În studiul fenomenului de polarizare a dielectricilor, prezintă importanţă momentul electric al dipolului electric. Prin dipol electric (dublet electric) se înţelege sistemul format din două corpuri mici cu sarcini punctiforme egale şi de semne contrare, situate la o distanţă foarte mică (fig. 2.1). Distanţa ℓ dintre sarcinile $\pm q$, considerată ca vector este orientată de la sarcina negativă la cea pozitivă şi este neglijabilă faţă de distanţa $\bar{r}$ de la dipol la punctul M în care se studiază acţiunea dipolului.

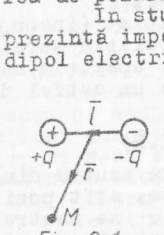


Fig. 2.1

Mărimea ce caracterizează dipolul electric este momentul său electric $\bar{p}$, definit ca produsul dintre sarcina electrică pozitivă şi distanţa ℓ, adică:

$$\bar{p} = q \cdot \bar{\ell} \qquad (2.4)$$

Unitatea de măsură a momentului electric este coulomb ori metru [C.m]

Momentul electric $\bar{p}$ se poate descompune într-o sumă de două componente, corespunzător polarizării temporare, respectiv

permanente:

$$\bar{p} = \bar{p}_t + \bar{p}_p \qquad (2.5)$$

2.3. Inducţia magnetică

Experimental se constată că există unele corpuri, cum ar fi anumite minereuri de fier (deci nu conductoare în stare electrocinetică) între care se exercită anumite interacţiuni diferite de cele prezentate pînă acum, chiar atunci cînd nu se află în mişcare. Starea fizică în care se află asemenea corpuri se numeşte stare de magnetizare, iar suportul material al interacţiunii dintre ele îl constitue cîmpul magnetic. Cîmpul magnetic este al doilea aspect (primul fiind cîmpul electric) al cîmpului electromagnetic.

Tot experienţa arată că un cîmp magnetic se mai produce: în vecinătatea corpurilor electrizate în mişcare; în jurul corpurilor conductoare în stare electrocinetică; printr-o variaţie rapidă în timp a unui cîmp electric.

Generalizînd rezultatele experimentale, se constată că un cîmp magnetic (obţinut într-un mod oarecare) exercită asupra unui mic corp de probă electrizat, încărcat cu sarcina electrică q şi care trece printr-un punct din cîmp cu viteza $\bar{V}$, o forţă $\bar{F}$, a cărei expresie este:

$$\bar{F} = q\,\bar{V} \times \bar{B} \qquad (2.6)$$

numită forţa Lorentz.

Mărimea B, este o mărime vectorială de stare, ce caracterizează complet, local (în punctul respectiv), cîmpul magnetic şi poartă denumirea de inducţie magnetică. Ea se măsoară în weber pe metru pătrat [Wb/m^2], unitate care se numeşte tesla [T]

Ca şi în cazul cîmpului electric, o reprezentare mai sugestivă a cîmpului magnetic se obţine cu ajutorul liniilor acestui cîmp, linii astfel trasate prin cîmp încît în fiecare punct al lor vectorul $\bar{B}$ să le fie tangent. Totalitatea acestor linii constitue spectrul cîmpului magnetic şi poate fi pus în evidenţă experimental cu ajutorul piliturii de oţel moale.

2.4. Intensitatea curentului electric de conducţie

Experimental se constată existenţa unei stări fizice, (în afara stării de electrizare) specifică corpurilor conductoare, în care acestea sînt supuse unor acţiuni ponderomotoare atunci cînd se află într-un cîmp electromagnetic. Această stare fizică a corpurilor conductoare se numeşte stare electrocinetică şi ea apare numai atunci cînd există un cîmp electric în interiorul acestor corpuri. Explorarea stării electrocinetice se face prin intermediul efectelor caracteristice care o însoţesc. Experienţa evidenţiază diferite tipuri de asemenea efecte, cum ar fi:

- efecte termice: corpurile conductoare în stare electrocinetică dezvoltă căldură, cu excepţia corpurilor supraconductoare;
- efecte mecanice - corpurile conductoare în stare electrocinetică şi introduse în cîmp electromagnetic sînt supuse unor forţe;
- efecte magnetice - conductoarele în stare electrocinetică crează un cîmp magnetic;
- efecte optice - emisie de lumină electrică (descărcări electrice în gaze rarefiate) sau ca urmare a încălzirii corpurilor conductoare în stare electrocinetică (bec cu filament);
- efecte chimice - starea electrocinetică, la un anumit tip de conductoare, este însoţită de procese şi transformări chimice. Asemenea conductoare se numesc de speţa a doua (de ordinul II) şi sînt reprezentate de electroliţi (conducţie ionică). Conductoarele de prima speţă, în stare electrocinetică, sînt lipsite de procese

şi transformări chimice, avînd conducţie electronică (metale, aliaje, cărbune, etc).

Starea electrocinetică a conductoarelor se poate caracteriza cantitativ prin mărimea fizică scalară, primitivă, denumită intensitatea curentului electric de conducţie, notată cu i şi avînd ca unitate amperul [A]. Această mărime este întotdeauna referitoare la o suprafaţă (secţiune) dusă prin conductor.

Experimental se constată că asupra unui element de conductor $d\bar{l}$, aflat în stare electrocinetică şi situat într-un cîmp magnetic de inducţie magnetică $\bar{B}_v$ (cîmp considerat în vid), se exercită o forţă $d\bar{F}$. Generalizînd rezultatele experienţei, expresia acestei forţe se poate scrie sub forma:

$$d\bar{F} = i\, d\bar{l} \times \bar{B} \qquad (2.7)$$

Această forţă este cunoscută în literatura de specialitate sub denumirea de forţa Laplace.

Factorul scalar i, dependent numai de starea electrocinetică a conductorului, este intensitatea curentului electric de conducţie, mărime fizică de stare ce caracterizează starea electrocinetică a conductoarelor.

Nu trebuie confundat curentul electric (ca fenomen) cu intensitatea curentului (ca mărime fizică de stare).

Curentul electric ca fenomen este determinat de particule sau corpuri încărcate electric aflate în stare de mişcare. Mişcarea (deplasarea) aceasta poate avea loc în vid sau în alte medii, ea fiind întotdeauna raportată la un anumit sistem de referinţă.

Conductoarele în stare electrocinetică caracterizîndu-se şi prin faptul că în interiorul lor cîmpul electric $\bar{E}$ este diferit de zero, sub acţiunea acestuia ($\bar{F} = q\bar{E}$), purtătorii de sarcini electrice se deplasează ordonat prin conductor. Fenomenul fizic, ce constă în mişcarea ordonată, prin medii conductoare, sub acţiunea cîmpului electric, a unui ansamblu de sarcini electrice, poartă denumirea de curent electric de conducţie.

Sub acţiunea forţei $\bar{F} = q\bar{E}$, purtătorii de sarcini electrice negative (electronii) se deplasează în sens opus lui $\bar{E}$ (căci $q<0$) iar cei cu sarcini pozitive în sensul lui $\bar{E}$ (fig. 2.2). Se consideră ca sens efectiv pozitiv (fizic) al curentului electric, cel al mişcării particulelor încărcate cu sarcini pozitive, (care este şi sensul lui $\bar{E}$), deci sensul opus deplasării electronilor.

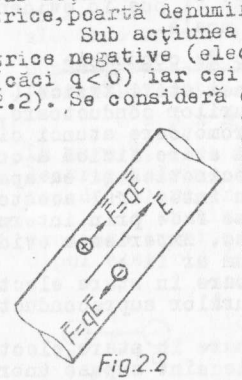


Fig.2.2

Proprietatea corpurilor, de a fi sediul unui curent electric de conducţie se numeşte conductibilitate electrică şi se caracterizează local prin constanta de material denumită conductivitate electrică. Aceasta se notează cu γ şi are ca unitate siemens pe metru [S/m]. Inversul conductivităţii se numeşte rezistivitate (rezistenţă specifică), se notează cu ρ şi se măsoară în ohmi metru [Ωm]

Intensitatea curentului electric mai poate fi definită (în general) ca fiind sarcina electrică care străbate secţiunea transversală a unui conductor în unitatea de timp, adică:

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \qquad (2.8)$$

unde, Δq este cantitatea de sarcină electrică (atît pozitivă cît şi negativă) ce străbate secţiunea conductorului într-un timp foarte scurt Δt.

Cînd prin aceeaşi secţiune a conductorului trec, la intervale de timp egale, cantităţi de sarcini egale, curentul electric de conducţie se numeşte curent continuu, iar intensitatea acestui curent se scrie, în baza rel.2.8, sub forma:

$$I = \frac{q}{t} \qquad (2.9)$$

Intensitatea curentului continuu (constantă în timp) se notează cu I, iar a celui variabil în timp, prin litera i (literă mică, cursivă).

În limbajul tehnic, în loc de intensitatea curentului electric de conducţie, se spune scurt, curent electric sau chiar numai curent.

Pe lîngă curentul electric de conducţie mai există:

- curent electric de convecţie, care constă în deplasarea ordonată a sarcinilor electrice odată cu elementele de corp de le conţin şi în raport cu sistemul de referinţă faţă de care se consideră mişcarea macroscopică a acestor elemente;
- curent electric de deplasare, determinat de viteza de variaţie a fluxului electric (vezi cap.3 par.3.5) printr-o suprafaţă, el putînd exista numai atunci cînd cîmpul electric este variabil în timp;
- curent electric amperian (denumit şi curent molecular), determinat de mişcarea pe orbite (traiectorii închise) a purtătorilor de sarcini electrice, precum şi de mişcarea de rotaţie proprie (de spin) a particulelor elementare încărcate cu sarcini electrice.

2.5. Momentul magnetic

Corpurile se găsesc în stare de magnetizare (corpuri magnetizate) atunci cînd, fiind introduse într-un cîmp magnetic, asupra lor se exercită acţiuni ponderomotoare determinate de acest cîmp. Starea de magnetizare a corpurilor este caracterizată global prin mărimea fizică primitivă, vectorială, $\bar{m}$, denumită moment magnetic.

Generalizînd rezultatele experimentale se constată că un cîmp magnetic de inducţie $\bar{B}$, constantă în timp, exercită asupra unui mic corp magnetizat introdus în cîmp, un cuplu $\bar{C}$, care se poate exprima sub forma:

$$\bar{C} = \bar{m} \times \bar{B} \qquad (2.10)$$

Unitatea de măsură pentru $\bar{m}$ este amper-metru patrat [Am^2].

Starea de magnetizare a corpurilor poate fi temporară, dacă ea se menţine numai în prezenţa cîmpului magnetic în care au fost introduse, respectiv permanentă dacă ea se păstrează şi după scoaterea corpurilor din cîmpul magnetic. Corespunzător acestor două stări de magnetizare, momentul magnetic poate fi descompus în două componente:

$$\bar{m} = \bar{m}_t + \bar{m}_p \qquad (2.11)$$

Direcţia vectorului $\bar{m}$ este denumită direcţie de magnetizare, iar dreapta suport a acestuia, orientată în sensul lui $\bar{m}$ - axă de magnetizaţie.

Cuplul $\bar{C} = \bar{m} \times \bar{B}$ este nul dacă $\bar{m}$ şi $\bar{B}$ sînt paraleli, de unde rezultă că acest cuplu tinde să orienteze astfel corpul magnetizat încît, direcţia lui de magnetizare să devină paralelă cu inducţia magnetică B.

Explorarea cîmpului magnetic, caracterizat local (în fiecare punct) prin inducţia magnetică B, poate fi făcută folosind drept corp de probă o buclă punctiformă de curent, adică o mică spiră conductoare închisă, de suprafaţă $\bar{S}$ (ca vector), străbătută de curentul de conducţie avînd intensitatea I. Ca vector, $\bar{S}$ este normal la planul spirei, cu sensul pozitiv asociat conform regulei burghiului drept faţă de sensul pozitiv al curentului din spiră.

Se defineşte momentul magnetic $\bar{m}$, al spirei de probă (al buclei de curent), prin relaţia:

$$\bar{m} = I\bar{S} \qquad (2.12)$$

CAPITOLUL III

MARIMI DERIVATE ALE TEORIEI MACROSCOPICE

Aceste mărimi derivate se exprimă în funcţie de mărimile primitive şi ar putea rămîne exprimate numai în funcţie de acestea dacă acest fapt nu ar duce la unele formulări greoaie ale relaţiilor ce există între ele.

In cele ce urmează se vor prezenta numai principalele mărimi derivate din cadrul teoriei macroscopice a fenomenului electromagnetic.

3.1. Densităţile de sarcină electrică

In teoria macroscopică, în care nu se ţine seama de structura discontinuă a corpurilor, se admite că sarcina electrică a unui corp poate avea orice valoare, că ea poate fi variată oricum. Aceasta spre deosebire de teoria microscopică, în care se ţine seama de structura discontinuă a corpurilor, cînd sarcina electrică are valori absolute, care coincid cu un multiplu al cuantei de sarcină electrică elementară (sarcina electronului) egală cu $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.

Sarcina electrică poate fi repartizată în volumul sau pe suprafaţa corpurilor, precum şi pe fire foarte subţiri (corpuri filiforme). Ca urmare, caracterizarea locală a stării de electrizare a corpurilor se poate face cu ajutorul mărimilor derivate: densitatea de volum a sarcinii electrice, ρ_σ [C/m^3] ; de suprafaţă, ρ_s [C/m^2] şi de linie ρ_l [C/m] . Aceste mărimi derivate sînt definite prin relaţiile:

$$\rho_\sigma = \lim_{\Delta\sigma \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta \sigma} = \frac{dq}{d\sigma} \quad ; \quad \rho_s = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS} \quad ; \quad \rho_l = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl} \qquad (3.1)$$

în care Δq reprezintă sarcina electrică ce se află în elementul de volum $\Delta\sigma$, de suprafaţă ΔS respectiv de linie Δl.

Atunci cînd sarcinile sînt repartizate pe corpuri punctiforme, acestea se numesc sarcini electrice punctiforme, notîndu-se cu q_i.

Dacă într-un domeniu oarecare, se găseşte un sistem de corpuri încărcate cu densităţi diferite, atunci sarcina totală din acest domeniu va fi:

$$q = \int_\sigma \rho_\sigma \, d\sigma + \int_s \rho_s \, ds + \int_l \rho_l \, dl + \sum_{i=1}^{n} q_i \qquad (3.2)$$

3.2. Inducţia electrică

Caracterizarea locală a cîmpului electric în vid se face cu ajutorul intensităţii cîmpului electric în vid $\bar{E}_v$, definit de relaţia (2.1). Pentru caracterizarea locală a stării cîmpului electric din corpuri (care se polarizează electric), sînt necesare două mărimi fizice de stare, vectoriale: intensitatea cîmpului electric $\bar{E}$ şi inducţia electrică $\bar{D}$ (denumită uneori şi deplasare electrică).

Pentru puncte dintr-un cîmp electric ce are loc în medii ce nu se polarizează electric, cum ar fi vidul sau aerul, inducţia electrică se defineşte prin relaţia:

$$\bar{D}_v = \varepsilon_0 \bar{E}_v \qquad (3.3)$$

unde, ε_0 este o constantă universală, numită permitivitatea

absolută a vidului sau constanta dielectrică şi are în SI, valoarea:

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi 9 \cdot 10^9} \qquad (3.4)$$

iar unitatea, farad pe metru [F/m] . Pentru inducţia electrică unitatea de măsură, în acelaşi sistem SI, este coulomb pe metru patrat [C/m^2] .

Pentru puncte din cîmpul electric ce are loc în medii cu polarizare electrică temporară, inducţia electrică este definită prin relaţia:

$$\bar{D} = \varepsilon \bar{E} \qquad (3.5)$$

unde, ε este permitivitatea dielectrică absolută sau constanta dielectrică a materialului (mediului) dielectric, polarizat electric numai temporar (deci fără polarizare permanentă), în care există cîmpul electric de intensitate $\bar{E}$.

Raportul dintre ε şi ε_0 reprezintă permitivitatea relativă (constanta dielectrică relativă) a mediului dielectric respectiv. Se notează cu ε_r fiind fără dimensiuni.

3.3. Polarizaţia electrică

Starea locală de polarizare electrică a dielectricilor este caracterizată de o mărime vectorială, derivată, $\bar{P}$, denumită polarizaţie electrică sau simplu-polarizaţie, fiind definită ca densitatea de volum a momentelor electrice, adică:

$$\bar{P} = \lim_{\Delta\sigma \to 0} \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta \sigma} = \frac{d\bar{p}}{d\sigma} \qquad (3.6)$$

unde $\Delta \bar{p}$ este suma vectorială a momentelor electrice cuprinse în elementul de volum $\Delta\sigma$ al dielectricului. Polarizaţia $\bar{P}$ se măsoară în coulombi pe metru patrat [C/m^2] .

Corespunzător stărilor de polarizare temporară şi permanentă (vezi şi rel. 2.5), vectorul polarizaţie electrică se descompune în cele două componente:

$$\bar{P} = \bar{P}_t + \bar{P}_p \qquad (3.7)$$

unde, $\bar{P}_t$ este vectorul polarizaţie temporară, iar $\bar{P}_p$ - vectorul polarizaţie permanentă.

3.4. Tensiune electrică

In tehnică, de obicei, descrierea fenomenelor electrice nu se face cu mărimi locale, mărimi ($\bar{E}$ şi $\bar{D}$) ce caracterizează cîmpul într-un anumit punct, ci cu ajutorul unor mărimi globale, adică integrale definite în raport cu anumite domenii ca: volume, suprafeţe sau curbe.

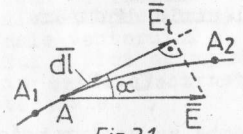


Fig.3.1

Tensiunea electrică este o mărime fizică, scalară, derivată, ce caracterizează cîmpul electric de-a lungul unei curbe, între două puncte A_1 şi A_2 (fig.3.1). Este definită ca integrala de linie a vectorului $\bar{E}$, între cele două puncte de-a lungul curbei date. Se notează cu u_{12} şi se măsoară în volţi [V] . Conform celor de mai sus , se poate scrie:

$$u_{1-2} = \int_{A_1}^{A_2} \bar{E} \cdot d\bar{l} = \int_{A_1}^{A_2} E \cos\alpha \cdot dl = \int_{A_1}^{A_2} \bar{E}_t \cdot dl \qquad (3.8)$$

Tensiunea electrică apare în numeroase expresii, cum ar fi şi cea a lucrului mecanic L_{1-2} , efectuat de forţa $\bar{F} = q\bar{E}$, la deplasarea sarcinii electrice punctiforme q, de-a lungul curbei duse prin cîmp.

Se poate scrie:

$$L_{1-2}=\int_{A_1}^{A_2}\bar{F}\cdot d\bar{l}=\int_{A_1}^{A_2}q\bar{E}\,d\bar{l}=q\int_{A_1}^{A_2}\bar{E}\cdot d\bar{l}=qu_{1-2} \qquad (3.9)$$

Din rel(3.9) rezultă : $u_{1-2}=\frac{L_{1-2}}{q}$ (3.1o)

putîndu-se defini tensiunea electrică între două puncte din cîmp, ca fiind egală cu lucru mecanic efectuat de forţele $\bar{F}=q\bar{E}$, pentru a deplasa unitatea de sarcină electrică între cele două puncte, A_1 şi A_2.

Gradul stării de electrizare locală şi instantanee a cîmpului electric se poate caracteriza şi printr-o mărime fizică scalară V, denumită potenţial electric. Valoarea potenţialului electric în regim nestaţionar se modifică atît de la un punct la altul din cîmp (variază în spaţiu) cît şi în timp. In regim electrostatic potenţialul electric (denumit potenţial electrostatic) este funcţie numai de spaţiu ,V(x,y,z), fiind constant în timp.

Valoarea absolută a potenţialului electric nu se poate calcula şi nici măsura într-un punct din cîmp, ci numai diferenţa de potenţial şi anume între potenţialul punctului respectiv şi un potenţial de referinţă . In cazul cînd potenţialul de referinţă este zero, rezultă în aparenţă potenţialul electric al punctului din cîmp, care este în realitate tot o diferenţă de potenţial (V - O). Se consideră convenţional drept potenţiale electrice de referinţă (avînd valoarea egală cu zero), potenţialul pămîntului şi cel al punctelor situate la distanţă foarte mare de corpurile electrizate, altfel spus la infinit, adică puncte din afara cîmpului electric.

Tensiunea electrică u_{1-2},(rel.3.1o), mai este denumită şi diferenţă de potenţial între punctele A_1 şi A_2 (fig.3.1), situate în cîmpul electric. Dacă V_1 şi V_2 sînt potenţialele celor două puncte, atunci se poate scrie :

$$u_{1-2}=V_1-V_2=\int_{A_1}^{A_2}\bar{E}\cdot d\bar{l} \qquad (3.11)$$

Valoarea tensiunii electrice nu depinde de curba de integrare ci numai de poziţia (coordonatele) celor două puncte.Semnul tensiunii depinde de sensul de integrare, căci $u_{1-2}=V_1-V_2$ $=-u_{2-1}=V_2-V_1$. Sensul ales arbitrar pentru dl se numeşte sens de referinţă, iar sensul de integrare căruia îi corespunde o valoare pozitivă a tensiunii electrice se numeşte sens fizic.

Dacă punctul A_2 este la infinit ($V_2=V_\infty=0$), atunci din rel(3.11) se obţine expresia potenţialului electric dintr-un punct ($A_1=A$) al cîmpului, sub forma:

$$V_1=V=\int_A^\infty\bar{E}\cdot d\bar{l} \qquad (3.12)$$

Liniile sau suprafeţele ale căror puncte au acelaşi potenţial se numesc linii, respectiv suprafeţe echipotenţiale.

Ca unitate, în sistemul SI, pentru potenţialul electric este voltul [V] , ca şi pentru tensiunea electrică.

Pentru cazul cînd drept curbă de integrare se consideră un contur închis l_i , dus într-un cîmp electrostatic, rel.(3.11) conduce la:

$$V_1-V_2=\int_{l_i}\bar{E}\cdot d\bar{l}=0 \qquad (3.13)$$

căci la efectuarea integralei se porneşte dintr-un punct,caracterizat printr-un potenţial V şi se ajunge în acelaşi punct,deci $V_1=V_2=V$.

Relaţia (3.13) poartă denumirea de teorema potenţialului

electrostatic, sub formă integrală. Ca formă diferenţială, folosind teorema lui Stokes, se obţine:

$$\int_{l_i}\bar{E}\cdot d\bar{l}=\int_S rot\,\bar{E}\cdot d\bar{s}=0\ ,\ adică\ \ rot\,\bar{E}=0 \qquad (3.14)$$

Un astfel de cîmp al cărui rotor (rotaţie) este nul în toate punctele sale se numeşte cîmp irotaţional sau cîmp potenţial. Cîmpul electrostatic este deci un cîmp potenţial şi conform teoriei cîmpului (tratată la cursul de matematici), intensitatea sa poate fi exprimată prin gradientul, cu semn schimbat, al unei funcţii scalare de spaţiu. Această funcţie, în cazul electrostaticii, este potenţialul electric V.

Potenţialul electrostatic fiind o funcţie numai de spaţiu (nu şi de timp), variaţia sa de-a lungul distanţei orientate dl, (diferenţiala potenţialului), se poate exprima cu ajutorul gradientului potenţialului sub forma ,$dV=\nabla V.dl$. Vectorul gradient (∇V), este orientat în sensul în care potenţialul are o creştere maximă pe unitatea de lungime.Pe de altă parte, considerînd punctele A_1 şi A_2 foarte aproape unul de celălalt (la distanţa dl), din rel.(3.11) trecînd la limită, se obţine diferenţiala potenţialului sub forma:

$$\Delta V=\lim_{A_2\to A_1}(V_2-V_1)=-\bar{E}\cdot d\bar{l} \qquad (3.15)$$

Se poate scrie deci $dV=\nabla V\cdot d\bar{l}=-\bar{E}\cdot d\bar{l}$, de unde rezultă:

$$\bar{E}=-\nabla V \qquad (3.16)$$

In conductoarele metalice aflate în regim electrostatic $\bar{E}=0$, căci altfel ar apărea forţe $\bar{F}=q\bar{E}$ care ar pune în mişcare electronii liberi, ar apare deci lucru mecanic şi ca urmare posibilităţi de transformări de energie, ceea ce nu e compatibil cu regimul electrostatic. Dacă $\bar{E}=0$, din rel.(3.16) rezultă că toate punctele corpurilor metalice aflate în stare electrostatică, au acelaşi potenţial (V=constant), căci numai aşa $E=-\nabla V=0$.

Drept urmare, suprafeţele acestor corpuri metalice aflate în stare electrostatică,sînt suprafeţe echipotenţiale.

Ţinînd seama de faptul că vectorul gradient (∇V), este orientat în sensul în care potenţialul V creşte, din rel.(3.15) rezultă că vectorul intensităţii cîmpului electric $\bar{E}$ este întotdeauna orientat în sensul în care potenţialul electric descreşte.

Dacă în cîmpul electrostatic deplasarea cu $d\bar{l}$ are loc pe o linie sau suprafaţă echipotenţială, între două puncte A_1 şi A_2 foarte apropiate, atunci din rel.(3.15) rezultă $dV=0=-\bar{E}\cdot d\bar{l}$, ceea ce înseamnă că vectorii $\bar{E}$ şi $d\bar{l}$ sînt ortogonali ($\bar{E}\perp d\bar{l}$). Altfel spus, liniile şi suprafeţele echipotenţiale sînt ortogonale vectorului $\bar{E}$, respectiv liniilor de cîmp electric. Liniile lui $\bar{E}$ sînt ortogonale la suprafeţele corpurilor metalice aflate în stare electrostatică, deoarece acestea sînt suprafeţe echipotenţiale.

3.5. Flux electric

Fluxul electric Ψ_E , este o mărime scalară, derivată, ce caracterizează global, în raport cu anumite suprafeţe, cîmpul electric şi se defineşte ca integrala de suprafaţă a vectorului inducţie electrică $\bar{D}$, în raport cu acea suprafaţă(fig. 3.2.), adică:

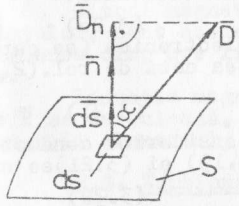


Fig. 3.2

$$\Psi_E=\int_S\bar{D}\cdot d\bar{s}=\int_S D\cdot\cos\alpha\cdot ds=\int_S D_n\cdot ds \qquad (3.17)$$

Suprafaţa de integrare poate fi o suprafaţă deschisă S(ca în fig.3.2), sau o suprafaţă închisă S_i. Fluxul electric se măsoară în coulombi [C]ca şi sarcina electrică.

3.6. Densitatea curentului electric de conducţie

Este o mărime fizică de stare, vectorială, derivată, folosită la caracterizarea locală a stării electrocinetice din conductoare şi definită astfel încît fluxul său printr-o secţiune S a conductorului să fie egal cu intensitatea curentului electric de conducţie prin acea suprafaţă. Notînd cu $\bar{J}$, densitatea curentului electric de conducţie, în baza definiţiei de mai sus, se poate scrie:

$$i = \int_S \bar{J} \cdot d\bar{s} \qquad (3.18)$$

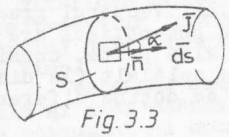


Fig. 3.3

Sensul densităţii de curent este acelaşi cu sensul în care se deplasează sarcinile electrice pozitive prin conductor sub acţiunea forţei $\bar{F} = q\bar{E}$, adică $\bar{J}$ are sensul lui $\bar{E}$. Pentru elementul de secţiune $d\bar{s}$ sensul pozitiv se stabileşte cu ajutorul regulei burghiului drept, asociindu-l cu sensul pozitiv pentru conturul închis pe care se sprijină suprafaţa deschisă S (sensul pozitiv pentru contur este stabilit în prealabil). Din rel.(3.18) se vede că pentru a obţine $i > o$, trebuie ca $\bar{J}$ şi $d\bar{s}$ să facă între ei, un unghi $\alpha < \frac{\pi}{2}$ (fig.3.3) ceea ce impune ca sensul pozitiv pentru conturul suprafeţei S să se stabilească cu regula burghiului drept, asociată sensului lui $\bar{J}$.

Dacă $\bar{J}$ şi $d\bar{s}$ sînt vectori omopolari, S-secţiunea transversală a conductorului, iar $\bar{J}$ = constant, atunci din rel.(3.18) rezultă:

$$i = J.S \text{ respectiv } J = \frac{i}{S} \qquad (3.19)$$

Cum $i = dq/dt$ (rel.2.8), rezultă că în aceste condiţii, densitatea curentului electric de conducţie poate fi definită ca fiind cantitatea de sarcină electrică ce străbate unitatea de suprafaţă în unitatea de timp. Unitatea de măsură pentru J, este amper pe metru pătrat $[A/m^2]$. Această unitate fiind prea mică, în practică se foloseşte $[A/mm^2]$.

In domeniul în care există curent electric de conducţie, se poate trasa un spectru de linii, denumite linii de curent, în aşa fel încît în fiecare punct al lor, vectorul $\bar{J}$ să le fie tangent.

Conductorul care are o secţiune transversală aşa de mică, încît intensitatea curentului electric de conducţie i să poată fi considerată uniform repartizată pe suprafaţa acesteia, ceea ce înseamnă $\bar{J}$ = ct, fiind deci valabilă rel.(3.19), se numeşte conductor filiform.

Densitatea curentului electric de conducţie se poate exprima şi în funcţie de viteza $(\bar{v})$ de mişcare ordonată a electronilor liberi, în conductorul metalic, sub acţiunea cîmpului electric $\bar{E}$. Dacă ρ_o este densitatea volumetrică a electronilor liberi din conductorul metalic, atunci sub acţiunea forţei $\bar{F} = q\bar{E}$, într-un interval de timp dt, printr-o secţiune transversală S a conductorului, va trece cantitatea de sarcină electrică:

$$dq = \rho_o S v dt \qquad (3.20)$$

rezultînd un curent electric de conducţie electronică (se deplasează electronii liberi), ce are intensitatea dată de rel.(2.7), adică:

$$i = \frac{dq}{dt} = \rho_o S v \qquad (3.21)$$

respectiv o densitate de curent electric, (considerînd conductorul ca fiind filiform), care în baza rel.(3.19) şi (3.21) se scrie

$$J = \frac{i}{S} = \rho_o V \quad \text{sau ca vector,} \quad \bar{J} = \rho_o \bar{v} \qquad (3.22)$$

Cum $\bar{v}$ este opus lui $\bar{E}$, (căci $\bar{F} = q\bar{E}$ iar $q < o$) şi $\rho_o < 0$, rezultă că $\bar{J}$ are acelaşi sens cu $\bar{E}$.

Dacă se consideră un electrolit, unde purtătorii mobili de sarcini electrice sînt ionii pozitivi şi negativi, atunci cei pozitivi (ρ_{o+}) vor trece prin secţiunea transversală în sensul lui $\bar{E}$ cu viteza $\bar{v}_+$, iar cei negativi (ρ_{o-}) în sens opus cîmpului cu viteza $\bar{v}_-$. Pentru densitatea curentului electric de convecţie, se poate scrie în acest caz:

$$\bar{J}_v = \rho_{o+} \bar{v}_+ + \rho_{o-} \bar{v}_- \qquad (3.23)$$

Se vede că ambele mişcări de ioni, dau o densitate a curentului electric de convecţie, ce are sensul lui $\bar{E}$.

3.7. Intensitatea cîmpului magnetic

Caracterizarea locală a cîmpului magnetic din interiorul corpurilor necesită două mărimi: inducţia magnetică $\bar{B}$ şi intensitatea cîmpului magnetic $\bar{H}$.

In vid, intensitatea $\bar{H}_v$ a cîmpului magnetic, este o mărime vectorială, ce caracterizează local, macroscopic, starea cîmpului electromagnetic. Ea se defineşte ca raportul dintre inducţia magnetică în vid $\bar{B}_v$ şi permeabilitatea magnetică absolută μ_o a vidului, adică:

$$\bar{H}_v = \frac{\bar{B}_v}{\mu_o} \qquad (3.24)$$

Unitatea de măsură, în sistemul SI, a intensităţii cîmpului magnetic este amper pe metru $[A/m]$, iar μ_o are valoarea, $\mu_o = 4\pi .10^{-7}$, henry pe metru $[H/m]$.

In cazul cîmpurilor magnetice ce au loc în medii izotrope şi fără o stare de magnetizare permanentă, intensitatea cîmpului magnetic, dintr-un punct, se defineşte ca raportul dintre inducţia magnetică $\bar{B}$ din acel punct şi permeabilitatea magnetică absolută μ, a mediului respectiv, adică:

$$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu} \qquad (3.25)$$

Permeabilitatea magnetică absolută μ a mediului caracterizează proprietatea acestuia de a se magnetiza. Ea are unitatea $[H/m]$ ca şi μ_o. Din punct de vedere al proprietăţilor magnetice, un mediu este liniar dacă μ = ct, independent de $\bar{H}$ şi neliniar, dacă μ depinde de $\bar{H}$.

Raportul dintre μ şi μ_o, notat cu μ_r reprezintă permeabilitatea magnetică relativă a mediului în care are loc cîmpul magnetic.

In vid şi în medii izotrope fără magnetizare permanentă (unde μ_o şi μ sînt constante), $\bar{H}$ coincide ca direcţie şi sens cu $\bar{B}$, adică $\bar{H}$ şi $\bar{B}$ sînt omopolari. Liniile inducţiei magnetice $\bar{B}$ coincid, în aceste cazuri, cu liniile intensităţii cîmpului magnetic, fiind denumite linii ale cîmpului magnetic. Totalitatea liniilor de cîmp magnetic dintr-un plan, constituie spectrul cîmpului magnetic.

Cîmpul magnetic în care $\bar{B}$ respectiv $\bar{H}$, în toate punctele cîmpului, sînt aceleaşi, reprezintă un cîmp magnetic omogen. Un asemenea cîmp are liniile de cîmp drepte paralele şi echidistante.

Inducţia magnetică $\bar{B}$ se determină experimental, cîtă vreme $\bar{H}$ se calculează, el caracterizînd cîmpul magnetic produs de curenţii electrici, care pot fi măsuraţi.

3.8. Tensiune magnetică

Tensiunea magnetică u_m este o mărime fizică scalară, derivată, fiind definită ca integrala de linie a lui $\bar{H}$, de-a lungul unei curbe, între punctele A_1 şi A_2 (fig.3.4), adică:

$$u_{m,1-2}=\int_{A_1}^{A_2}\bar{H}\cdot d\bar{l}=\int_{A_1}^{A_2}H\cdot\cos\alpha\cdot dl=\int_{A_1}^{A_2}H_t\cdot dl \qquad (3.26)$$

Este o mărime ce caracterizează global, de-a lungul curbei respective, starea cîmpului magnetic. Se măsoară în amper [A].

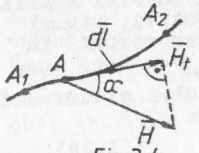


Fig.3.4

Dacă drept curbă de integrare se ia o linie de cîmp a lui $\bar{H}$, deci $\alpha = 0$, atunci $u_{m,1-2}=\int_{A_1}^{A_2}H.dl$, iar dacă această curbă reprezintă un contur închis l_i (dus în cîmp), atunci mărimea:

$$u_{mm}=\int_{l_i}\bar{H}.d\bar{l} \qquad (3.27)$$

se numeşte tensiune magnetomotoare.

3.9. Flux magnetic

Fluxul magnetic ϕ este o mărime fizică scalară ce caracterizează global cîmpul magnetic în raport cu anumite suprafeţe, închise sau deschise, trasate în cîmpul respectiv (fig.3.5). El se defineşte ca integrala de suprafaţă a vectorului inducţie magnetică $\bar{B}$, adică:

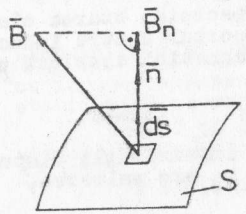


Fig. 3.5

$$\phi=\int_S\bar{B}\cdot d\bar{s}=\int_S B\cdot\cos\alpha\cdot ds=\int_S B_n\cdot ds \qquad (3.28)$$

Se măsoară în weber, simbol [Wb].

3.10. Magnetizaţie

Magnetizaţia $\bar{M}$ este o mărime fizică vectorială, derivată, ce caracterizează starea locală de magnetizare a corpurilor, stare care poate fi temporară sau permanentă. Ea se defineşte drept densitatea de volum a momentelor magnetice, adică :

$$\bar{M}=\lim_{\Delta\sigma\to 0}\frac{\Delta\bar{m}}{\Delta\sigma}=\frac{d\bar{m}}{d\sigma} \qquad (3.29)$$

unde, $\Delta\bar{m}$ reprezintă suma geometrică (vectorială) a momentelor magnetice din elementul de volum $\Delta\sigma$.

Se măsoară în amper pe metru [A/m] şi poate fi descompusă în două componente:

$$\bar{M}=\bar{M}_t+\bar{M}_p \qquad (3.30)$$

adică, o magnetizaţie temporară $\bar{M}_t$ şi una permanentă $\bar{M}_p$.

3.11. Intensitatea cîmpului electric imprimat

Experimental se constată că asupra purtătorilor liberi de sarcini electrice dintr-un conductor, aflat în anumite condiţii (neomogenităţi de natură fizico-chimică, de repartiţie a temperaturii etc...) se exercită şi forţe de natură neelectrică, pe care să le notăm cu $\bar{F}_{ne}$.

Mărimea de calcul, prin intermediul căreia aceste forţe de natură neelectrică, ce acţionează într-un punct asupra sarcinii punctiforme q, se echivalează cu o forţă de natură electrică, se numeşte intensitatea cîmpului electric imprimat $\bar{E}_i$, ea fiind definită de relaţia:

$$\bar{E}_i=\frac{\bar{F}_{ne}}{q} \qquad (3.31)$$

Se defineşte tensiune electromotoare imprimată u_{ei}, integrala de linie a lui $\bar{E}_i$, între două puncte A_1 şi A_2, adică:

$$u_{ei}=\int_{A_1}^{A_2}\bar{E}_i\cdot d\bar{l} \qquad (3.32)$$

In afara cîmpului electric imprimat se mai cunoaşte şi cîm-

pul electric solenoidal $\bar{E}_s$, obţinut prin variaţia în timp a unui cîmp magnetic şi care produce curenţi electrici variabili în timp, spre deosebire de cîmpul imprimat $\bar{E}_i$, care determină curenţi constanţi în timp.

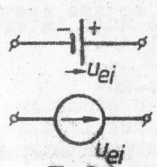


Fig.3.6

Intensitatea cîmpului electric, în sens larg, are deci trei componente:

$$\bar{E}_l=\bar{E}_c+\bar{E}_s+\bar{E}_i \qquad (3.33)$$

Cîmpul coulombian $\bar{E}_c$, împreună cu cel solenoidal $\bar{E}_s$, (denumit şi cîmp electric indus), constitue cîmpul electric $\bar{E}$, în sens restrîns, adică:

$$\bar{E}=\bar{E}_c+\bar{E}_s \qquad (3.34)$$

Porţiunile de circuit electric în care apar cîmpuri electrice imprimate şi care au, ca urmare, tensiune electromotoare imprimată u_{ei}, se numesc surse de tensiune continuă. Sursele se simbolizează, în schemele electrice, prin simbolurile reprezentate în fig.3.6.

Prin circuit electric se înţelege un ansamblu de medii conductoare prin care se pot închide liniile cîmpului de vectori $\bar{J}$.

C A P I T O L U L IV

LEGI SI TEOREME ALE TEORIEI MACROSCOPICE

Se numesc legi în fizică (deci şi în teoria cîmpului electromagnetic) relaţiile dintre mărimi, exprimate prin propoziţii sau analitic, care descriu sub forma cea mai generală, cunoştinţele despre fenomenele domeniului de cercetare respectiv. Aceste legi sînt fundamentate experimental şi nu pot fi stabilite printr-o deducţie logică. Ele se stabilesc prin generalizarea datelor experimentale.

Relaţiile dintre mărimi, care prin analiză logică se pot deduce din altele, în ultimă instanţă din legi, se numesc teoreme.

Există relaţii care la data enunţării lor au avut caracter de legi, iar ulterior au devenit teoreme, deoarece ştiinţa a progresat şi s-au descoperit legi mai generale, din care relaţiile iniţiale fie că au putut fi deduse, fie că au reprezentat forme particulare (exemplu legea lui Coulomb, devenită teoremă).

In teoria macroscopică a electromagnetismului există aşa numitele legi generale şi legi de material. Cele generale au o formă analitică unică, ceea ce arată că valabilitatea lor este, în forma dată, absolut generală, independent de regimul particular de desfăşurare a fenomenelor sau de proprietăţile specifice ale mediului. Legile de material se referă în general la o anumită proprietate sau stare a corpurilor, ele căpătînd forme analitice diferite în funcţie atît de regimul în care se defaşoară fenomenele, cît şi de modul particular în care se manifestă proprietatea analizată (liniar sau nu, izotrop sau anizotrop). O caracteristică a legilor de material o constitue faptul că ele conţin întotdeauna anumite constante de material.

Numărul legilor generale din teoria macroscopică a electromagnetismului este de opt şi anume:

- legea legăturii dintre $\bar{D},\bar{E}$ şi $\bar{P}$;
- legea legăturii dintre $\bar{B},\bar{H}$ şi $\bar{M}$;
- legea conservării sarcinii electrice;
- legea fluxului electric;
- legea fluxului magnetic;

- legea inducţiei electromagnetice;
- legea circuitului magnetic;
- legea transformării energiei în procesul de conducţie electrică.

Dintre legile de material, trei prezintă mai mult interes:
- legea polarizaţiei temporare ;
- legea magnetizaţiei temporare;
- legea conducţiei electrice.

4.1. Legi de material

4.1.1. Legea polarizaţiei temporare. Experienţa arată,că pentru o gamă largă de dielectrici izotropi, în orice moment şi în orice punct al dielectricului, polarizaţia temporară $\bar{P}_t$ este proporţională cu intensitatea cîmpului electric $\bar{E}$, în care aceştia au fost introduşi, putîndu-se scrie relaţia:

$$\bar{P}_t = \varepsilon_0 \chi_e \bar{E} \qquad (4.1)$$

denumită legea polarizaţiei temporare.

Factorul χ_e este adimensional, o constantă de material pozitivă numită susceptivitate electrică. Pentru vid şi aer, $\chi_e = 0$. Dielectricii care satisfac această lege sînt materiale liniare şi izotrope din punct de vedere electric. Materialele electrice neliniare şi izotrope se caracterizează prin faptul că χ_e depinde de intensitatea cîmpului electric $\bar{E}$, iar cele anizotrope prin aceea că susceptivitatea electrică devine un tensor ($\bar{\bar{\chi}}_e$,tensorul susceptivităţii electrice). In acest ultim caz legea polarizaţiei temporare se scrie:

$$\bar{P}_t = \varepsilon_0 \bar{\bar{\chi}}_e \bar{E} \qquad (4.2)$$

4.1.2. Legea magnetizaţiei temporare

In medii izotrope şi liniare, magnetizaţia temporară $\bar{M}_t$ este în orice moment şi orice punct proporţională cu intensitatea $\bar{H}$ a cîmpului magnetic exterior, factorul de proporţionalitate fiind χ_m, o constantă de material, adimensională, numită susceptivitate magnetică. Ca expresie analitică legea magnetizaţiei temporare se scrie:

$$\bar{M}_t = \chi_m \bar{H} \qquad (4.3)$$

Pentru materialele liniare din punct de vedere magnetic, χ_m este independentă de $\bar{H}$, fiind însă depedentă la materialele neliniare.

In cazul materialelor anizotrope din punct de vedere magnetic, legea magnetizaţiei temporare se scrie sub forma:

$$\bar{M}_t = \bar{\bar{\chi}}_m \bar{H} \qquad (4.4)$$

$\bar{\bar{\chi}}_m$ fiind tensorul susceptivităţii magnetice.

Materialele magnetizabile temporar se împart, după valorile lui χ_m în două mari categorii: materiale diamagnetice, cu $\chi_m < 0$ (cupru,mercur,aur,argint etc.) şi paramagnetice cu $\chi_m > 0$ (aluminiu, crom etc.)O clasă de materiale paramagnetice avînd χ_m foarte mare (10^{-2}-10^{-5}), şi magnetizaţie permanentă, o constitue materialele feromagnetice.

4.1.3. Legea conducţiei electrice

a. Forma locală a legii conducţiei electrice: în regim electrocinetic, densitatea curentului de conducţie $\bar{j}$ dintr-un punct al conductorului izotrop şi liniar este proporţională cu suma vectorială dintre intensitatea cîmpului electric $\bar{E}$ şi a celui imprimat $\bar{E}_i$ (din punctul respectiv) factorul de proporţionalitate fiind conductivitatea σ .Ca expresie analitică:

$$\bar{J} = \sigma(\bar{E} + \bar{E}_i) \qquad (4.5)$$

Inversul conductivităţii σ se numeşte rezistivitate electrică ρ şi se măsoară în ohmi metru [Ωm].Legea conducţiei în acest caz se scrie:

$$\bar{J} = \frac{1}{\rho}(\bar{E} + \bar{E}_i) \quad \text{sau} \quad \rho \bar{J} = (\bar{E} + \bar{E}_i) \qquad (4.6)$$

Rezistivitatea, respectiv conductivitatea electrică sînt constante de material, pozitive, depinzînd de mai mulţi parametrii fizici, cel mai important fiind temperatura,Această dependenţă se poate scrie:

$$\rho = \rho_0 \left\{1 + \alpha(\theta - \theta_0)\right\} \qquad (4.7)$$

unde ρ şi ρ_0 sînt valorile rezistivităţii la temperaturile θ şi θ_0 iar α, o constantă de material- coeficientul termic al rezistivităţii. Ca valori orientative pentru ρ: la materiale izolante (dielectrici), $\rho = (10^{15}\text{-}10^{17})\Omega$m, la cele conductoare, $\rho = (10^{-7}\text{-}10^{-8})\Omega$m, iar pentru semiconductoare, $\rho = (10^{-4}\text{-}10^{8})\Omega$m.

Un conductor perfect s-ar caracteriza prin $\rho = 0$ şi din $\rho \bar{J} = \{\bar{E} + \bar{E}_i\}$ rezultă că starea electrocinetică se poate întreţine (adică $\bar{J} \neq 0$) cu ajutorul unor cîmpuri electrice oricît de mici, practic nule. Conductoarele în stare de supraconductibilitate(metale sau aliaje la temperaturi foarte joase), se apropie de conductorul perfect.

In conductoarele ce se află în regim electrostatic densitatea de curent $\bar{J}$ este nulă, sarcinile electrice fiind în repaus. Dacă sarcinile s-ar deplasa ar apare lucru mecanic şi ca urmare, posibilităţi de transformări de energie, ceea ce este incompatibil cu definiţia regimului static. Aşadar, pentru conductoarele aflate în regim electrostatic, rel.4.6 devine:

$$\bar{E} + \bar{E}_i = 0 \qquad (4.8)$$

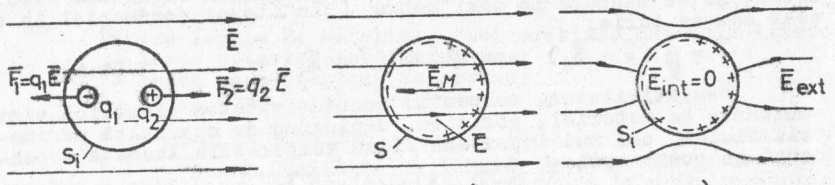
relaţie ce reprezintă condiţia de echilibru electrostatic.

La conductoarele neaccelerate şi omogene structural,mecanic, termic şi chimic, cîmpul electric imprimat este nul($\bar{E}_i = 0$) şi ca urmare legea conducţiei se scrie:

$$\bar{J} = \sigma\bar{E} \quad \text{sau} \quad \bar{E} = \rho\bar{J} \qquad (4.9)$$

fiind cunoscută şi sub denumirea de forma locală a legii lui Ohm. Intr-un astfel de caz,condiţia de echilibru electrostatic devine $\bar{E} = 0$,ceea ce denotă că în conductorul respectiv,în regim electrostatic,cîmpul electric este peste tot nul.

Prin acest rezultat se explică fenomenul de influenţă electrostatică, adică de separare a unor sarcini de semne contrare pe suprafaţa unui corp metalic iniţial neutru din punct de vedere electric, dar care a fost introdus într-un cîmp electrostatic omogen de intensitate $\bar{E}$. In figura 4.1.a este reprezentată o sferă metalică S_i, introdusă în cîmpul electrostatic omogen de intensitate $\bar{E}$. Sub acţiunea forţei $\bar{F} = q\bar{E}$, are loc o separare a sarcinilor electrice negative şi pozitive, căci $\bar{F}_1 = -\bar{F}_2$,deoarece $q_1 < 0$ iar $q_2 > 0$. Sarcinile separate, după cum se vede în fig.4.1.b, au o astfel de distribuţie încît crează un cîmp electric propriu, de intensitate $\bar{E}_M$, care caută să anuleze, în sfera metalică, cîmpul iniţial $\bar{E}$. Asupra sarcinilor separate acţionează acum forţa $\bar{F}_{1,2} = \mp q\bar{E}_M$. Separarea sarcinilor încetează cînd $\bar{E} + \bar{E}_M = 0$ (echilibru electrostatic) şi în acest fel, în interiorul sferei metalice cîmpul rezultant a devenit nul, iar în exteriorul acesteia, cîmpul iniţial s-a deformat,devenind $\bar{E}_{ext}$(fig.4.1.c).



a) b) c)

Fig.4.1

Spaţiul din interiorul sferei metalice,introdusă în cîmpul electric omogen de intensitate $\bar{E}$, este denumit spaţiu ecranat electrostatic.

b) Forma integrală a legii conducţiei electrice. Se consideră un conductor filiform în stare electrocinetică, care este şi sediul unui cîmp electric imprimat $\bar{E}_i$, deci conţine şi o sursă de tensiune electromotoare u_{ei}, fig.(4.2).Legea conducţiei electrice sub forma integrală se obţine integrînd rel. 4.6, de-a lungul unei curbe ce coincide cu axa conductorului filiform,între punctele A_1 şi A_2(fig.4.2).Se obţine:

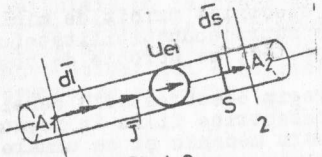


Fig.4.2

$$\int_{A_1}^{A_2} \rho \bar{J}\cdot d\bar{l} = \int_{A_1}^{A_2} \bar{E}\cdot d\bar{l} + \int_{A_1}^{A_2} \bar{E}_i \cdot d\bar{l} \qquad (4.10)$$

unde, $\int_{A_1}^{A_2} \bar{E}\cdot d\bar{l} = u_{12} = u_b$ - reprezintă tensiunea electrică în lungul conductorului,între punctele A_1 şi A_2;

$\int_{A_1}^{A_2} \bar{E}_i \cdot d\bar{l} = u_{ei} = u_e$ - reprezintă tensiunea electromotoare a sursei ce se află în porţiunea de conductor de la A_1 la A_2;

$\int_{A_1}^{A_2} \rho \bar{J}\cdot d\bar{l} = \int_{A_1}^{A_2} \rho J\, dl = \int_{A_1}^{A_2} \rho \frac{i}{S} dl = i\int_{A_1}^{A_2} \rho \frac{dl}{S} = iR$, în care s-a ţinut seama de faptul că în conductoare filiforme intensitatea i a curentului electric este uniform repartizată pe secţiunea S a acestuia,adică $i = J\,S$.

Mărimea scalară $R = \int_{A_1}^{A_2} \rho \frac{dl}{S}$,este o mărime derivată şi poartă denumirea de rezistenţa electrică a conductorului între punctele A_1 şi A_2 avînd ca unitate ohmul $[\Omega]$.

Cu acestea rel.(4.1o) devine:

$$u_b + u_e = iR \qquad (4.11)$$

ea reprezentînd forma integrală a legii conducţiei electrice,ce se poate enunţa astfel: pentru o porţiune oarecare neramificată, de circuit filiform, suma algebrică dintre tensiunea electrică de la capetele conductorului şi tensiunile electromotoare a surselor ce se găsesc în acea porţiune de circuit, este egală cu produsul dintre intensitatea curentului i din conductor şi rezistenţa electrică R a acestuia (produs numit cădere de tensiune).

De remarcat că pentru efectuarea integralelor de mai sus trebuie ţinut seama de sensurile de integrare şi de sensul lui $\bar{J}$. Astfel, relaţia (4.1o) este valabilă numai alegînd sensurile de referinţă pentru u_b şi u_e aceleaşi cu sensul lui $\bar{J}$.

Relaţia (4.11)scrisă sub forma:

$$i = \frac{u_b + u_e}{R} \qquad (4.12)$$

mai poartă şi denumirea de legea lui Ohm generalizată, forma integrală.

Legea conducţiei electrice este valabilă atît în curent continuu (regim staţionar) cît şi în regim variabil pentru medii liniare. În regim staţionar şi fără cîmp electric imprimat (u_e=0) legea conducţiei electrice sub formă integrală, pentru o porţiune de circuit, se scrie:

$$I = \frac{U_b}{R} \text{ sau } U_b = I.R \text{ sau } R = \frac{U_b}{I} \qquad (4.13)$$

şi poartă denumirea de legea lui Ohm în formă integrală.
Din legea lui Ohm ca formă integrală rezultă pentru materiale liniare din punct de vedere al conducţiei(metale) următoarele:

- definiţia rezistenţei unui conductor, care este numeric egală cu raportul dintre tensiunea electrică continuă U_b aplicată conductorului şi intensitatea I a curentului electric de conducţie care îl străbate;
- raportul între U_b şi I nu depinde de aceste mărimi,ci de natura şi dimensiunile conductorului, căci

$$R = \int_l \rho \frac{dl}{S}. \qquad (4.14)$$

Rezistenţa electrică a unui conductor metalic omogen(ρ =ct), de secţiune S constantă şi lungime l este:

$$R = \rho \frac{l}{S} \qquad (4.15)$$

Valoarea reciprocă a rezistenţei se numeşte conductanţă $G = \frac{1}{R}$ şi se măsoară în siemens,[S].

Dispozitivul construit pentru a avea o anumită rezistenţă poartă denumirea de rezistor şi reprezintă un element de circuit. În schemele electrice,rezistorul se reprezintă printr-unul din simboluri:

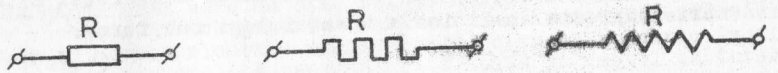


Fig.4.3

Pentru cazul cînd se consideră un conductor ce formează un contur închis şi conţine surse de tensiune, legea conducţiei sub forma integrală se scrie: $u_e = iR$, deoarece conform teoremei potenţialului,$u_b = 0$.

4.2. Legile generale ale teoriei macroscopice în fenomenul electromagnetic.

4.2.1. Legea legăturii dintre $\bar{D}$, $\bar{E}$ şi $\bar{P}$

Legătura între $\bar{D}$ (vectorul inducţie electrică) $\bar{E}$,(vectorul intensitate de cîmp electric) şi $\bar{P}$(vectorul polarizaţie electrică)este dată de relaţia:

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \bar{E} + \bar{P} \qquad (4.16)$$

care poartă denumirea de legea legăturii din $\bar{D}$,$\bar{E}$ şi $\bar{P}$.Această legătură există indiferent de regimul de desfăşurare a fenomenelor electromagnetice, în orice punct din cîmp şi la orice moment.

Pentru un mediu fără polarizare electrică permanentă($\bar{P}_p$=0) dar izotrop, în baza legii polarizaţiei temporare ($\bar{P}_t = \varepsilon_0 \chi_e \bar{E}$) se poate scrie legea de legătură, sub forma:

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \bar{E} + \bar{P} = \varepsilon_0 (1+\chi_e)\bar{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \bar{E} = \varepsilon \bar{E} \qquad (4.17)$$

în care, $\varepsilon_r = (1+\chi_e)$ este permitivitatea relativă, iar $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ cea absolută, a mediului respectiv.

4.2.2. Legea legăturii dintre $\bar{B}$,$\bar{H}$ şi $\bar{M}$

Experienţa confirmă că,atît în cazul regimului staţionar

cît şi a celui nestaţionar, în corpurile magnetizate, este valabilă relaţia:

$$\bar{B} = \mu_0(\bar{H}+\bar{M}) \qquad (4.18)$$

denumită legea legăturii dintre $\bar{B}$(vectorul inducţie magnetică), $\bar{H}$ (vectorul intensitate de cîmp magnetic) şi $\bar{M}$(vectorul magnetizaţie).Această lege este valabilă în orice punct din cîmp şi la orice moment.

Pentru corpuri fără magnetizaţie permanentă($\bar{M}_p=0$),adică $\bar{M}=\bar{M}_t$, şi izotrope, în baza legii magnetizaţiei temporare($\bar{M}_t=\chi_m\bar{H}$), relaţia de mai sus devine:

$$\bar{B}=\mu_0(\bar{H}+\bar{M})=\mu_0(1+\chi_m)\bar{H}=\mu_0\mu_r\bar{H}=\mu\bar{H} \qquad (4.19)$$

în care, $\mu_r = (1+\chi_m)$ este permeabilitatea magnetică relativă, iar $\mu=\mu_0\mu_r$ cea absolută, a mediului în care are loc cîmpul magnetic.

Pentru materiale diamagnetice $\chi_m<0$ şi foarte mică, de ordinul ($1o^{-5}\sim 1o^{-6}$), ceea ce înseamnă că $\mu_r<1$,dar foarte apropiat de unitate.Cele paramagnetice au $\chi_m>0$, de ordinul($1o^{-3}$-$1o^{-4}$) adică $\mu_r>1$, dar foarte apropiat de unitate.**Materialele feromagnetice se caracterizează prin μ_r mult mai mare decît unitatea , atingînd valori de ordinul ($1o^2\sim 1o^5$).**

4.2.3. Legea conservării sarcinii electrice

In formă integrală, legea conservării sarcinii electrice se enunţă în felul următor: intensitatea curentului electric de conducţie i,ce iese în fiecare moment prin orice suprafaţă închisă S_i(ataşată corpurilor în mişcare)este egală cu viteza de scădere a sarcinii electrice q din interiorul suprafeţei S_i.Se poate scrie expresia analitică a acestei legi sub forma:

$$i = -\frac{dq}{dt} \qquad (4.2o)$$

Semnul minus se explică prin faptul că s-a ales sensul de referinţă din interiorul spre exteriorul suprafeţei S_i.Intr-adevăr, cînd sarcina din interior scade, $dq<0$ şi cum $dt>0$,rezultă $\frac{dq}{dt}<0$ iar pentru ca i să fie o scalară pozitivă,trebuie luat $(-\frac{dq}{dt})>0$.

Prin i se înţelege suma algebrică a curenţilor care străbat suprafaţa S_i spre exterior (deci cu semnul plus cei ce ies şi cu minus care intră),iar suprafaţa S_i este mobilă odată cu corpurile, căci altfel trebuie ţinut seama şi de curentul de convecţie.

Exprimînd pe i cu ajutorul densităţii de curent,$i=\int_{S_i}\bar{J}\cdot d\bar{s}$), considerînd sarcina q din interiorul volumului închis de S_i ca fiind repartizată volumetric ($q=\int_\sigma \rho_\sigma\, d\sigma$) şi notînd cu $\bar{v}$ viteza locală a punctelor domeniului închis de S_i,legea conservării sarcinii electrice se scrie:

$$i=\int_{S_i}\bar{J}\cdot d\bar{s}=-\frac{dq}{dt}=-\frac{d}{dt}\int_\sigma \rho_\sigma\, d\sigma=-\int_\sigma\left\{\frac{\partial\rho_\sigma}{\partial t}+div(\rho_\sigma\bar{v})\right\}d\sigma \qquad (4.21)$$

sau,

$$\int_{S_i}(\bar{J}+\rho_\sigma\bar{v})\,d\bar{s}=-\int_\sigma\frac{\partial\rho_\sigma}{\partial t}\,d\sigma \qquad (4.22)$$

unde, $\rho_\sigma\bar{v}$ reprezintă densitatea curentului electric de convecţie.

Această ultimă relaţie reprezintă forma integrală a legii conservării sarcinii electrice.

Pentru domeniile în care se presupune că toate mărimile au o variaţie spaţială continuă, aplicînd membrului stîng al relaţiei (4.22) teorema Gauss-Ostrogradski, rezultă:

$$\int_{S_i}(\bar{J}+\rho_\sigma\bar{v})\,d\bar{s}=\int_\sigma div(\bar{J}+\rho_\sigma\bar{v})\,d\sigma=-\int_\sigma\frac{\partial\rho_\sigma}{\partial t}\,d\sigma \qquad (4.23)$$

respectiv

$$div(\bar{J}+\rho_\sigma\bar{v})=-\frac{\partial\rho_\sigma}{\partial t} \qquad (4.24)$$

sau

$$div\,\bar{J}=-\frac{\partial\rho_\sigma}{\partial t}-div\,\rho_\sigma\bar{v} \qquad (4.25)$$

Această ultimă relaţie, reprezintă forma diferenţială(locală) a legii conservării sarcinii electrice.

In cazul corpurilor imobile, adică $\bar{v}=0$, legea conservării sarcinii electrice,ca formă integrală,respectiv diferenţială, se scrie:

$$\int_{S_i}\bar{J}\,d\bar{s}=-\int_\sigma\frac{\partial\rho_\sigma}{\partial t}\,d\sigma \quad \text{respectiv} \quad div\,\bar{J}=-\frac{\partial\rho_\sigma}{\partial t} \qquad (4.26)$$

In regim electrocinetic (staţionar) mărimile fizice de stare sînt constante în timp (q = ct şi ρ_σ = ct), ca urmare legea conservării sarcinii electrice se scrie :

$$i=\int_{S_i}\bar{J}\cdot d\bar{s} \quad \text{respectiv} \quad div\,\bar{J}=0 \qquad (4.27)$$

relaţii cunoscute sub denumirea de teorema continuităţii liniilor de curent.

Din această teoremă rezultă că,dacă printr-o anumită zonă a suprafeţei închise S_i iese curent, printr-o altă zonă a acesteia trebuie să intre un acelaşi curent, căci numai aşa curentul total i prin S_i va fi nul. Densitatea curentului de conducţie avînd divergenţa nulă,este un cîmp solenoidal,deci liniile de cîmp (de curent)sînt obligatoriu închise,nu au început şi sfîrşit, existînd curent electric numai într-un circuit electric închis.

Tot din această teoremă mai rezultă şi faptul că intensitatea curentului de conducţie este aceeaşi în orice secţiune a unui conductor.

4.2.4. Legea fluxului electric

Ca formă integrală această lege se scrie: (4.28)

$$\psi_E=\int_{S_i}\bar{D}\cdot d\bar{s}=q$$

fiind valabilă atît în corpuri cît şi în vid.

Ea se enunţă astfel: fluxul electric prin orice suprafaţă închisă S_i dusă în cîmpul electric, este întotdeauna egal cu sarcina electrică totală q (suma algebrică a sarcinilor)localizată în interiorul acestei suprafeţe.

Dacă se consideră că sarcina q este repartizată volumetric, cu densitatea ρ_σ , atunci legea fluxului electric se poate scrie:

$$\psi_E=\int_{S_i}\bar{D}\cdot d\bar{s}=q=\int_\sigma\rho_\sigma\,d\sigma \qquad (4.29)$$

Experienţa arată că această lege este valabilă atît în regimul electrostatic,staţionar, cît şi în cel variabil în timp,oricare ar fi viteza de variaţie.

Pentru cîmpul electric în vid, unde $\bar{D}=\varepsilon_0\bar{E}_v$, legea fluxului se scrie:

$$\psi_E=\varepsilon_0\int_{S_i}\bar{E}_v\,d\bar{s}=q=\int_\sigma\rho_\sigma\,d\sigma, \text{ sau } \int_{S_i}\bar{E}_v\,d\bar{s}=\frac{q}{\varepsilon_0}=\int_\sigma\frac{\rho_\sigma}{\varepsilon_0}\,d\sigma \qquad (4.3o)$$

Această ultimă relaţie, este cunoscută sub denumirea de teorema lui Gauss, formă integrală.

Cu ajutorul teoremei Gauss-Ostrogradski (transformarea unei integrale de suprafaţă într-o integrală de volum)legea fluxului electric, respectiv teorema lui Gauss,se scriu:

$$\Psi_E = \int_{S_i} \bar{D}\cdot d\bar{s} = \int_\sigma div\,\bar{D}\cdot d\sigma = \int_\sigma \rho_\sigma\, d\sigma \qquad (4.31)$$

$$\int_{S_i} \bar{E}_V d\bar{s} = \int_\sigma div\,\bar{E}_V\cdot d\sigma = \int_\sigma \frac{\rho_\sigma}{\varepsilon_0} d\sigma \qquad (4.32)$$

de unde rezultă forma locală (diferenţială) a legii fluxului electric respectiv a teoremei lui Gauss:

$$div\,\bar{D} = \rho_\sigma \quad respectiv \quad \bar{E}_V = \frac{\rho_\sigma}{\varepsilon_0} \qquad (4.33)$$

De remarcat că legea fluxului electric conduce la următoarea concluzie: sarcina electrică q, în cazul conductoarelor omogene şi aflate în regim electrostatic, nu se poate localiza decît la suprafaţa acestora. Într-adevăr, conductoarele sînt practic nepolarizabile electric, iar condiţia de echilibru electrostatic este $\bar{E} = 0$. Luînd ca suprafaţă închisă S_i, o suprafaţă trasată în întregime în conductor şi scriind pentru ea legea fluxului electric, rezultă:

$$q = \int_{S_i} \bar{D}.d\bar{s} = \varepsilon_0 \int_{S_i} \bar{E}.d\bar{s} = 0 \text{ adică } q = 0 \qquad (4.34)$$

ca urmare sarcina nu poate fi localizată decît la suprafaţa conductoarelor.

Legea fluxului electric (mai exact teorema lui Gauss, care e o particularizare a legii) se poate folosi la calculul cîmpurilor electrice în regim electrostatic (numite şi cîmpuri coulombiene) care sînt produse de sarcini electrice cu diferite repartiţii pe corpurile electrizate şi situate în vid.

a) <u>Cîmpul electric coulombian, produs în vid de un corp încărcat cu o sarcină punctiformă</u>. Fie un corp punctiform, încărcat cu sarcina electrică punctiformă q_1, situat în vid, în centrul unei sfere imaginare de rază r şi suprafaţă $S_i = 4\pi r^2$ (fig.4.4). Vectorii $\bar{E}_V$ şi $d\bar{s}$ sînt omoparaleli. Conform teoremei lui Gauss şi ţinînd seama de faptul că datorită simetriei E_V = ct. pe suprafaţa sferei, se poate scrie:

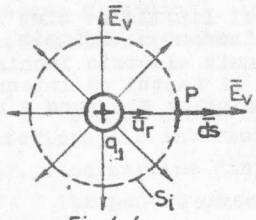


Fig.4.4

$$\int_{S_i} \bar{E}_V d\bar{s} = E_V \int_{S_i} ds = E_V S_i = E_V 4\pi r^2 = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \qquad (4.35)$$

adică, $E_V = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, iar ca vector, $\bar{E}_V = \dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\bar{u}_r$ (4.36)

unde $\bar{u}_r$ este vectorul unitar (versorul) al vectorului distanţă $\bar{r}$ de la sarcina punctiformă la punctul P în care se calculează cîmpul electrostatic $\bar{E}_V$, punct aflat pe suprafaţa sferei imaginare.

Considerînd (convenţional) drept sens pozitiv (de referinţă) pentru $d\bar{s}$, sensul din interior spre exteriorul sferei imaginare, din rel (4.35) rezultă că vectorul $\bar{E}_V$ este dirijat de la sarcina pozitivă, căci numai aşa la $q_1 > 0$, rezultă $\bar{E}_V.d\bar{s} > 0$.

In cazul mai multor sarcini punctiforme, cîmpul electrostatic produs de acestea într-un punct P (în baza principiului suprapunerii efectelor) va fi:

$$\bar{E}_V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\bar{u}_{ri} \qquad (4.37)$$

b) <u>Cîmpul electric coulombian al corpului încărcat volumetric</u>

Elementul de volum dσ, al unui corp încărcat cu sarcina q repartizată volumetric cu densitatea ρ_σ, (fig.4.5) poate fi considerat punctiform în raport cu punctul P, situat la distanţa r_σ de el şi este încărcat cu sarcina electrică $\rho_\sigma d\sigma$.

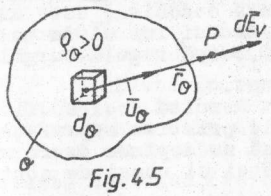


Fig.4.5

Pentru cîmpul $d\bar{E}_v$, produs în punctul P de sarcina $\rho_\sigma d\sigma$, în baza rel. (4.36) se poate scrie:

$$d\bar{E}_V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\rho_\sigma d\sigma}{r_\sigma^2}\bar{u}_\sigma \qquad (4.38)$$

şi ca urmare $\bar{E}_v$ produs de toată sarcina, se obţine printr-o integrală de volum:

$$\bar{E}_V = \int_\sigma d\bar{E}_V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\sigma \frac{\rho_\sigma d\sigma}{r_\sigma^2}\bar{u}_\sigma \qquad (4.39)$$

In mod analog se obţine intensitatea cîmpului electrostatic în vid, produs de un corp încărcat superficial cu densitatea de sarcină electrică (ρ_s), sub forma:

$$\bar{E}_V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\rho_s ds}{r_s^2}\bar{u}_s \qquad (4.40)$$

iar pentru repartiţia liniară (lineică):

$$\bar{E}_V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\ell \frac{\rho_\ell d\ell}{r_\ell^2}\cdot\bar{u}_\ell \qquad (4.41)$$

Ca urmare expresia generală a intensităţii cîmpului electric coulombian va fi:

$$\bar{E}_V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\int_\sigma \frac{\rho_\sigma d\sigma}{r_\sigma^2}\bar{u}_\sigma + \int_S \frac{\rho_s ds}{r_s^2}\bar{u}_s + \int_\ell \frac{\rho_\ell d\ell}{r_\ell^2}\bar{u}_\ell + \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i^2}\bar{u}_{ri}\right\} \qquad (4.42)$$

Ţinînd seama că în regim electrostatic $\bar{E}_v = -\nabla V$, rezultă pentru potenţialul unui punct din cîmpul electric ce are loc în vid expresia:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\int_\sigma \frac{\rho_\sigma d\sigma}{r_\sigma} + \int_S \frac{\rho_s ds}{r_s} + \int_\ell \frac{\rho_\ell d\ell}{r_\ell} + \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_i}\right\} \qquad (4.43)$$

S-a ţinut seama că gradientul lui $\frac{1}{r}$ este $(-\frac{1}{r^2})\bar{u}_r$ (4.44)

4.2.5. <u>Legea fluxului magnetic</u>

Ca formă integrală se enunţă: fluxul magnetic Φ prin orice suprafaţă închisă S_i, dusă în cîmpul magnetic de inducţie $\bar{B}$, este întotdeauna egal cu zero, adică: $\Phi = \int_{S_i} \bar{B}\cdot d\bar{s} = 0$ (4.45)

Cum $d\bar{s}$ e orientat spre exteriorul lui S_i, fluxul prin S_i poate fi zero numai dacă printr-o zonă a acestei suprafeţe intră un număr de linii ale lui B iar prin altă parte a acesteia iese un număr egal de asemenea linii. Această proprietate, valabilă în tot cîmpul magnetic, conduce la concluzia că liniile lui B sînt linii închise.

Din această lege mai rezultă: fluxul magnetic prin orice suprafaţă deschisă ce se sprijină pe un acelaşi contur închis ℓ_i este acelaşi. Fie două suprafeţe deschise S_1 şi S_2 (fig.4.6) care se sprijină pe acelaşi contur închis ℓ_i. Aceste suprafeţe formează o suprafaţă închisă $S_i = S_1 + S_2$, dusă în cîmpul magnetic de inducţie B. Pentru această suprafaţă S_i legea fluxului magnetic se scrie:

$$\int_{S_i} \bar{B}\cdot d\bar{s} = 0 = \int_{S_1} \bar{B}\cdot d\bar{s} + \int_{S_2} \bar{B}\cdot d\bar{s} = \int_{S_1} \bar{B}\cdot d\bar{s}_1 - \int_{S_2} \bar{B}\cdot d\bar{s}_2 = \Phi_1 - \Phi_2 = 0 \qquad (4.46)$$

de unde rezultă $\Phi_1 = \Phi_2$, adică fluxurile prin cele două suprafeţe S_1

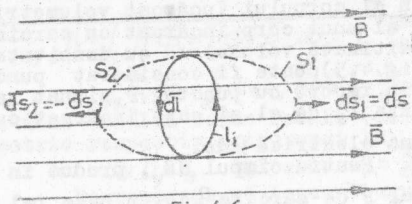


Fig.4.6

și S_2 ce se sprijină pe același contur ℓ_i sînt egale. S-a ținut seama că $\bar{ds}$ (element de suprafață deschisă) este asociat sensului lui $\bar{dl}$ (de pe conturul ℓ_i) după regula burghiului drept.

Rezultă deci că, fluxul magnetic printr-o suprafață deschisă nu depinde de forma suprafeței ci numai de conturul care delimitează acea suprafață.

Pentru a obține forma locală (diferențială) a legii fluxului magnetic se aplică teorema Gauss-Ostrogradski formei integrale, adică :

$$\int_{S_i} \bar{B}\cdot\bar{ds} = 0 = \int_{\sigma} div\ \bar{B}\cdot d\sigma \qquad (4.47)$$

de unde rezultă, div $\bar{B}$ = 0, care reprezintă forma locală a legii fluxului magnetic. În scriere simbolică:

$$div\ \bar{B} = \nabla B = 0 \qquad (4.48)$$

4.2.6. Legea inducției electromagnetice

a) Fenomenul de inducție electromagnetică

Experimental se constată că variația în timp a unui flux magnetic Φ printr-o suprafață mărginită de un contur închis (spiră) ℓ_i, produce de-alungul conturului o tensiune electromotoare u_e. Acest fenomen poartă denumirea de inducție electromagnetică, u_e fiind tensiunea electromotoare indusă iar Φ, fluxul magnetic inductor.

Dacă variația în timp a fluxului magnetic Φ (prin conturul închis) se datorește variației în timp (locale) a inducției magnetice $\bar{B}$, atunci avem inducție electromagnetică prin transformare sau inducție electromagnetică statică. În particular inducție prin pulsație, cînd $\bar{B}$ este o funcție periodică de timp. Cînd aceasta variație este datorată mișcării conturului închis într-un cîmp magnetic constant în timp, fenomenul se numește inducție electromagnetică prin mișcare. În particular, inducție prin rotație, cînd mișcarea conturului este o rotație fără deformare sau translație.

După cum fluxul magnetic inductor e produs chiar de curentul din spira (circuitul) pentru a cărui contur se calculează tensiunea indusă u_e, respectiv e produs de curenți din alte spire (circuite), inducția electromagnetică se numește inducție proprie (sau autoinducție) respectiv inducție mutuală.

b) Forma integrală a legii inducției electromagnetice

Legea inducției electromagnetice în forma integrală se enunță astfel: tensiunea electromotoare u_e, indusă în lungul unui contur închis ℓ_i este întotdeauna egală cu viteza de variație în timp, cu semn schimbat, a fluxului magnetic Φ printr-o suprafață oarecare deschisă S, care are drept contur pe ℓ_i. Ca expresie analitică legea se scrie:

$$u_e = -\frac{d\Phi}{dt} \text{ sau } \int_{\ell_i} \bar{E}.\bar{dl} = -\frac{d}{dt}\int_S \bar{B}.\bar{ds} \qquad (4.49)$$

Semnul minus rezultă din necesitatea de a pune în concordanță expresia analitică a legii cu aspectul fenomenelogic dat

de regula lui Lenz. Conform acestei reguli, sensul lui u_e (deci a curentului indus în circuitul metalic închis care ar constitui conturul ℓ_i) este astfel, încît cîmpul magnetic propriu, produs de acest curent indus, acționează în sens contrar variației fluxului inductor Φ prin suprafața delimitată de conturul ℓ_i.

Derivata în raport cu timpul din membrul drept al relației (4.49), fiind o derivată de flux, la efectuarea ei trebuie să se țină seama atît de variația locală în timp a lui B, cît și de mișcarea conturului ℓ_i, eventual de deformarea acestuia. Efectuînd această derivată, (folosind cunoștințele dobîndite la cursul de matematici), se obține:

$$-\frac{d}{dt}\int_S \bar{B}\cdot\bar{ds} = -\int_S \left\{\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + \bar{v}\cdot div\ \bar{B} + rot(\bar{B}\times\bar{v})\right\}\bar{ds} \qquad (4.50)$$

unde prin $\bar{v}$ s-a notat viteza locală de deplasare a punctelor conturului.

Cum div.$\bar{B}$ = 0 (legea fluxului magnetic), iar $\int_S rot(\bar{B}\times\bar{v})\bar{ds} = \int_{\ell_i}(\bar{B}\times\bar{v}).\bar{dl} = -\int_{\ell_i}(\bar{v}\times\bar{B})\bar{dl}$, legea inducției electromagnetice sub forma integrală se mai poate scrie:

$$\int_{\ell_i}\bar{E}\cdot\bar{dl} = -\int_S \frac{\partial\bar{B}}{\partial t}\cdot\bar{ds} + \int_{\ell_i}(\bar{v}\times\bar{B})\cdot\bar{dl} \qquad (4.51)$$

în care,

$-\int_{\ell_i}\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}\cdot\bar{ds}$, tensiunea electromotoare indusă prin transformare (pulsație) și este diferită de zero numai atunci cînd cîmpul magnetic de inducție $\bar{B}$ variază local în timp, indiferent dacă conturul se deplasează sau nu;

$\int_{\ell_i}(\bar{v}\times\bar{B}).\bar{dl}$, tensiunea electromotoare indusă prin mișcare, fiind diferită de zero numai cînd conturul ℓ_i se deplasează cu viteza $\bar{v}$, chiar dacă inducția magnetică este constantă în timp.

c) Forma locală a legii inducției electromagnetice

Folosind teorema lui Stokes, pe domeniile de continuitate a tuturor mărimilor, forma integrală se scrie:

$$\int_{\ell_i}\bar{E}\cdot\bar{dl} = \int_S rot\,\bar{E}\cdot\bar{ds} = -\int_S\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}\cdot\bar{ds} + \int_{\ell_i}(\bar{v}\times\bar{B})\bar{dl} \quad \text{sau}$$

$$\int_S rot\,\bar{E}\cdot\bar{ds} = -\int_S\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}\cdot\bar{ds} + \int_S rot(\bar{v}\times\bar{B})\cdot\bar{ds} \cdot \qquad (4.52)$$

și de aici rezultă forma locală (diferențială) a legii inducției:

$$rot\,\bar{E} = -\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} + rot(\bar{v}\times\bar{B}) \qquad (4.53)$$

Pentru corpurile în repaus (contur imobil), adică $\bar{v}$ = 0, forma locală se scrie:

$$rot\,\bar{E} = -\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} \qquad (4.54)$$

relație ce reprezintă una din ecuațiile cîmpului electromagnetic, cunoscută în literatură și sub denumirea de ecuația a doua a lui Maxwell.

În cazul corpurilor în mișcare, adică $\bar{v} \neq 0$, iar inducția magnetică constantă, rel.(4.53) devine:

$$rot\,\bar{E} = rot\,(\bar{v}\times\bar{B}) \text{ respectiv } \bar{E} = \bar{v}\times\bar{B} \qquad (4.55)$$

dar numai cînd cîmpul electric coulombian este nul (acesta avînd rotorul nul).

Cîmpul electric obţinut prin fenomenul de inducţie electromagnetică, are rotorul (rotaţia) diferit de zero, prin urmare este un cîmp rotaţional (solenoidal) care are liniile închise,ca şi ale lui $\bar{B}$.

Legea inducţiei electromagnetice după cum se vede, stabileşte o legătură între cele două cîmpuri,electric şi magnetic,în sensul că o variaţie în timp a unui cîmp magnetic generează un cîmp electric.

De remarcat că teorema potenţialului electrostatic $\int_{l_i} \bar{E}\cdot d\bar{l}=0$, este un caz particular a legii inducţiei electromagnetice în regim static, cînd mărimile sînt constante în timp şi ca urmare:

$$u_e=\int_{l_i}\bar{E}\cdot d\bar{l}=-\frac{d}{dt}\int_S \bar{B}\cdot d\bar{s}=0 \qquad (4.56)$$

d. Curenţi turbionari (Foucault)

Curenţii turbionari, denumiţi şi curenţi Foucault, sînt curenţii electrici de conducţie care se produc,prin fenomenul de inducţie electromagnetică, în masa unui conductor masiv situat într-un cîmp magnetic variabil în timp.

Dacă un conductor masiv se introduce într-un cîmp magnetic constant în timp, atunci curenţii turbionari (ei apar căci la introducerea în cîmp există fenomenul de inducţie electromagnetică) se amortizează suficient de repede, astfel încît cîmpul magnetic inductor pătrunde în metal progresiv şi într-un timp relativ scurt. Acest cîmp se stabileşte la valoarea sa în întreaga masă a conductorului masiv.

In cazul cînd conductorul masiv se află într-un cîmp magnetic cu o variaţie periodică în timp, atunci acest cîmp se stabileşte în interiorul conductorului cu valori ce descresc,în general exponenţial,cu depărtarea de suprafaţă spre axul acestuia, dar local (în fiecare punct)se păstrează variaţia periodică.

Caracterizarea fenomenului de pătrundere a cîmpului magnetic în conductoare masive se face cu ajutorul mărimii δ,denumită adîncime de pătrundere, şi care este definită de relaţia:

$$\delta=\frac{1}{\sqrt{\pi f\sigma\mu}} \qquad (4.57)$$

în care:f, frecvenţa variaţiei periodice a cîmpului magnetic ;
σ, conductivitatea materialului conductorului masiv;
μ, permeabilitatea magnetică a aceluiaşi material.

Curenţii turbionari produc, prin efect Joule-Lenz, în miezurile bobinelor, pierderi de energie, denumite pierderi prin curenţi turbionari şi care se manifestă prin încălzirea miezului metalic.Aceste pierderi sînt în general nedorite şi pentru micşorarea lor,miezul feromagnetic al bobinelor alimentate în curent alternativ (transformatoare, maşini electrice etc) se face din tole izolate între ele. Prin aceasta se modifică drumul de închidere al curenţilor turbionari (creşte mult rezistenţa electrică a acestui drum) în aşa fel încît aceştia devin foarte mici.

Curenţilor turbionari li s-au găsit însă şi aplicaţii utile în tehnică. Ca exemplu se menţionează cuptoarele electrice de inducţie, folosite fie pentru topirea metalelor, fie pentru tratamentul termic superficial al unor piese metalice. In acest ultim caz se vor folosi cîmpuri magnetice de frecvenţe mari, pentru a limita pătrunderea (δ) cîmpului şi dezvoltarea de căldură în imediata vecinătate a suprafeţei pieselor tratate.

Există în tehnică diferite tipuri de maşini şi aparate electrice construite pe principiul curenţilor turbionari induşi. Dintre acestea menţionăm :frînele şi ambreiajele electromagnetice cu inducţie, contorul de inducţie pentru măsurarea energiei electromagnetice, maşini electrice speciale,etc.

4.2.7. Legea circuitului magnetic

a) Forma integrală

In formă integrală această lege se enunţă: tensiunea magnetomotoare u_{mm}, pentru un contur închis l_i, este în orice moment egală cu suma algebrică a intensităţilor curenţilor de conducţie care străbat o suprafaţă deschisă oarecare S (ce are însă ca şi contur pe l_i)şi derivata în raport cu timpul a fluxului electric ψ_E, corespunzător aceleiaşi suprafeţe S.Pe baza acestei definiţii se poate scrie:

$$u_{mm}=\int_{l_i}\bar{H}\cdot d\bar{l}=\int_S \bar{J}\cdot d\bar{s}+\frac{d\psi_E}{dt}=\int_S \bar{J}\cdot d\bar{s}+\frac{d}{dt}\int_S \bar{D}\cdot d\bar{s} \qquad (4.58)$$

Mărimea $\int_S \bar{J}\cdot d\bar{s}=\sum_{k=1}^{n} i_k=0$ (4.59)

se numeşte solenaţia curentului electric de conducţie.

Derivata în raport cu timpul a fluxului electric, în baza cunoştinţelor de la matematici , se scrie sub forma:

$$\frac{d\psi_E}{dt}=\frac{d}{dt}\int_S \bar{D}\cdot d\bar{s}=\int_S\left\{\frac{\partial\bar{D}}{\partial t}+\bar{v}\,div\,\bar{D}+rot(\bar{D}\times\bar{v})\right\}d\bar{s} \qquad (4.60)$$

unde,$\bar{v}$ reprezintă viteza de deplasare a punctelor suprafeţei S.

Inlocuind în rel(4.60), $div\,\bar{D}=\rho_0$(legea fluxului electric), legea circuitului magnetic sub formă integrală se scrie:

$$\int_{l_i}\bar{H}\cdot d\bar{l}=\int_S \bar{J}\cdot d\bar{s}+\int_S\frac{\partial\bar{D}}{\partial t}+\int_S \rho_0\bar{v}\cdot d\bar{s}+\int_S rot(\bar{D}\times\bar{v})\cdot d\bar{s} \qquad (4.61)$$

în care,

$\int_S\frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\cdot d\bar{s}=\int_S\bar{J}_D\cdot d\bar{s}=i_D$, intensitatea curentului electric de deplasare;

$\int_S \rho_0\bar{v}\cdot d\bar{s}=\int_S\bar{J}_V\cdot d\bar{s}=i_V$,intensitatea curentului de convecţie;

$\int_S rot(\bar{D}\times\bar{v})\cdot d\bar{s}=\int_R d\bar{s}=i_R$, intensitatea curentului Röentgen.

Prezenţa curentului electric de deplasare $i_D=\int_S\frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\cdot d\bar{s}$, în expresia tensiunii magnetomotoare, evidenţiază faptul că un cîmp electric de inducţie electrică $\bar{D}$, local variabil în timp, produce un cîmp magnetic. Acest lucru a fost verificat experimental de Hertz şi confirmă interdependenţa şi condiţionarea reciprocă dintre cele două aspecte, electric şi magnetic, ale cîmpului electromagnetic.

In cazul corpurilor imobile, adică $\bar{v}=0$, legea circuitului magnetic în forma integrală se scrie:

$$\int_{l_i}\bar{H}\cdot d\bar{l}=\int_S\bar{J}\cdot d\bar{s}+\int_S\frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\cdot d\bar{s} \qquad (4.62)$$

Regimul variabil în timp, în care se poate neglija curentul de deplasare $i_D=\int\frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\cdot d\bar{s}$, din legea circuitului magnetic, peste tot, cu excepţia dielectricului condensatoarelor, este un regim cvasistaţionar. Intr-un asemenea regim, expresia legii circuitului magnetic este:

$$\int_{l_i}\bar{H}\cdot d\bar{l}=\int_S\bar{J}\cdot d\bar{s} \qquad (4.63)$$

cunoscută şi sub denumirea de teorema lui Ampère.

b. Forma locală

Pe domenii de continuitate a proprietăţilor fizice,se

poate aplica teorema lui Stokes (transformarea unei integrale de linie în una de suprafaţă) adică:

$$\int_{l_i} \bar{H}\cdot d\bar{l} = \int_S \text{rot}\,\bar{H}\cdot d\bar{s} \qquad (4.64)$$

şi ca urmare, legea circuitului magnetic în forma integrală se scrie:

$$\int_S \text{rot}\,\bar{H}\cdot d\bar{s} = \int_S \bar{J}\cdot d\bar{s} + \int_S \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}\cdot d\bar{s} + \int_S \rho_0 \bar{v}\cdot d\bar{s} + \int_S \text{rot}(\bar{D}\times\bar{v})\cdot d\bar{s} \qquad (4.65)$$

sau

$$\int_S \text{rot}\,\bar{H}\cdot d\bar{s} = \int_S \left\{\bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \rho_0 \bar{v} + \text{rot}(\bar{D}\times\bar{v})\right\} d\bar{s} \qquad (4.66)$$

de unde rezultă:

$$\text{rot}\,\bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \rho_0 \bar{v} + \text{rot}(\bar{D}\times\bar{v}) \qquad (4.67)$$

care reprezintă forma locală (diferenţială) a legii circuitului magnetic.

Dacă ne referim la corpuri imobile, adică $\bar{v} = 0$, se obţine:

$$\text{rot}\,\bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \qquad (4.68)$$

relaţie ce reprezintă, ca şi rel.(4.54), una din ecuaţiile câmpului electromagnetic, cunoscută sub denumirea de prima ecuaţie a lui Maxwell.

Teorema lui Ampère sub forma locală (diferenţială)se scrie:

$$\text{rot}\,\bar{H} = \bar{J} \qquad (4.69)$$

In cazul magneţilor permanenţi (magnetostatica), $\bar{J} = 0$, ceea ce conduce la :

$$\text{rot}\,\bar{H} = 0 \qquad (4.70)$$

de unde rezultă caracterul potenţial al câmpului magnetostatic (câmp magnetic produs de magneţi permanenţi).

c) Calculul intensităţii câmpului magnetic H în regim staţionar

In regim staţionar este valabilă teorema lui Ampère,(rel. 4.63), care permite calculul lui H, în anumite cazuri concrete, la care ne referim în continuare.

c_1)Calculul câmpului produs de un conductor rectiliniu parcurs de un curent continuu de intensitate I. Pentru aceasta,drept linie de integrare se ia o linie de câmp magnetic (fig.4.7), care trece prin punctul P situat la distanţa d faţă de conductor,punct în care urmează a se calcula câmpul magnetic.Datorită simetriei, această linie de câmp va fi un cerc, cu raza d.In aceste condiţii teorema lui Ampère, se scrie:

$$\int_{l_i} \bar{H}\cdot d\bar{l} = \int_{l_i} H\cdot dl = H\int_{l_i} dl = H\,l_i = H\cdot 2\pi\cdot d = \int_S \bar{J}\cdot d\bar{s} = I,$$

rezultînd;

$$H = \frac{I}{2\pi d} \quad [A/m] \qquad (4.71)$$

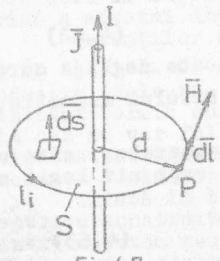


Fig.4.7

In calculele de mai sus s-a ţinut seama că $\bar{H}$ şi $d\bar{l}$ respectiv $\bar{J}$ şi $d\bar{s}$ sînt vectori omopolari iar H = ct. de-a lungul lui l_i datorită simetriei.

c_2) Calculul intensităţii câmpului magnetic din interiorul unei bobine toroidale. In acest caz drept l_i se ia o linie de câmp (fig. 4.8a) care este un cerc cu raza r. Teorema lui Ampère pentru acest caz se scrie:

$$\int_{l_i} \bar{H}\cdot d\bar{l} = H\cdot 2\pi r = \int_S \bar{J}\cdot d\bar{s} = NI$$

de unde rezultă, $H = \frac{NI}{2\pi r}$ [A/m] (4.72)

Mărimea $\int_S \bar{J}, d\bar{s} = NI = \theta$ reprezintă solenaţia bobinei.

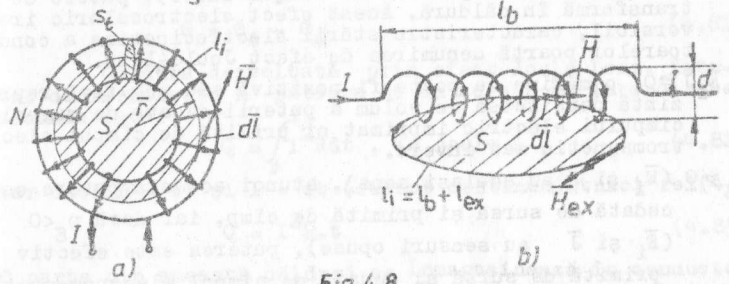


Fig. 4.8

Cele N spire fiind uniform repartizate pe tor, s-a considerat H = constant de-a lungul lui l_i iar $\bar{H}$ şi $d\bar{l}$ vectori omoparaleli.

c_3). Calculul intensităţii câmpului magnetic din interiorul unei bobine solenoidale (solenoid).Bobina solenoidală (fig. 4.8b) are N spire şi lungimea l_b foarte mare în raport cu diametrul d. Teorema lui Ampère în aceste condiţii se scrie:

$$\int_{l_i} \bar{H}\cdot d\bar{l} = \int_{l_i} H\cdot dl = \int_{l_b} H\cdot dl + \int_{l_{ex}} H_{ex}\cdot dl = \int_S \bar{J}\cdot d\bar{s} = NI \qquad (4.73)$$

în care linia de integrare (linie de câmp)are o porţiune l_b(lungimea bobinei) în interiorul bobinei şi o porţiune exterioară l_{ex}, adică $l_i = l_b + l_{ex}$.

Considerînd câmpul $\bar{H}$ în interiorul bobinei omogen($\bar{H}$=ct) şi pe cel exterior ($\bar{H}_{ex}$) neglijabil, rezultă:

$$\int_{l_b} H\,dl + 0 = NI \quad \text{sau} \quad H\cdot l_b = NI \quad \text{adică} \quad H = \frac{NI}{l_b} \; [A/m] \qquad (4.74)$$

4.2.8. Legea transformărilor energetice în conductoarele aflate în stare electrocinetică

a. Forma locală

In forma locală această lege se enunţă astfel: densitatea de volum p_j a puterii cedată de câmpul electromagnetic unui conductor aflat în stare electrocinetică (deci în procesul de conducţie electrică) este în orice punct şi moment egală cu produsul scalar dintre intensitatea câmpului electric $\bar{E}$ şi densitatea curentului electric de conducţie $\bar{J}$ din punctul respectiv, adică:

$$p_j = \bar{E}\cdot\bar{J} \qquad (4.75)$$

Această formă locală se referă deci la unitatea de volum a conductorului parcurs de curent electric de conducţie.

Dacă conductorul este şi sediul unui cîmp electric imprimat $\bar{E}_i$, atunci $\bar{E}$ poate fi înlocuit, din legea conducţiei $(\bar{E}+\bar{E}_i)=\rho\bar{J}$, prin $\bar{E}=(\rho\bar{J}-\bar{E}_i)$ şi drept urmare se obţine expresia legii sub forma:

$$p_j = \rho\bar{J}^2 - \bar{E}_i\bar{J} = \rho\bar{J}^2 - p_g \qquad (4.76)$$

în care:

$\rho\bar{J}^2 > 0$, o mărime întotdeauna pozitivă şi reprezintă densitatea de volum a puterii pierdute ireversibil de cîmpul electromagnetic (independent de sensul lui $\bar{J}$), putere ce se transformă în căldură. Acest efect electrocaloric ireversibil, caracteristic stării electrocinetice a conductoarelor poartă denumirea de efect Joule-Lenz.

$p_g = \bar{E}_i\bar{J} \gtrless 0$, o mărime ce poate fi pozitivă sau negativă, reprezintă densitatea de volum a puterii cedate de sursele cîmpului electric imprimat şi primită de cîmpul electromagnetic sau invers.

Dacă $p_g > 0$ ($\bar{E}_i$ şi $\bar{J}$ au acelaşi sens), atunci această putere este cedată de sursă şi primită de cîmp, iar dacă $p_g < 0$ ($\bar{E}_i$ şi $\bar{J}$ au sensuri opuse), puterea este efectiv primită de sursă şi cedată de cîmpul electromagnetic (cazul încărcării acumulatorului electric).

b) Forma integrală

Se obţine din forma locală $p_j = \bar{E}\bar{J}$, integrînd această expresie pentru volumul o al unei porţiuni A_1-A_2 din fig.4.9, de secţiune S, în care $\bar{E}, \bar{J}$ şi $\bar{dl}$ sînt vectori omopolari. Ţinînd seama că $do = S.dl$ iar $i = J.S$, (conductor filiform) se obţine:

$$P = \int_o p_j\,do = \int_{A_1}^{A_2} E\cdot J\cdot S\cdot dl = i\int_{A_1}^{A_2} E\cdot dl = i\,u_{1-2}\ ,\ deci\ P = u_{1-2}\cdot i \qquad (4.77)$$

Ultima relaţie reprezintă forma integrală a legii transformării energiei electromagnetice în conductorii parcurşi de curent electric de conducţie şi se poate enunţa astfel: puterea electromagnetică totală, cedată unei porţiuni de conductor filiform, în procesul de conducţie electrică, de către cîmpul electromagnetic, este egală cu produsul dintre tensiunea electrică u_{12} din lungul porţiunii de conductor şi intensitatea i a curentului electric ce străbate aceea porţiune.

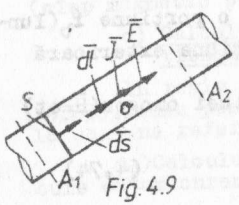


Fig.4.9

Corespunzător celor doi termeni din forma locală:

$$p_j = \rho\bar{J}^2 - \bar{E}_i\bar{J} \qquad (4.78)$$

şi forma integrală se poate scrie:

$$\int_o \rho\bar{J}^2\,do - \int_o \bar{E}_i\bar{J}\cdot do = \int_{A_1}^{A_2} \rho\bar{J}^2 S\cdot dl - \int_{A_1}^{A_2} E_i J S\cdot dl = \int_{A_1}^{A_2} J^2 S^2 \frac{\rho}{S}\cdot dl - i\int_{A_1}^{A_2} E_i\,dl$$

$$\text{sau } P = i^2R - u_e i = i^2R - P_g \qquad (4.80)$$

în care:

i^2R, puterea corespunzătoare efectului Joule-Lenz;

$u_e i = P_g$, puterea adusă în circuit de sursa de tensiune electromotoare u_e. Cînd $P_g > 0$ (u_e şi i au acelaşi sens) sursa furnizează energie, iar cînd $P_g < 0$ (u_e şi i au sensuri opuse)

sursa primeşte energie (încărcarea acumulatorului).

Unitatea de măsură pentru puterea electrică este (în S.I) wattul, simbol W, avînd ca multiplii kilowattul (1 kW = 10^3 W), megawattul (1 MW = 10^3 kW = 10^6 W) etc...

c) Dimensionarea conductoarelor pe bază de încălzire

La trecerea curentului electric prin conductoare, datorită efectului Joule-Lenz, acestea se încălzesc. Prin încălzirea θ a unui conductor se înţelege diferenţa dintre temperatura θ_c a acestuia şi temperatura θ_o a mediului ambiant, adică:

$$\theta = \theta_c - \theta_o \qquad (4.81)$$

Căldura dezvoltată, prin efect Joule-Lenz, într-un conductor cu rezistenţa R parcurs de un curent de intensitate i, în t secunde este:

$$Q = \int_0^t i^2 R\,dt\ ,\ \text{în joule } [J] \qquad (4.82)$$

iar dacă R = ct şi I = ct (curent continuu) atunci rel(4.82) devine:

$$Q = I^2R.t \qquad (4.83)$$

O parte din această căldură se înmagazinează în conductor contribuind la creşterea temperaturii sale, iar altă parte este cedată mediului ambiant. Temperatura conductorului θ_c creşte pînă ce, cantitatea de căldură dezvoltată devine egală cu cea cedată mediului ambiant. Această temperatură finală a conductorului se numeşte temperatură de regim.

O încălzire excesivă a conductoarelor poate duce la o distrugere a izolaţiei, la schimbarea proprietăţilor lor mecanice şi chiar la provocarea unui incendiu. Din aceste motive se impune ca încălzirea maximă θ_{max} să nu depăşească limita admisibilă θ_{ad} stabilită prin norme:

$$\theta_{max} \leq \theta_{ad} \qquad (4.84)$$

Aceasta înseamnă, la conductor din material dat, o valoare limitată pentru densitatea de curent J, respectiv pentru intensitatea curentului I, la secţiune dată a conductorului.

A dimensiona un conductor pe bază de încălzire, înseamnă a determina densitatea de curent admisibilă, respectiv intensitatea curentului admis printr-un conductor de secţiune cunoscută şi dintr-un anumit material (cu rezistivitatea ρ [Ωm]), astfel ca încălzirea conductorului să nu depăşească limita admisibilă θ_{ad}.

Dacă se notează prin:

m - masa conductorului, în [kg];
c - căldura specifică a conductorului, în $\left[\frac{J}{kg.^oC}\right]$;

S_r - suprafaţa de răcire, suprafaţa laterală a conductorului, în [m^2]

α_r - coeficientul de cedare a căldurii de către conductor mediului ambiant, în $\left[\frac{}{m^2.^oC.s}\right]$,

atunci rezultă următoarea ecuaţie a bilanţului energetic:

$$I^2R.dt = m\,c\,d\theta + \alpha_r\,S_r\,\theta\,dt. \qquad (4.85)$$

în care,

I^2Rdt = căldura dezvoltată în timpul dt, în conductorul de rezistenţă constantă R şi parcurs de curentul continuu de intensitate I;

$m\,c\,d\theta$ - căldura înmagazinată în conductor şi care contribuie la creşterea temperaturii acestuia cu $d\theta$;

$\alpha_r S_r \theta . dt$ - căldura cedată mediului ambiant în timpul dt, cînd încălzirea conductorului este θ (rel.4.81).

Ecuaţia (4.85) se mai poate scrie:

$$m.c\,\frac{d\theta}{dt} + \alpha_r S_r \theta = RI^2 \text{ sau } \frac{d\theta}{dt} + \frac{\alpha_r S_r}{mc} \cdot \theta - \frac{RI^2}{mc} = 0 \qquad (4.86)$$

Mărimea,

$$T = \frac{mc}{\alpha_r S_r} \qquad (4.87)$$

este constanta de timp a încălzirii, măsurată în secunde. Inlocuind pe T în (4.86) rezultă:

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{T}\theta - \frac{RI^2}{mc} = 0 \qquad (4.88)$$

Ecuaţia 4.88 reprezintă ecuaţia diferenţială a încălzirii.

La atingerea temperaturii de regim, $\theta = \theta_{max}$ şi $d\theta = 0$, rezultă:

$$\theta_{max} = T\,\frac{RI^2}{mc} = \frac{RI^2}{\alpha_r S_r} \qquad (4.89)$$

Soluţia ecuaţiei diferenţiale a încălzirii este de forma:

$$\theta = \alpha e^{-\frac{t}{T}} + \theta_{max}. \qquad (4.90)$$

în care α este constanta de integrare ce se determină din condiţia iniţială şi anume la $t = 0$ încălzirea conductorului este θ_i. Inlocuind aceste valori în ecuaţia (4.90) rezultă:

$$\theta_i = \alpha + \theta_{max} \text{ adică } \alpha = \theta_i - \theta_{max}. \qquad (4.91)$$

care înlocuită în (4.90) conduce la soluţia ecuaţiei diferenţiale sub forma:

$$\theta = \theta_{max}\,(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + \theta_i\, e^{-\frac{t}{T}} \qquad (4.92)$$

In figura 4.10a este reprezentată variaţia în timp a încălzirii conductorului, conform funcţiei exponenţiale dată de rel. 4.92, care tinde asimptotic spre θ_{max}. Dacă încălzirea iniţială a conductorului este zero ($\theta_i = 0$) atunci soluţia dată de (4.92) devine:

$$\theta = \theta_{max}\,(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \qquad (4.93)$$

ea fiind reprezentată de curba din fig. 4.10b.

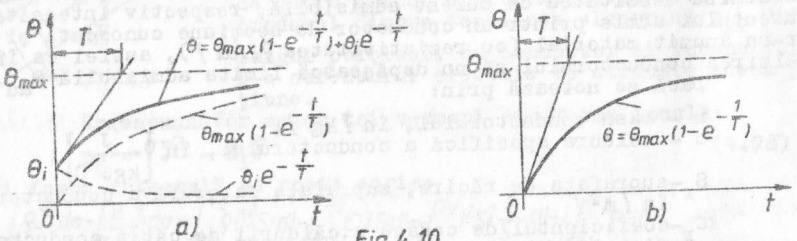


Fig. 4.10

Considerînd încălzirea maximă ca fiind egală cu încălzirea admisibilă ($\theta_{max} = \theta_{ad}$), rel.4.89 se scrie:

$$\theta_{max} = \theta_{ad} = \frac{RI^2}{\alpha_r S_r} \qquad (4.94)$$

Admiţînd că J = ct pe secţiunea S a conductorului, din 4.94 rezultă:

$$I^2 = J^2 S^2 = \frac{\alpha_r S_r}{R}\,\theta_{ad} = \frac{\alpha_r S_r}{\rho \frac{l}{S}}\,\theta_{ad} \qquad (4.95)$$

şi de aici,

$$J^2 = \frac{\alpha_r S_r}{S^2 \rho \frac{l}{S}}\,\theta_{ad} = \frac{\alpha_r S_r}{\rho l S}\,\theta_{ad} \qquad (4.96)$$

Notînd cu d diametrul conductorului de lungime l, secţiune S şi confecţionat dintr-un material cu rezistivitatea ρ, rel. 4.96 se poate scrie sub forma:

$$J^2 = \frac{\alpha_r \pi d\, l\, \theta_{ad}}{\rho l \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4\alpha_r \theta_{ad}}{\rho d} = \frac{4.\alpha_r(\theta_{cad} - \theta_o)}{\rho d} \qquad (4.97)$$

rezultînd densitatea de curent admisibilă prin conductor, pentru ca temperatura acestuia să nu depăşească încălzirea admisibilă θ_{ad} a conductorului,

$$J = 2 \cdot \sqrt{\frac{\alpha_r(\theta_{cad} - \theta_0)}{\rho d}} = 2\,\sqrt{\frac{\alpha_r\,\theta_{cad}}{\rho d}} \qquad (4.98)$$

unde θ_{cad} reprezintă temperatura admisibilă a conductorului.

Din expresia lui J (rel.4.98) rezultă că densitatea admisibilă de curent depinde de valoarea încălzirii admisibile θ_{ad}, (respectiv temperatura admisibilă a conductorului-θ_{cad}), de materialul conductorului prin rezistivitatea ρ, de diametru d, precum şi de condiţiile de răcire, prin α_r.

Valorile densităţii admisibile de curent, pentru secţiunile normalizate ale conductoarelor din diferite materiale, izolate şi neizolate sînt date prin STAS.

Dacă J nu se poate considera constant pe secţiunea conductorului atunci din (4.95) rezultă

$$I = \sqrt{\frac{\alpha_r S_r \theta_{ad}}{R}} = \sqrt{\frac{\alpha_r S_r}{R}\,(\theta_{cad} - \theta_0)} \qquad (4.99)$$

Pentru conductoarele izolate, normele stabilesc o temperatură maximă de încălzire θ_{cad} a conductoarelor de (60°-100°)C, în funcţie de natura izolaţiei şi de condiţiile montajului.

In tehnică J are valori cuprinse între 3 şi 15 A/mm^2.

d) Aplicaţiile efectului termic al curentului electric

Efectul termic al curentului electric are o aplicaţie specială în funcţionarea siguranţelor fuzibile. Fuzibilele sînt corpuri metalice filiforme sau lamelare, care se topesc prin efectul termic al curentului electric de conducţie, fiind elemente ale siguranţelor electrice. Materialul pentru confecţionarea fuzibilelor trebuie să aibă următoarele calităţi principale: temperatură de topire joasă; rezistivitate electrică mică, inerţie termică mică; să fie inoxidabil şi cu preţ de cost redus. Nici un ma-

terial nu satsface simultan toate aceste condiţii. In practică, pentru confecţionarea fuzibilelor se utilizează mai mult: argintul pur, cuprul, cuprul argintat, zincul şi aliajele de staniu cu cadmiu.

Siguranţele electrice sînt aparate de protecţie contra supracurenţilor, în special contra curenţilor de scurtcircuit.Siguranţa electrică întrerupe instantaneu circuitul electric în care este instalată,cînd curentul în acel circuit depăşeşte o anumită limită. In felul acesta conductoarele şi receptoarele sînt protejate contra solicitărilor termice şi mecanice la care ar fi supuse sub acţiunea supracurentului.

Siguranţele fuzibile se clasifică după: tensiunea nominală, curentul nominal, capacitatea de rupere, caracteristica de topire şi tipul constructiv. Se **definesc** : curentul nominal al siguranţei - pentru care sînt dimensionate piesele conductoare de curent şi piesele de contact - şi curentul nominal al fuzibilului.Capacitatea de rupere reprezintă cel mai mare curent pe care siguranţa îl poate întrerupe.Caracteristica de topire este curba care exprimă dependenţa duratei pînă la topirea fuzibilului, funcţie de intensitatea curentului care o străbate.

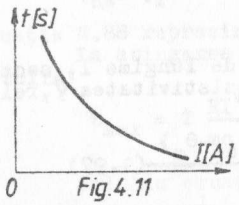


Fig.4.11

După caracteristica de topire(fig. 4.11)se deosebesc siguranţe rapide şi siguranţe cu întîrziere(inerte). La cele rapide, timpul de topire e foarte scurt la un anumit supracurent. La siguranţele cu întîrziere, prin măsuri constructive speciale, se obţine un timp de topire relativ lung la supracurenţi mici(curenţii de pornire ai motoarelor electrice), menţinîndu-se un timp de topire scurt la supracurenţii mari (scurtcircuite).

După tensiunea pentru care sînt construite, se deosebesc siguranţe fuzibile de joasă tensiune (pînă la 1 kV) şi siguranţe fuzibile de înaltă tensiune.

Siguranţele fuzibile de joasă tensiune sînt foarte mult folosite în instalaţiile electrice, montate în general pe tablouri, liber, direct pe conductoarele electrice(exemplu la branşamente electrice aeriene), sau sînt conţinute în unele receptoare(ca element constitutiv al acestora).

In schemele de montaj,siguranţele fuzibile se reprezintă convenţional ca în fig.4.12.

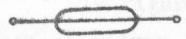


Fig.4.12

La întreprinderea Electroaparataj din Bucureşti se fabrică siguranţe de diferite tipuri, necesare industriei noastre electrotehnice.

Cuptoarele electrice cu rezistoare, constituie şi ele o aplicaţie a efectului termic al curentului.

După sistemul de producere a căldurii, cuptoarele electrice se clasifică în cuptoare cu arc,cuptoare cu inducţie şi cuptoare cu rezistoare.

Cuptorul electric a cărui sursă de căldură este constituită din unul sau mai multe arcuri electrice formate între electrozi, se numeşte cuptor cu arc electric. Incălzirea prin arc electric poate fi directă, cînd unul din electrozi este chiar şarja, căldura dezvoltată de arcul electric transmiţîndu-se materialului, în principal, prin conducţie, sau indirectă, cînd arcul se formează deasupra şarjei la o anumită distanţă, iar căldura se transmite materialului, în principal, prin radiaţie. Se deosebesc, astfel,cuptoare cu arc prin încălzire directă şi cuptoare cu arc cu încălzire indirectă.

Cuptorul electric a cărui sursă de căldură este efectul Joule-Lenz din unul sau mai multe rezistoare parcurse de curent electric, se numeşte cuptor electric cu rezistoare.Rezistoarele

pot fi piese constituite de însuşi materialul de tratat. Se deosebesc: cuptoare cu electrozi (cu încălzire directă) şi cuptoare cu rezistoare independente (cu încălzire indirectă). La cuptorul cu electrozi, căldura este dezvoltată de un curent electric generat între doi sau între mai mulţi electrozi şi care străbate şarja conductoare, situată între electrozi.

La cuptorul cu rezistoare independente se utilizează pentru încălzire căldura produsă de rezistoare speciale, şarja nefăcînd parte din circuitul electric de încălzire. Rezistoarele metalice se confecţionează din aliaje de crom nichel (pentru temperaturi de 1100°-1200°C), aliaje fier-nichel-crom (pînă la 995°C), aliaje cupru-nichel (sub 540°C).

După modul de transfer al căldurii de la rezistorul cald la şarjă, cuptoarele cu rezistoare independente se clasifică în: cuptoare de radiaţie, cuptoare de convecţie, cuptoare mixte (de radiaţie şi convecţie) şi cuptoare cu încălzire prin conducţie.

Utilizarea cuptoarelor electrice este indicată în cazurile cînd se urmăreşte să se obţină un proces tehnologic precis, care trebuie reglat şi controlat în limite foarte înguste.

O altă aplicaţie a efectului termic al curentului o reprezintă lampa electrică cu incandescenţă.

Corpul incandescent care emite radiaţii luminoase este un conductor denumit filament, ce se încălzeşte la trecerea prin el a curentului electric, la o temperatură în jur de 2000 °C.Această temperatură este necesară pentru a se realiza o lumină cît mai apropiată de cea albă . Ca material pentru filament e folosit actualmente mai ales wolframul, avînd o temperatură de topire foarte înaltă, evaporare lentă,rezistenţă mecanică mare.

Funcţionarea unei lămpi cu incandescenţă încetează cînd filamentul s-a întrerupt în punctul cel mai cald, în urma sublimării (filamentul s-a ars).

Lămpile cu incandescenţă au un randament foarte mic.Numai (4-5)% din energia absorbită se transformă în energie luminoasă, iar restul în căldură.

Altă aplicaţie a efectului termic al curentului electric este sudarea electrică, care poate fi de două feluri:sudare prin arc electric şi sudare prin rezistenţă de contact.

La sudarea cu arc electric, topirea locală a materialului de sudat se obţine prin efectul electrocaloric al arcului electric Temperatura în coloana centrală a arcului depăşeşte 6000 °C.

Căldura dezvoltată de arcul electric serveşte, în proporţii diferite după procedeul de sudare, atît la topirea metalului de adaus (de exemplu electrodul) împreună cu învelişul lui sau fluxul protector, cît şi la topirea metalului de bază. O parte din căldură se pierde prin conducţie şi radiaţie. Consumul de energie electrică, pentru un kilogram de metal depus este de cca (3-4)kwh.

In prezent sudarea electrică atît prin arc, cît şi prin rezistenţă, are o largă utilizare în industrie. Se sudează table şi oţel cornier, grinzi şi şine, stîlpi şi ţevi, ferme metalice şi cazane, vase,etc.

Aparatele electrice ca: reşoul, radiatorul, fierul de călcat, spiralele utilizate la încălzirea lichidelor,ciocanele de lipit, etuvele,termofoarele (perne electrice),reprezintă tot aplicaţii ale efectului termic al curentului electric.

C A P I T O L U L V.

CONDENSATOARE ELECTRICE

5.1. Dielectrici

Materialele susceptibile de a se polariza electric se numesc materiale electroizolante sau dielectrici şi se utilizează în tehnică atît la izolarea circuitelor electrice din maşini şi aparate sau alte instalaţii electrice, cît şi ca izolant (ca dielectric) între armăturile condensatoarelor. Din punct de vedere al stării fizice dielectricii pot fi: solizi, lichizi, sau gazoşi.

Dielectricii se caracterizează prin:

a. Polarizabilitatea electrică temporară, exprimată prin susceptivitatea electrică χ_e a materialului electroizolant, respectiv permitivitatea electrică absolută ε sau relativă ε_r.

b. Rigiditatea electrică $\bar{E}_d$, definită ca intensitatea maximă a cîmpului **electric(E_{max})**, la care poate fi supus un dielectric fără ca să se producă străpungerea acestuia, adică pierderea calităţilor sale electroizolante. Valoarea lui $\bar{E}_d$ este influenţată foarte mult de unii factori externi: umiditate, temperatură, frecvenţa f a cîmpului electric etc.

c. Pierderile de putere dielectrice, care apar atunci cînd dielectricul se introduce într-un cîmp electric. Ele se datorează caracterului imperfect izolant al dielectricilor obişnuiţi, adică unor curenţi de conducţie reziduali ce dau un efect Joule-Lenz. **Pierderile specifice** p_d (raportate la unitatea de volum) sînt date de relaţia:

$$p_d = 5{,}56 \cdot 10^{9} \cdot f \cdot E^2 \cdot \varepsilon_r \cdot tg\delta \text{, în } [W/m^3] \qquad (5.1)$$

unde δ este unghiul de defazaj dintre $\bar{D}$ şi $\bar{E}$, denumit unghi de pierderi.

Aceste pierderi determină încălzirea dielectricului. In unele cazuri această încălzire este folosită la uscarea unor dielectrici ce au un grad ridicat de umiditate. Pentru uscare, materialul se introduce între armăturile unui condensator căruia i se aplică o tensiune de frecvenţă ridicată. Metoda de uscare prezintă unele avantaje: dezvoltarea de căldură se face local, evitîndu-se transmiterea prin conducţie; timpul scurt de încălzire; cîmp termic suficient de omogen.

d) Rezistivitatea ρ, foarte mare, $\rho = (10^{8} \sim 10^{15})\,\Omega m$.

Pentru dielectricii solizi prezintă importanţă aşa numita rezistivitate electrică de suprafaţă ρ_s (a nu se confunda cu densitatea superficială de sarcină electrică, notată tot cu ρ_s), determinată de faptul că pe suprafaţa dielectricului solid se depun straturi subţiri de praf, pelicule de apă, care favorizează apariţia unor curenţi de conducţie, denumiţi curenţi „de fugă", chiar şi atunci cînd $\bar{E} < \bar{E}_d$.

5.2. Condensatorul electric

Sistemul format din două corpuri metalice M_1 şi M_2, încărcate cu sarcinile electrice q_1 şi q_2, egale şi de semn contrar ($q_1 = -q_2$), separate între ele printr-un dielectric omogen, fără polarizaţie permanentă (care poate fi şi vidul sau aerul) constituie un condensator electric. Cele două corpuri metalice

se numesc armăturile condensatorului şi au o astfel de configuraţie geometrică încît toate liniile cîmpului electric de intensitate $\bar{E}$ care pleacă de pe corpul M_1 (presupus cu sarcină pozitivă) se termină pe corpul M_2. Între cele două armături se stabileşte o diferenţă de potenţial $V_1 - V_2 = U$. Figura 5.1, prezintă o secţiune printr-un condensator la care armăturile sînt două plăci plane paralele.

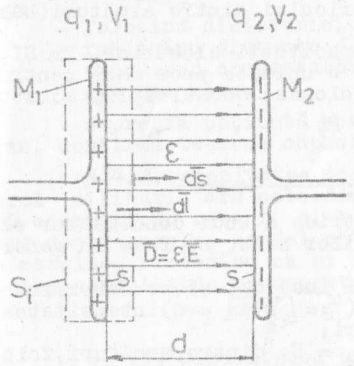


Fig. 5.1

Acumularea sarcinilor electrice pe armături se numeşte încărcarea condensatorului şi are loc în urma aplicării unei tensiuni electrice (diferenţă de potenţial) între cele două armături. Dacă această tensiune este aplicată brusc, cu o valoare constantă în timp, iar dielectricul este perfect, încărcarea se produce într-un timp foarte scurt, timp în care condensatorul absoarbe de la sursă un curent tranzitoriu denumit curent de încărcare, şi care tinde repede către zero. In regim permanent, un condensator ideal (dielectricul perfect) constituie o întrerupere pentru un circuit de curent continuu.

Fenomenul de neutralizare totală sau parţială a sarcinilor electrice de pe armăturile unui condensator, se numeşte descărcarea condensatorului şi are loc prin intermediul unui curent tranzitoriu denumit curent de descărcare. Descărcarea condensatorului se poate produce:

- printr-un circuit electric exterior, care reuneşte metalic armăturile - descărcare bruscă;
- prin dielectricul imperfect dintre armături - descărcare lentă;
- prin străpungerea dielectricului - descărcare disruptivă.

Străpungerea dielectricului unui condensator se numeşte şi clacare, ea producîndu-se în urma:

- creşterii prea mari a tensiunii de lucru şi astfel $\bar{E} > \bar{E}_d$;
- îmbătrînirii dielectricului;
- înrăutăţirii condiţiilor de exploatare (umiditate, temperatură, etc).

La aplicarea unei tensiuni electrice alternative între armăturile condensatorului se stabileşte un regim permanent de încărcări şi descărcări succesive.

5.3. Capacitatea electrică a condensatorului

Se numeşte capacitate electrică a unui condensator, mărimea C, definită ca raportul dintre valoarea numerică a sarcinii electrice $q_1 = q$ de pe armătura pozitivă şi diferenţa de potenţial $V_1 - V_2 = U$, dintre cele două armături, adică:

$$C = \frac{q}{U} \qquad (5.2)$$

care este întotdeauna o mărime pozitivă.

Capacitatea electrică este o mărime fizică derivată,

care caracterizează condensatorul şi care exprimă posibilitatea acestuia de a se încărca cu o sarcină electrică $q = CU$, atunci cînd între armături există diferenţa de potenţial U. Experienţa arată că relaţia $q = CU$ este generală şi valabilă pentru orice **condensator**, orice formă ar avea armăturile şi indiferent de natura dielectricului (care se presupune omogen).

In cazul unor asemenea dielectrici (la care $\varepsilon = ct$) se poate demonstra aşa numita teoremă a capacităţii: valoarea capacităţii unui condensator nu depinde de sarcina q şi diferenţa de potenţial U, ci numai de geometria (formă şi dimensiuni) condensatorului şi de natura dielectricului dintre armături (caracterizată prin ε).

Ca unitate de măsură a capacităţii electrice, în SI, este faradul, [F]. Cum faradul este o unitate prea mare pentru condensatoare tehnice uzuale, se folosesc submultiplii acestuia:

- microfaradul, $1\ \mu F = 1o^{-6}$ F;
- nanofaradul, $1nF = 1o^{-9}$ F;
- picofaradul, $.1pF = 1o^{-12}$ F;

Calculul capacităţii electrice a unui condensator electric, indiferent de forma armăturilor sale, se face în general, astfel:

- se consideră condensatorul încărcat şi se determină cu ajutorul legii fluxului electric ($\psi_E = \int_{S_i} \bar{D}.d\bar{s} = q$) intensitatea cîmpului electric $\bar{E}$ dintre armături;
- se determină tensiunea $U_{12} = U$, dintre armături, folosind integrala de linie a lui $\bar{E}$ de-a lungul unei linii de cîmp, $U = \int_1^2 \bar{E}.d\bar{l}$;
- se scrie apoi capacitatea $C = \frac{q}{U}$.

5.4. Exemple de calcul a capacităţii unor condensatoare

5.4.1. Capacitatea condensatorului plan. Armăturile unui astfel de condensator (fig.5.1) sînt plăci plane şi paralele, avînd suprafaţa S (în contact cu dielectricul) de dimensiuni mult mai mari decît distanţa d dintre ele. Neglijînd efectul de margine (curbarea spre exterior a liniilor cîmpului electric în imediata vecinătate a marginilor armăturilor) şi presupunînd că sarcina $q = q_1 = -q_2$ de pe armături este uniform repartizată pe feţele interioare (S) a acestora, atunci cîmpul electric ($\bar{D} = \varepsilon \bar{E}$) poate fi considerat omogen.

Pentru o suprafaţă închisă Si, (ca în fig.5.1), ce închide armătura pozitivă, se poate scrie legea fluxului electric:

$$\psi_E = \int_{S_i} \bar{D}.d\bar{s} = q_1 = \int_S \bar{D}.d\bar{s} = \int_S D.ds = DS = \varepsilon ES \qquad (5.3)$$

unde s-a ţinut seama că:

- $\bar{D}$, este diferit de zero numai între armături ($\bar{D} = \varepsilon \bar{E}$) ;
- S_i, formată din S şi o parte exterioară unde $\bar{D} = 0$;
- $\bar{D}$ şi $d\bar{s}$ în dielectric sînt omopolari.

Din relaţia (5.3) rezultă intensitatea cîmpului electric:

$$E = \frac{q_1}{\varepsilon S} = \frac{q}{\varepsilon S}$$

Tensiunea electrică U dintre armături, luînd ca linie de integrare o linie de cîmp, se scrie:

$$U_{12} = V_1 - V_2 = U = \int_1^2 \bar{E}.d\bar{l} = \int_1^2 E.dl = \int_1^2 \frac{q}{\varepsilon S}\, dl = \frac{q}{\varepsilon S}\int_1^2 dl = \frac{q.d}{\varepsilon S} \qquad (5.4)$$

Ca urmare, capacitatea condensatorului plan, conform definiţiei, are expresia:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q\varepsilon S}{qd} = \frac{\varepsilon S}{d} \qquad (5.5)$$

De remarcat că se obţin condensatoare de capacitate electrică mare:

- folosind dielectrici foarte buni, cu ε foarte mare;
- realizînd distanţe d, între armături, foarte mici;
- executînd condensatoare cu suprafaţa S a armăturilor cît mai mare.

Expresia obţinută pentru capacitatea condensatorului plan, confirmă teorema capacităţii, enunţată anterior.

5.4.2. Capacitatea condensatorului cilindric. Condensatorul cilindric are cele două armături de forma a doi cilindri coaxiali, de raze r_1 şi r_2 ($r_2 > r_1$), de înălţime ℓ mult mai mare decît razele, astfel că şi aici se poate neglija efectul de margine. Procedînd ca şi în cazul condensatorului plan se obţine capacitatea condensatorului cilindric sub forma:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\ell}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \qquad (5.6)$$

5.4.3. Capacitatea unui condensator sferic. Armăturile unui asemenea condensator sînt două sfere concentrice, de raze r_1 şi r_2 ($r_2 > r_1$). Folosind procedeul anterior, se obţine capacitatea condensatorului sferic sub forma:

$$C = 4\pi\varepsilon \frac{r_2 r_1}{r_2 - r_1} \qquad (5.7)$$

5.4.4. Capacitatea electrică a două conductoare. Pentru două conductoare paralele, de lungime ℓ foarte mare în raport cu distanţa a dintre ele, avînd secţiune circulară de rază r şi situate în aer, capacitatea electrică obţinută prin aceeaşi metodologie, are expresia:

$$C = \frac{\pi\varepsilon_0\ell}{\ln\frac{a}{r}} \qquad (5.8)$$

Inlocuind $\varepsilon_o = \frac{1}{4\pi 9.1o^9}$ şi considerînd unitatea de lungime 1 km se obţine expresia uzuală:

$$C = \frac{10^{-9}}{36\ln\frac{a}{r}}, \text{ în } \mu F/Km \qquad (5.9)$$

5.5. Gruparea condensatoarelor electrice (conexiuni de condensatoare)

Valorile curente ale capacităţii condensatoarelor electrice sînt, la frecvenţă joasă şi industrială, de ordinul $(1o^{-6} - 1o^{-4})$F, iar la frecvenţă înaltă, de ordinul $(1o^{-12} - 1o^{-7})$F. Seriile de condensatoare ce se produc de industria electrotehnică, cuprind un număr relativ mic de valori normalizate ale capacităţilor electrice. De aceea, pentru acoperirea necesităţilor practice, condensatoarele se grupează (se conectează) între ele, două sau mai multe, în serie, paralel sau mixt.

5.5.1. Gruparea în paralel. In acest caz, cele n condensatoare grupate (legate, conectate) în paralel, au aceeaşi tensiune U la borne şi ca urmare se încarcă cu sarcini proporţionale cu capacităţile respective, adică:

$$q_1 = C_1U \ ; \ q_2 = C_2U \ ; \ \ldots\ldots \ q_n = C_nU$$

Cum sarcina totală a grupării paralel este:

$q = q_1+q_2+\ldots+q_n$, rezultă $q=(C_1+C_2+\ldots+C_n)U=U\sum_{n=1}^{n} C_n$ (5.10)

Drept capacitate echivalentă C_e, a unei grupări de condensatoare se consideră capacitatea unui condensator imaginar,

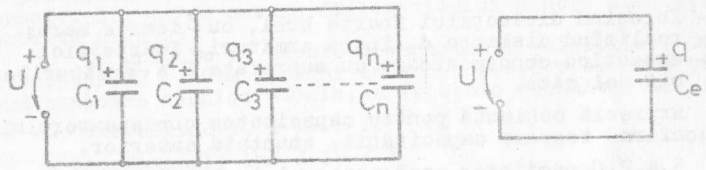


Fig. 5.2

căruia dacă i se aplică aceeași tensiune U ca și grupării, se încarcă cu aceeași sarcină electrică q ca și gruparea respectivă (fig.5.2). Ca urmare, pentru gruparea paralel, capacitatea echivalentă C_e se scrie:

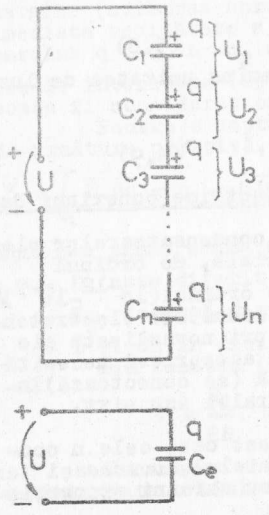
$$C_e = \frac{q}{U} = C_1+C_2+C_3+\ldots+C_n = \sum_{n=1}^{n} C_n \qquad (5.11)$$

deci C_e este mai mare decît cea mai mare capacitate a condensatoarelor grupate în paralel.

Condensatorul variabil folosit în radiotehnică, este un exemplu de condensatoare în paralel.

5.5.2. Gruparea în serie. In acest caz, fiecare condensator se încarcă cu aceeași sarcină electrică:

$$q_1 = q_2 = \ldots q_n = q \qquad (5.12)$$



Tensiunile la bornele condensatoarelor vor fi:

$$U_1 = \frac{q}{C_1};\ U_2 = \frac{q}{C_2};\ \ldots U_n \frac{q}{C_n} \qquad (5.13)$$

Cum tensiunea U de la bornele grupării, este egală cu suma tensiunilor de la bornele condensatoarelor conectate în serie (fig.5.3), se poate scrie:

$$U = U_1+U_2+\ldots+U_n = \sum_{n=1}^{n} U_n \qquad (5.14)$$

Inlocuind tensiunile, cu valorile lor din rel.(5.13) se obține:

$$U = q\left\{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}+\ldots + \frac{1}{C_n}\right\} = q\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{C_n}$$ și ca urmare,

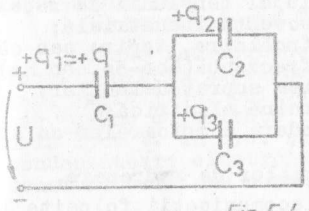
$$C_e = \frac{q}{U} = \frac{1}{\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{C_n}} \text{ sau } \frac{1}{C_e} = \sum_{n=1}^{n}\frac{1}{C_n} \qquad (5.15)$$

Fig.5.3

Capacitatea C_e este mai mică decît cea mai mică dintre capacitățile condensatoarelor grupate în serie.

Un condensator plan, avînd între armături mai multe straturi (paralele cu armăturile) de dielectrici diferiți, reprezintă o grupare de condensatoare electrice în serie.

5.5.3. Gruparea mixtă. Prin această grupare se pot obține valori intermediare pentru capacitatea echivalentă, în raport cu capacitățile condensatoarelor componente ale grupării.



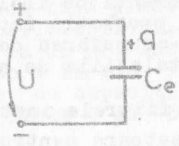


Fig. 5.4

Capacitatea echivalentă în cazul grupării mixte (legate atît în serie cît și în paralel) se calculează din aproape în aproape folosind relațiile de la grupările serie și paralel. Pentru rețeaua de condensatoare din fig. 5.4, capacitatea echivalentă este :

$$C_e = \frac{C_1\{C_2+C_3\}}{C_1 + C_2 + C_3} \qquad (5.16)$$

deoarece C_1, este legat în serie cu $C_{23} = C_2 + C_3$, obținut din gruparea în paralel a lui C_2 cu C_3.

5.6. Clasificarea condensatoarelor electrice

Clasificarea condensatoarelor electrice folosite în tehnică se poate face după diferite criterii, cum ar fi:

a) după forma armăturilor: plane, cilindrice și sferice;

b) după natura dielectricului dintre armături: cu vid, aer, ulei, hîrtie impregnată, mase termoplastice (polistirol sau plasticon), mică, mase ceramice, electrolitice. La condensatoarele electrolitice dielectricul este un strat (foarte subtire) de oxid de aluminiu, ele fiind folosite în curent continuu.

c) După posibilitatea de modificare a capacității:

- fixe, capacitatea fiind riguros constantă. Simbolic se reprezintă ca în fig. 5.5a, care este de altfel și simbolul general al condensatorului electric;

- variabile, la care chiar în timpul funcționării, prin modificarea poziției relative a armăturilor se obține o variație largă a capacității. In schemele electrice, se reprezintă printr-unul din simbolurile figurii 5.5b;

- ajustabile (denumite și trimere), la care capacitatea nu poate fi variată decît în limite foarte restrînse. Au simbolul din fig. 5.5c.

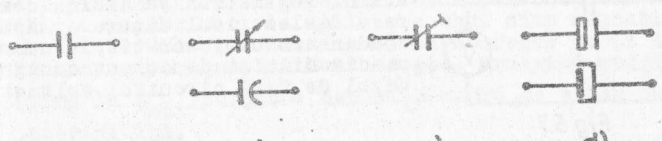


Fig. 5.5

Pentru condensatoarele electrolitice, care sînt condensatoare fixe, se pot folosi unul din simbolurile reprezentate în fig.5.5d.

d) După destinaţie (după utilizare)

d_1) Condensatoare folosite în instalaţiile electroenergetice:

- pentru îmbunătăţirea factorului de putere, pornirea motoarelor asincrone monofazate, reglajul tensiunii la reţelele electrice de curent alternativ cu frecvenţă industrială;
- pentru instalaţiile de încălzire, topire sau călire superficială, prin curenţi de înaltă frecvenţă (600-30.000 Hz);
- pentru protecţia împotriva supratensiunilor;
- pentru acumularea de sarcină electrică;
- la instalaţiile de aprindere a motoarelor cu explozie;
- **pentru filtrele instalaţiilor de redresare.**

d_2) Condensatoare pentru telecomunicaţii, folosite la:

- cuplarea şi decuplarea circuitelor;
- telecomunicaţii prin curenţi purtători pe liniile de transport la înaltă tensiune;
- acordarea circuitelor rezonante;
- filtrarea tensiunilor continue.

5.7. Verificarea stării condensatoarelor.

Pentru a verifica dacă un condensator este sau nu clacat, se pot folosi diverse metode.

5.7.1. Metoda ampermetrului. Condensatorul de capacitate C se leagă la o sursă de tensiune continuă U, în serie cu ampermetrul A de rezistenţă interioară r_A şi o rezistenţă R, ca în figura 5.6. In cazul condensatorului clacat, la închiderea lui K, ampermetrul A va indica un curent maxim:

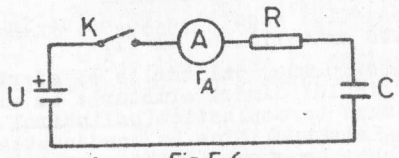


Fig.5.6

$$I_{max} = \frac{U}{r_A + R} \qquad (5.17)$$

deoarece condensatorul clacat (echivalent cu atingerea între ele a armăturilor) are rezistenţa electrică practic zero.

La un condensator bun, curentul prin ampermetru este diferit de zero un timp foarte scurt, timp în care condensatorul se încarcă, apoi curentul devine zero, deoarece condensatorul bun, constituie o întrerupere a circuitului de curent continuu.

5.7.2. Metoda voltmetrului. In acest caz se realizează montajul din fig.5.7. In cazul condensatorului clacat, la voltmetru V se va citi tensiunea U, a sursei. Dacă însă condensatorul este bun, atunci voltmetrul va indica zero, deoarece dielectricul dintre armăturile condensatorului constituie o întrerupere a circuitului de curent continuu, (în cazul de faţă circuitul voltmetrului).

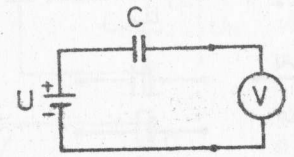


Fig.5.7

5.8. Condensatoare electrice indigene

Industria noastră electrotehnică, produce o gamă variată de condensatoare. Condensatoare necesare instalaţiilor de telefonie, telegrafie, semnalizare, radio, televiziune etc, se produc la:

- Intreprinderea de componente electronice pasive (ICEP) - Curtea de Argeş;
- Intreprinderea piese radio şi semiconductori (I.P.R.S) Băneasa-Bucureşti;
- Intreprinderea Tehnoton-Iaşi

Aceste intreprinderi realizează condensatoare avînd ca dielectric hîrtia impregnată sau film plastic (polietilen tereftalat, polistiren, policarbonat, propilenă, etc...), materiale ceramice, avînd capacităţi pînă la 20 μF, iar tensiuni nominale, pînă la 1300 V. în c.c. şi 1000 V în c.a. Tot aici se produc şi condensatoare electrolitice cu capacităţi pînă la 10^4 μF şi tensiuni continue cuprinse între 4 şi 450 V.

C A P I T O L U L VI

CIRCUITE MAGNETICE ŞI BOBINE ELECTRICE

6.1. Materiale feromagnetice

După modul cum se comportă materialele magnetice, introduse într-un cîmp magnetic exterior, acestea se pot clasifica în:

- materiale magnetice liniare, la care susceptivitatea magnetică χ_m este o scalară, constantă, independentă de valoarea cîmpului magnetic ce produce magnetizarea materialului;
- materiale magnetice neliniare, la care χ_m depinde de $\bar{H}$.

Materialele feromagnetice sînt în general neliniare, susceptivitatea magnetică χ_m, respectiv permeabilitatea magnetică relativă μ_r fiind, la cele mai multe dintre ele, funcţie atît de intensitatea H a cîmpului magnetic cît şi de stările de magnetizare anterioară. La unele materiale feromagnetice este prezent fenomenul de histerezis, la altele acesta este neglijabil. Proprietăţile magnetice ale acestor materiale depind şi de prelucrările mecanice precum şi de tratamentele termice aplicate. Ca valoare, μ_r la materialele feromagnetice este de ordinul 10^4-10^6. Unele materiale feromagnetice se caracterizează şi prin faptul că au magnetizaţie permanentă M_p diferită de zero.

Din cele de mai sus rezultă că la materialele feromagnetice dependenţa B = f(H) nu e o dreaptă. Această dependenţă este cea reprezentată în figura 6.1. Dacă se consideră materialul iniţial demagnetizat, la aplicarea unui cîmp magnetic de intensitate H, (de direcţie constantă) care creşte de la zero la $+H_{max}$, şi inducţia magnetică B va creşte, urmărind porţiunea 0-1-2-3 (pînă la B_{max}) porţiune denumită curbă de primă magnetizare a materialului.

Micşorînd pe H, (de la $+H_{max}$) şi B va descreşte, dar atunci cînd H = 0, B = $B_r \neq 0$, numită inducţie magnetică remanentă. Ca să se obţină B = $_r$0 (punctul 5) trebuie aplicat un H de

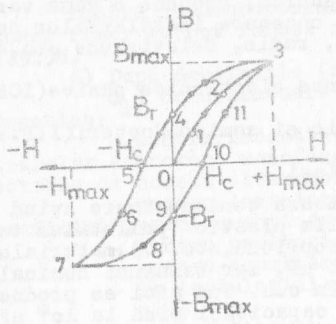


Fig. 6.1

sens opus celui inițial și de valoare H_c, numit cîmp magnetic coercitiv. Modificînd în continuare pe H, se descrie curba 5-6-7-8-9-10-11-3-4-5 denumită ciclu de histerezis.

Luînd diferite valori pentru H_{max} rezultă, pentru același material, diferite asemenea cicluri, iar locul geometric al vîrfului ciclurilor de histerezis, astfel obținute, se numește curba tehnică de magnetizare.

La curba tehnică de magnetizare, reprezentată în fig.6.2, se disting trei porțiuni: (0-1)-porțiunea liniară, cînd B este proporțional cu H; (1-2)-cotul curbei; (2-3)- porțiunea de saturație.

Forma și aria unui ciclu de histerezis prezintă mare importanță pentru cunoașterea materialelor feromagnetice. Se poate demonstra că aria unui ciclu de histerezis este proporțională cu energia necesară pentru un ciclu și unitatea de volum a materialului respectiv. Această energie ce se dezvoltă sub formă de căldură constituie pierderile prin histerezis.

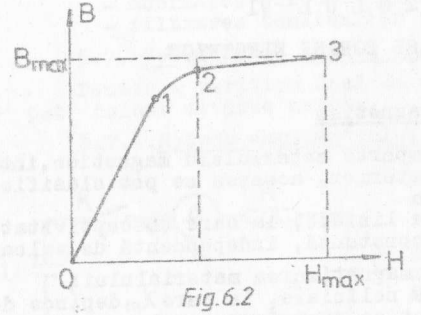


Fig. 6.2

Funcție de forma și suprafața ciclului de histerezis, materialele feromagnetice se pot clasifica în:

- Materiale magnetice moi, cu H_c de valoare redusă, μ_r foarte mare, pierderi prin histerezis reduse (aria ciclului histerezis mică), ele putîndu-se magnetiza și demagnetiza ușor. Sînt folosite în tehnică la realizarea circuitelor magnetice ale mașinilor, transformatoarelor și aparatelor electrice.
- Materiale magnetice dure, au H_c foarte mare, ciclul de histerezis lat, μ_r relativ mic, se magnetizează și demagnetizează foarte greu și sînt folosite la realizarea magneților permanenți. Au ca și caracteristică așa numita „cifră de calitate", care reprezintă valoarea maximă a produsului BH, valoare ce se obține pentru un anumit punct al curbei de magnetizare.

Materialele ferimagnetice (feritele), au proprietățile magnetice comparabile cu ale feromagneticelor, în schimb rezistivitatea lor este mult mai mare, $(10^4 - 10^8)\ \Omega m$. La aceste materiale pierderile prin curenți turbionari devin neglijabile, datorită rezistivității mari, respectiv conductivității mici. Sînt folosite la construcția unor echipamente ce lucrează la frecvențe înalte, cum ar fi: antene magnetice, cap magnetic pentru magnetofoane, bobine de șoc și de inductanță, etc.

6.2. Circuite magnetice și calculul lor

6.2.1. Circuit magnetic. Se definește circuitul magnetic ca fiind un sistem de medii prin care se poate închide fluxul magnetic. La realizarea circuitelor magnetice se folosesc materialele feromagnetice, deoarece, avînd permeabilitate magnetică mare concentrează cea mai mare parte a liniilor inducției mag-

netice, necesitînd solenații (amperspire) mici pentru producerea unor inducții, respectiv fluxuri magnetice foarte puternice, (deoarece H e proporțional cu solenația $\Theta = IN$ și $B = \mu H$ iar $\Phi = BS$ și μ - foarte mare). Cîmpul magnetic al circuitului poate fi produs de un sistem de magneți permanenți sau de un sistem de conductoare parcurse de curenți electrici, care constituie înfășurările circuitului magnetic. Aceste sisteme conductoare constituie bobinele de excitație și sînt dispuse pe miezuri feromagnetice.

Un circuit magnetic este format din materiale feromagnetice și din eventuale întreruperi transversale, numite întrefieruri (ocupate de aer sau materiale dia ori para magnetice). Porțiunea de circuit magnetic cu bobină se numește miez, iar cea fără, dar folosită pentru închiderea liniilor de cîmp magnetic sau pentru a lega între ele miezuri, se numește jug sau culasă.

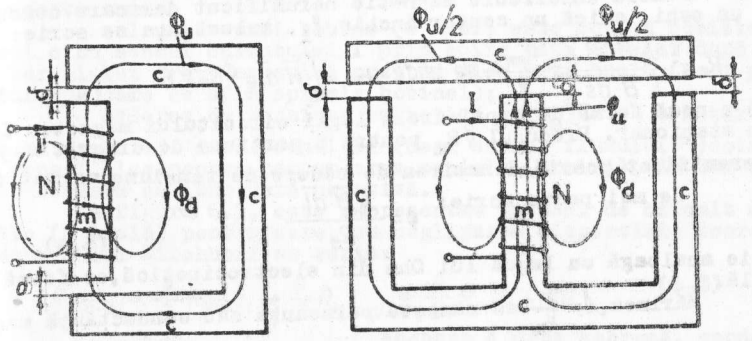


Fig. 6.3

In figura 6.3 sînt reprezentate două circuite magnetice la care s-a notat: m - miezul circuitului magnetic; c - jugul sau culasa; N - numărul de spire al bobinei de excitație ce se află pe miez; δ - întrefierul; Φ_u - flux magnetic util; Φ_d - flux magnetic de dispersie sau de scăpări.

Secțiunile care mărginesc întrefierul δ constituie polii circuitului magnetic și anume: polul nord dacă liniile de cîmp ies și polul sud dacă liniile de cîmp intră în materialul feromagnetic.

Circuitul magnetic este omogen atunci cînd cuprinde numai medii cu aceeași permeabilitate magnetică, respectiv neomogen cînd este realizat din medii cu permeabilități magnetice diferite.

Din punct de vedere al proprietăților de material există circuite magnetice:

- liniare, constituite numai din porțiuni de materiale feromagnetice cu μ = constant și întrefieruri de aer;
- neliniare, care conțin și porțiuni pentru care μ nu mai este constant.

Ca și configurație geometrică se deosebesc: circuite magnetice neramificate (fig.6.3a) și ramificate (fig.6.3b). Ramificațiile în lungul cărora fluxul magnetic este constant se numesc laturi de circuit magnetic iar punctele de concurență a mai multor laturi se numesc noduri. O succesiune de laturi, ce formează un contur închis, se numește ochi de circuit magnetic.

6.2.2. Reluctanţă magnetică. Este o mărime scalară(R_m), derivată,ce se referă la o porţiune ℓ de circuit magnetic neramificată şi fără dispersie magnetică,deci Φ = constant.Reluctanţa magnetică R_m(denumită şi rezistenţa magnetică) se defineşte ca raportul dintre tensiunea magnetică U_m de-a lungul lui ℓ şi fluxul magnetic Φ prin secţiunea S, transversală,a porţiunii de circuit magnetic considerată. Pe baza acestei definiţii, se poate scrie:

$$R_m = \frac{U_m}{\Phi} = \frac{\int_0^\ell \bar{H}\cdot d\bar{l}}{\Phi} = \frac{\int_0^\ell H\cdot dl}{\Phi} = \frac{\int_0^\ell \frac{B}{\mu} dl}{\Phi} = \frac{\int_0^\ell \frac{BS}{\mu S} dl}{\Phi} = \frac{\Phi\int_0^\ell \frac{dl}{\mu S}}{\Phi} = \int_0^\ell \frac{dl}{\mu S} \qquad (6.1)$$

Reluctanţa magnetică se măsoară în amper pe weber [A/Wb]

Dacă μ = constant şi S = constant, reluctanţa magnetică corespunzătoare porţiunii ℓ se scrie:

$$R_m = \frac{\ell}{\mu S} \qquad (6.2)$$

Pentru un circuit magnetic neramificat dar care constituie un ochi, adică un contur închis ℓ_i, reluctanţa se scrie:

$$R_m = \frac{\int_{\ell_i} \bar{H}\cdot d\bar{l}}{\int_S \bar{B}\cdot d\bar{s}} = \frac{U_{mm}}{\Phi}, \text{ de unde } U_{mm} = \int_{\ell_i} \bar{H}\cdot d\bar{l} = \Phi R_m = \theta \qquad (6.3)$$

adică o nouă formă de exprimare a legii circuitului magnetic în regim staţionar. Produsul ΦR_m pentru o porţiune de circuit magnetic neramificat poartă denumirea de cădere de tensiune magnetică.

Se mai poate scrie: $$\Phi = \frac{\int_{\ell_i} \bar{H}\cdot d\bar{l}}{R_m} \qquad (6.4)$$

relaţie analoagă cu legea lui Ohm din electrocinetică,ca formă integrală.

Mărimea $\Lambda = \frac{1}{R_m}$ se numeşte permeanţă sau conductanţă magnetică.

6.2.3. Teoremele lui Kirchhoff pentru circuite magnetice

Cele două teoreme ale lui Kirchhoff, pentru circuitele magnetice, sînt consecinţe a două legi:

- legea fluxului magnetic, $\int_{S_i} \bar{B}\, d\bar{s} = 0$
- legea circuitului magnetic în regim staţionar, $\int_{\ell_i} \bar{H}\, d\bar{l} = \Phi R_m$

a. Prima teoremă: suma algebrică a fluxurilor magnetice din laturile incidente la un nod de circuit magnetic este întotdeauna egală cu zero.

Fie un nod de circuit magnetic (fig.6.4) unde se întîlnesc trei laturi de circuit magnetic, în care există inducţiile magnetice $\bar{B}_1$, $\bar{B}_2$ şi $\bar{B}_3$,nod ce este închis de suprafaţa S_i.Pentru această suprafaţă închisă, legea fluxului magnetic se scrie:

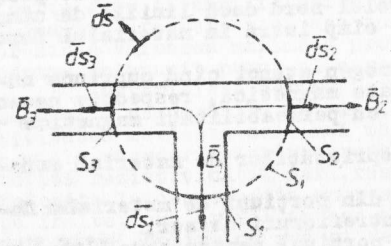


Fig. 6.4

$$\int_{S_i = S_1+S_2+S_3} \bar{B}\, d\bar{s} = 0 = \int_{S_1} \bar{B}_1\, d\bar{s}_1 + \int_{S_2} \bar{B}_2\, d\bar{s}_2 + \int_{S_3} \bar{B}_3\, d\bar{s}_3 = -\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0 \qquad (6.5)$$

Relaţia (6.5) scrisă sub forma generală:

$$\sum_{K=1}^{K} \Phi_K = 0 \qquad (6.6)$$

reprezintă prima teoremă a lui Kirchhoff pentru circuite magnetice.

In cele de mai sus s-a ţinut seama că $\bar{B} \neq 0$ numai prin S_1,S_2 şi S_3 în restul din S_i, peste tot $B = 0$(S_1,S_2 şi S_3, suprafeţe parţiale din S_i, după care se intersectează laturile circuitului magnetic cu S_i).

b) A doua teoremă : suma algebrică a solenaţiilor bobinelor dispuse pe laturile de circuit magnetic ce alcătuiesc un ochi de circuit(o buclă), este egală cu suma algebrică a căderilor de tensiune magnetică de pe aceleaşi laturi. Această teoremă se poate scrie:

$$\sum_{K=1}^{K} (NI)_K = \sum_{K=1}^{K} \Phi_K R_{mK} \qquad (6.7)$$

In aceste sume:

- solenaţia unei bobine (θ = NI) este cotată pozitivă atunci cînd sensul curentului I prin spire este asociat după regula burghiului drept sensului pozitiv ales prin buclă (deci prin latura pe care se află spirele bobinei);
- căderea de tensiune magnetică (ΦR_m)de pe o latură este cotată pozitivă dacă sensul ei (deci sensul fluxului Φ)coincide cu sensul ales pentru parcurgerea ochiului(buclei), în caz contrar aceasta se consideră negativă.

In figura 6.5, este reprezentat un ochi de circuit magnetic (o buclă) pentru care, cu neglijarea dispersiei, teorema a doua a lui Kirchhoff se scrie:

$$\Phi R_{m(a-b)} + \frac{\Phi}{2} R_{m(b-c)} + \frac{\Phi}{2} R_{m(c-d)} + \frac{\Phi}{2} R_{m(d-a)} = NI \qquad (6.8)$$

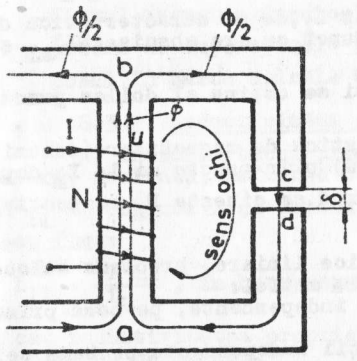


Fig.6.5

Aceasta a doua teoremă, conduce la scrierea unui număr de($l-n+1$) ecuaţii independente, cîtă vreme prin teorema la (n-1) asemenea ecuaţii. Drept urmare, cele două teoreme, conduc la scrierea unui sistem de $(l-n+1)+(n-1) = l$ ecuaţii independente, adică atîtea cîte laturi ℓ de circuit există.Prin n s-a notat numărul de noduri ale circuitului magnetic respectiv.

6.2.4. Calculul circuitelor magnetice:

Pentru calculul circuitelor magnetice, se fac unele aproximări, şi anume, se consideră:

- inducţia magnetică constantă pentru toate punctele unei secţiuni transversale a laturii de circuit magnetic;
- neglijabil fluxul de dispersie, flux ce se închide prin aer (dar nu prin aerul ce constituie întrefierul).

La calculul circuitelor magnetice se presupun cunoscute:

- toate dimensiunile geometrice ale laturilor de circuit;
- curbele de magnetizare B = f(H) pentru materialele fero-

magnetice din care sînt confecţionate laturile de circuit, curbe date în general sub formă de grafic.

Se deosebesc două cazuri:

a) Se cunosc fluxurile magnetice din laturile circuitului magnetic şi se cere valoarea solenaţiilor, respectiv a curenţilor din înfăşurări. In acest caz, calculul se face astfel:

- din $\phi_k = B_k S_k$, pentru fiecare latură l_k a circuitului magnetic, se determină valoarea inducţiei B_k;
- corespunzător lui B_k, din curba de magnetizare $B_k = f(H_k)$, a materialului feromagnetic din care e confecţionată latura k, se citeşte H_k, rezultînd $\mu_k = \frac{B_k}{H_k}$ şi apoi reluctanţa magnetică R_{mk} a laturii respective.
- se aplică teorema a doua a lui Kirchhoff, adică rel. (6.7) putîndu-se deci calcula valoarea solenaţiei pentru orice ochi de circuit, iar apoi valoarea curenţilor I_k din fiecare bobină, dacă se cunoaşte numărul de spire respectiv.

b) Se cunosc curenţii din înfăşurări (respectiv solenaţiile) şi se cer fluxurile magnetice ϕ_k din laturi. In acest caz calculul este mai dificil deoarece trebuie construită caracteristica de magnetizare a circuitului, care reprezintă dependenţa $\Phi = f(IN)$. Se procedează astfel:

- se alege un $\phi_k = \phi_{k1}$ şi corespunzător lui se obţine un B_{k1};
- pentru B_{k1}, din curba de magnetizare a materialului, se citeşte H_{k1}, rezultînd μ_{k1} iar apoi R_{mk1};
- aplicînd teorema a doua a lui Kirchhoff rezultă un I_{k1}, respectiv $(NI)_{k1}$;
- s-a obţinut astfel un punct A_1, de pe caracteristica de magnetizare a laturii k, punct ce are absciasa $(NI)_{k1}$ şi ordonata B_{k1};
- se alege un alt $\phi_k = \phi_{k2}$ şi se obţine al doilea punct A_2;
- se obţine astfel caracteristica de magnetizare (denumită şi caracteristică magnetică) prin puncte şi la I_k dat, deci $(NI)_k$ cunoscut, din curbă se citeşte B_k respectiv, se calculează $\phi_k = B_k S_k$.

In cazul circuitelor magnetice liniare, problema calculului circuitelor magnetice se rezolvă astfel:

- se scriu cele (n-1) ecuaţii independente, pe baza primei teoreme a lui Kirchhoff;
- se scriu cele $(l-n+1)$ ecuaţii independente pe baza celei de a doua teoreme;
- se obţine astfel sistemul de $(n-1)+(l-n+1) = l$ ecuaţii independente, adică atîtea cîte necunoscute (număr de laturi) sînt;
- se rezolvă sistemul de ecuaţii, luînd ca necunoscute solenaţiile şi cunoscute fluxurile, cazul (a) de mai sus, sau invers, cazul b.

6.3. Bobine electrice

6.3.1. Flux magnetic fascicular şi flux total

Bobina electrică este un element de circuit, realizat prin legarea în serie a mai multor spire care înfăşoară aceeaşi latură de circuit magnetic.

La o bobină cu N spire, parcurse de un curent de intensitate I, se defineşte:

- flux magnetic fascicular ϕ, fluxul ce străbate secţiunea (aria) fiecărei spire a bobinei;
- flux magnetic total (înlănţuire magnetică) ψ, fluxul prin întreaga bobină, adică suma fluxurilor fasciculare ale tuturor spirelor.

Dacă se neglijează fluxul de dispersie, atunci fluxurile fasciculare sînt egale, iar fluxul total va fi $\psi = N\phi$.

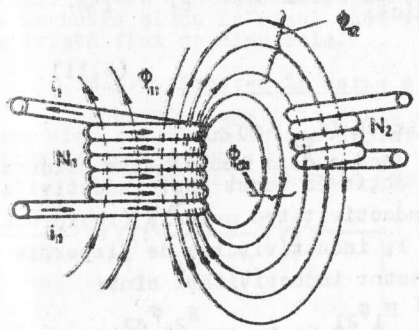


Fig.6.6

In caz contrar, aceste fluxuri sînt diferite ($\phi_1, \phi_2, \ldots \phi_N$), calculele putîndu-se efectua cu un flux fascicular mediu:

$$\phi = \phi_{med} = \frac{\phi_1 + \phi_2 + \ldots + \phi_N}{N}$$

Se consideră două bobine, cu N_1 respectiv N_2 spire, situate una în vecinătatea celeilalte şi numai prima este străbătută de curentul electric i_1.

Se disting:

- fluxul magnetic fascicular ϕ_{11}, produs de amperspirele $N_1 i_1$ printr-o spiră a bobinei cu N_1 spire;
- fluxul magnetic fascicular ϕ_{12}, produs de amperspirele $N_1 i_1$ ale primei bobine, printr-o spiră a bobinei 2;
- fluxul magnetic fascicular de scăpări (de dispersie) ϕ_{d1}, produs de amperspirele $N_1 i_1$ şi ale căror linii înlănţuie numai în parte spirele bobinei 1.

6.3.2. Inductivităţi proprii, mutuale şi de dispersie

a) Inductivitatea proprie L_{11} a bobinei 1 este o mărime scalară, derivată, definită ca raportul dintre fluxul total $\psi_{11} = N_1 \phi_{11}$ al bobinei 1 şi intensitatea i_1 a curentului ce produce acest flux:

$$L_{11} = \frac{N_1 \phi_{11}}{i_1}, \text{ în henry-simbol } [H] \qquad (6.9)$$

adică, inductivitatea proprie reprezintă înlănţuirea magnetică pe unitatea de curent.

Datorită asocierii sensurilor pozitive ale fluxului magnetic şi a intensităţii curentului, rezultă că L_{11} este întotdeauna pozitivă ($L_{11} > 0$).

b). Inductivitatea mutuală (reciprocă) L_{12} a bobinei 1 faţă de bobina 2, o mărime scalară, derivată, se defineşte ca raportul dintre fluxul magnetic total $\psi_{12} = N_2 \phi_{12}$, prin spirele bobinei 2, dar produs de i_1 şi intensitatea acestui curent, adică:

$$L_{12} = \frac{N_2 \phi_{12}}{i_1} \qquad (6.10)$$

Această inductivitate se mai notează şi cu M_{12}, şi poate

fi pozitivă sau negativă ($L_{12} \gtrless 0$) după cum sensul lui ϕ_{12} coincide sau nu cu sensul fluxului propriu, creat de bobina 2 dacă ea ar fi străbătută de curentul i_2, deci semnul lui L_{12} depinde de sensul lui i_2.

c)Inductivitatea de dispersie L_{d1} a bobinei 1 în raport cu bobina 2 este o mărime scalară derivată, definită ca raportul dintre fluxul magnetic total de dispersie $\psi_{d_1} = N_1\phi_{d_1}$ și intensitatea curentului i_1, adică:

$$L_{d1} = \frac{N_1\phi_{d1}}{i_1} \qquad (6.11)$$

fiind întotdeauna o mărime pozitivă ($L_{d1} > 0$).

Situația este similară dacă a doua bobină este parcursă de curentul i_2, iar $i_1 = 0$. Se obțin în acest caz: inductivitatea proprie L_{22} a bobinei 2; inductivitatea mutuală (reciprocă) L_{21} a bobinei 2 față de bobina 1; inductivitatea de dispersie L_{d2} a bobinei 2. Expresiile acestor inductivități sînt:

$$L_{22} = \frac{N_2\phi_{22}}{i_2}\ ;\quad L_{21} = M_{21} = \frac{N_1\phi_{21}}{i_2}\ L;\ L_{d2} = \frac{N_2\phi_{d2}}{i_2}$$

Se poate demonstra relația de reciprocitate și anume că $L_{12} = L_{21}$ (respectiv $M_{12} = M_{21}$).

Suma algebrică,a celor două fluxuri ϕ_{12} și ϕ_{21},constituie fluxul magnetic comun.

Cînd cele două bobine sînt în medii liniare și izotrope, se pot demonstra următoarele teoreme:

- teorema inductivității proprii:inductivitatea proprie a unei bobine depinde numai de geometria sa(formă,dimensiuni și număr de spire) și de caracteristicile de material ale mediului;
- teorema inductivității mutuale:inductivitatea mutuală a unei bobine față de alta depinde numai de geometria celor două bobine, de poziția lor relativă și de caracteristicile de material ale mediului.

O bobină la care se neglijează rezistența electrică R a spirelor(bobină ideală) se reprezintă grafic prin unul din simbolurile din fig. 6.7a.,iar bobina la care nu se poate neglija rezistența, ca în fig.6.7.b.

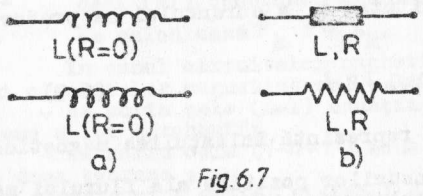


Fig.6.7

Două bobine,pentru care ϕ_{12} respectiv ϕ_{21} sînt diferite de zero,se numesc bobine cuplate magnetic și se reprezintă simbolic ca în fig.6.8.

Una din bornele fiecărei bobine este marcată,numindu-se bornă polarizată.Dacă ambii curenți (i_1 și i_2)intră sau ies pe la aceste borne atunci $L_{12} > 0$(respectiv $L_{21} > 0$). In caz contrar, cînd un curent intră în bobină prin borna polarizată iar

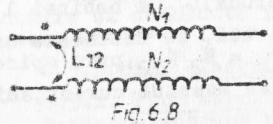


Fig.6.8

celălalt iese prin borna respectivă, inductivitatea mutuală este negativă.

Factorul $\frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}$ se numește factor de cuplaj magnetic și are valori cuprinse între zero, cînd bobinele nu sînt cuplate magnetic și unu în cazul unui cuplaj magnetic perfect,adică nu există flux de dispersie.

6.3.3. Legarea în serie a bobinelor cuplate magnetic

Bobinele legate în serie sînt parcurse de același curent electric. Două bobine cuplate magnetic, pot fi legate în serie în două moduri:

a) legarea adițională (cuplaj magnetic adițional)în care caz ψ_{12} și ψ_{21} sînt pozitive (deci $L_{12} > 0$ și $L_{21} > 0$).Ansamblul format din cele două bobine astfel legate în serie(fig. 6.9) are o inductivitate totală :

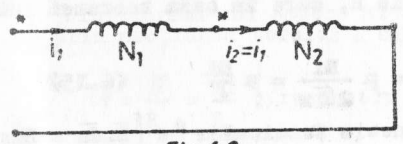


Fig.6.9

$$L = L_{11} + L_{22} + L_{12} + L_{21} = L_{11} + L_{22} + 2L_{12} \qquad (6.12)$$

unde s-a considerat $L_{12} = L_{21}$.

b) Legarea opozițională (cuplaj magnetic în opoziție), în care caz înlănțuirile magnetice (fluxurile totale) ψ_{12} și ψ_{21} sînt negative.Inductivitatea totală va fi:

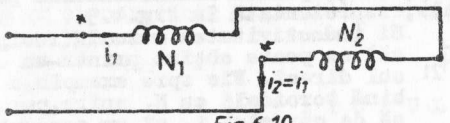


Fig.6.10

$$L = L_{11} + L_{22} - L_{12} - L_{21} = L_{11} + L_{22} - 2L_{12} \qquad (6.13)$$

unde s-a considerat $L_{12} = L_{21}$.

Un exemplu de legare opozițională se întîlnește la realizarea unor rezistoare etalon, la care trebuie ca inductivitatea să fie zero. Un asemenea rezistor este bobinat cu fir dublu, realizîndu-se două bobine identice, care se leagă în opoziție, cuplajul lor magnetic fiind total și în acest caz $L_{11}=L_{22}=L_{21}$, iar drept urmare $L = L_{11} + L_{22} - 2L_{12} = 0$ (6.14)

Legarea în serie opozițională se mai numește și legare diferențială.

6.3.4. Clasificarea bobinelor electrice

După destinație, se disting:

- bobinele din care sînt realizate înfășurările mașinilor, transformatoarelor,aparatelor și releelor electrice;
- bobinele de șoc,folosite la filtrarea curenților ale căror frecvențe sînt cuprinse în anumite game de valori;
- bobinele de aprindere, necesare obținerii scînteii la

bujiile motoarelor cu explozie;
- bobinele de acord, întîlnite în radio, televiziune, circuite electronice, având inductivitate ce se poate varia;
- bobinele etalon, de valori o.1 mH-1o H.

După frecvenţa de lucru, bobinele se clasifică în:
- bobine ce funcţionează la tensiuni şi curenţi de înaltă frecvenţă (IF);
- bobine ce lucrează în joasă frecvenţă (JF);
- bobine folosite în domeniul frecvenţelor industriale (5o-6o Hz).

După natura circuitului magnetic, există bobine cu şi fără miez de fier (sau alt material feromagnetic).

6.4. Exemple de calcul al inductivităţii bobinelor

Pentru acest calcul se pot folosi diverse procedee:

6.4.1. Calculul direct al inductivităţilor. Fie bobina toroidală din fig.4.8. Se presupune că cele N spire ale bobinei sînt parcurse de curentul de intensitate i, deci în interiorul bobinei se crează cîmpul magnetic H, care în baza teoremei lui Ampère are valoarea:

$$H = \frac{Ni}{\ell} = \frac{Ni}{2\pi r} \text{ respectiv } B = \mu H = \mu \frac{Ni}{2\pi r} = \mu \frac{Ni}{\ell} \qquad (6.15)$$

Se calculează fluxul magnetic fascicular $\phi = \int_S \bar{B}.d\bar{s} = B.s$, prin secţiunea s a torului, iar apoi se determină inductivitatea proprie (din relaţia 6.9), adică:

$$L = \frac{N\phi}{i} = \frac{N}{i} Bs = \frac{N}{i} \mu \frac{Ni}{\ell} s = N^2 \frac{\mu s}{\ell} \qquad (6.16)$$

Relaţia 6.16 confirmă teorema inductivităţii proprii.

Acelaşi expresie se obţine şi pentru inductivitatea proprie a unei bobine solenoidale, reprezentată în fig.4.9.

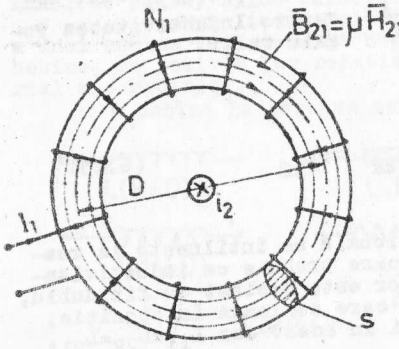


Fig.6.11

Si inductivitatea mutuală (reciprocă) se poate obţine printr-un calcul direct. Fie spre exemplu, o bobină toroidală cu N_1 spire, parcursă de curentul i_1 şi un conductor rectiliniu, foarte lung, perpendicular pe planul torului, care trece prin centrul acesteia şi este străbătut de curentul i_2. Curentul i_2 crează un cîmp magnetic $\bar{H}_{21}$, a cărui linii se închid prin miezul toroidal. Inducţia magnetică B_{21}, din miezul torului produsă de i_2, este uniformă, dacă secţiunea s a torului este mică în raport cu diametrul D, ea putîndu-se scrie:

$$B_{21} = \mu H_{21} = \mu \frac{i_2 N_2}{\ell} = \mu \frac{i_2}{\pi D} \qquad (6.17)$$

căci $N_2 = 1$ spiră.

Rezultă pentru inductivitatea mutuală dintre conductor şi tor, expresia:

$$L_{21} = \frac{\phi_{21} N_1}{i_2} = \frac{s.B_{21}}{i_2} N_1 = \frac{s}{i_2} \mu \frac{i_2}{\pi D} N_1 = \frac{\mu s}{\pi D} N_1 \qquad (6.18)$$

sau în general, cînd $N_2 \neq 1$,

$$L_{21} = N_1 N_2 \frac{\mu s}{\pi D} \qquad (6.19)$$

Relaţia 6.19 confirmă teorema inductivităţii mutuale.

6.4.2. Calculul inductivităţilor cu ajutorul reluctanţei magnetice sau a permeanţei. Se consideră aceeaşi bobină toroidală din fig.4.8 (fără dispersie), la care circuitul magnetic are reluctanţa magnetică dată de rel(6.2), adică:

$$R_m = \frac{\ell}{\mu s} = \frac{\pi D}{\mu s}, \text{ care se poate calcula.}$$

Din teorema lui Ampère şi (rel.6.4) rezultă fluxul fascicular prin secţiunea torului, sub forma:

$$\phi = \frac{\theta}{R_m} = \frac{NI}{R_m}, \text{ respectiv fluxul total } \Psi = N\phi = \frac{N^2 i}{R_m}$$

Inductivitatea proprie a unei asemenea bobine, conform definiţiei, se poate scrie:

$$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{N^2}{R_m} = N^2 \Lambda \qquad (6.2o)$$

ea fiind egală deci, cu raportul dintre pătratul numărului de spire al bobinei şi reluctanţa circuitului magnetic respectiv, sau egală cu produsul dintre pătratul numărului de spire al bobinei şi permeanţa magnetică respectivă.

CAPITOLUL VII.

ENERGIE ŞI FORŢE ÎN CÎMPUL ELECTROMAGNETIC

7.1. Energie electrică

Explorarea unui cîmp electric de intensitate $\bar{E}$, într-un punct al său, s-a făcut cu ajutorul forţei $\bar{F} = q\bar{E}$ ce acţionează asupra unui corp punctiform, încărcat cu sarcina electrică q (deci corp electrizat) şi introdus în punctul respectiv. La deplasarea acestui corp, sub acţiunea forţei $\bar{F}$, se efectuează un lucru mecanic, $dL = F.dx$ (dacă dx este elementul de deplasare, în sensul forţei). Posibilitatea efectuării de lucru mecanic de către forţele cîmpului electric denotă existenţa unei energii specifice cîmpului electric (denumită energie electrică), care prin intermediul acestui lucru mecanic se transformă în alte forme de energie.

Faptul că în fiecare punct din cîmpul electric se exercită forţe asupra corpurilor electrizate, duce la concluzia că energia electrică W_e este înmagazinată în întregul volum (spaţiu) ocupat de cîmpul electric. Altfel spus W_e este diferită de zero în toate regiunile în care cîmpul electric este diferit de zero.

Aşadar, fiecare element de volum din cîmpul electric, este purtătorul unei anumite cantităţi de energie electrică, putîndu-se vorbi de o densitate de volum w_{eo} a energiei electrice, în fiecare punct unde cîmpul electric este caracterizat prin cele două mărimi de stare: intensitatea cîmpului electric $\bar{E}$ şi inducţia electrică $\bar{D}$.

Se poate demonstra că în cazul cîmpurilor electrice din medii liniare şi fără polarizare electrică permanentă, unde $\bar{D} = \varepsilon\bar{E}$ şi ε = constant, densitatea de volum w_{eo} a energiei electrice are expresia:

$$w_{eo} = \frac{1}{2}\bar{D}\bar{E} \text{ sau } w_{eo} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \text{ respectiv } w_{eo} = \frac{1}{2}\frac{D^2}{\varepsilon}, \text{ în } [J/m^3] \quad (7.1)$$

rezultînd pentru energia electrică W_e localizată în volumul σ din cîmpul electric, expresia:

$$W_e = \frac{1}{2}\int_{\sigma}\bar{D}\bar{E}\,d\sigma \quad (7.2)$$

Relaţia (7.2) are o valabilitate generală, inclusiv pentru cazul cînd $\bar{E}$ şi $\bar{D}$ variază în timp, deci şi în cîmpul electromagnetic.

In regimul static al cîmpului electric, energia W_e se numeşte energie electrostatică şi se caracterizează prin faptul că este constantă în timp (mărimile fizice de stare $\bar{D}$ şi $\bar{E}$ ale cîmpului electrostatic fiind constante în timp) şi nu se propagă la distanţă.

Dacă se consideră cîmpul electrostatic omogen dintre armăturile unui condensator plan (fig.5.1), unde dielectricul de permitivitate ε este liniar şi fără polarizare permanentă, atunci energia electrostatică înmagazinată în acest cîmp se scrie:

$$W_e = \frac{1}{2}\int_{\sigma}\bar{D}.\bar{E}\,d\sigma = \frac{1}{2}\int_{\sigma}\{\bar{D}.\bar{E}\}\{\bar{ds}.\bar{dl}\} = \frac{1}{2}\int_{S_i}\bar{D}.\bar{ds}\int_{V_1}^{V_2}\bar{E}.\bar{dl} = \frac{1}{2}q_1(V_1-V_2) = \frac{1}{2}qU \quad (7.3)$$

La scrierea relaţiei 7.3 s-a ţinut seama de fig.5.1, în care:

- vectorii $\bar{D}, \bar{E}$, $\bar{dl}$ şi $\bar{ds}$ sînt omopolari;
- elementul de volum $d\sigma = ds.dl$, volumul σ fiind volumul dielectricului delimitat de suprafaţa închisă S_i;
- integralele de suprafaţă şi de linie, au valorile date de rel.(5.3) şi (5.4).

Ţinînd seama de rel(5.2) expresia energiei electrostatice înmagazinată în cîmpul electric din dielectricul unui condensator plan, se mai poate scrie:

$$W_e = \frac{1}{2}qU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \quad (7.4)$$

unde, $q = q_1$ reprezintă sarcina electrică a armăturii pozitive;

$U = V_1 - V_2$, diferenţa de potenţial dintre armăturile condensatorului plan de capacitate C.

Expresia energiei electrostatice, dată de rel.7.3, dacă se ţine seama de faptul că $q_1 = -q_2$, se mai poate scrie

$$W_e = \frac{1}{2}q_1(V_1-V_2) = \frac{1}{2}q_1V_1 - \frac{1}{2}q_1V_2 = \frac{1}{2}q_1V_1 + \frac{1}{2}q_2V_2 \quad (7.5)$$

Dacă în locul celor două armături ale condensatorului plan, se consideră n corpuri conductoare, încărcate cu sarcinile electrice $q_1, q_2 \ldots q_n$, avînd potenţialele $V_1, V_2 \ldots V_n$, se poate demonstra că energia electrostatică înmagazinată în cîmpul electrostatic produs de acest sistem de corpuri electrizate, are expresia:

$$W_e = \frac{1}{2}q_1V_1 + \frac{1}{2}q_2V_2 + \ldots + \frac{1}{2}q_nV_n = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}q_kV_k \quad (7.6)$$

7.2. Energie magnetică

Asupra conductoarelor aflate în stare electrocinetică şi a corpurilor magnetizate, care sînt introduse în cîmpul magnetic, se exercită forţe şi momente, iar la deplasarea lor datorită acestor acţiuni ponderomotoare, se efectuează lucru mecanic. Acest fapt denotă existenţa unei energii specifice cîmpului magnetic, denumită energie magnetică, care prin intermediul lucrului mecanic se transformă în alte forme de energie.

Acţiunile ponderomotoare se manifestă în fiecare punct din cîmpul magnetic, ceea ce duce la concluzia că şi energia magnetică W_m (ca şi cea electrică) este înmagazinată în întregul volum (spaţiu) ocupat de cîmpul magnetic.

Se poate demonstra că în cazul cîmpurilor magnetice, produse de curenţi electrici de conducţie, în medii liniare si fără magnetizaţie permanentă, unde $\bar{B} = \mu\bar{H}$ şi μ = constant, densitatea de volum w_{mo} a energiei magnetice are expresia:

$$w_{mo} = \frac{1}{2}\bar{B}\bar{H} \text{ sau } w_{mo} = \frac{1}{2}\mu H^2 \text{ respectiv } w_{mo} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}, \text{ în } [J/m^3] \quad (7.7)$$

rezultînd pentru energia magnetică W_m localizată în volumul σ din cîmpul magnetic:

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{\sigma}\bar{B}\bar{H}\,d\sigma \quad (7.8)$$

Această expresie este valabilă în cazurile cele mai generale deci şi în regim variabil, pentru cîmpul magnetic din medii liniare şi fără magnetizaţie permanentă.

Dacă se consideră cîmpul magnetic dintr-o bobină toroidală ca cea din fig.4.8.a., mediul fiind liniar şi fără magnetizaţie permanentă, energia magnetică înmagazinată în acest cîmp (în volumul ocupat de tor) se scrie:

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{\sigma}\bar{B}.\bar{H}.d\sigma \quad (7.9)$$

în care, $\bar{B} = \mu\bar{H}$ şi μ = constant; vectorii $\bar{B}, \bar{H}, \bar{dl}$ şi $\bar{ds}$ sînt omopolari, iar elementul de volum $d\sigma = ds\,dl$.

Ţinînd seama de relaţiile (4.73) şi (3.28), adică:

$\int_{l_i}\bar{H}\,\bar{dl} = iN$; $\int_{S}\bar{B}\,\bar{ds} = \Phi$; iar $\Psi = N\Phi$ fiind fluxul total al bobinei considerate, expresia energiei magnetice dată de rel(7.9) devine:

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{\sigma}\bar{B}\bar{H}\,d\sigma = \frac{1}{2}\int_{\sigma}\{\bar{B}\bar{H}\}\{\bar{ds}\,\bar{dl}\} = \frac{1}{2}\int_{l_i}\bar{H}\,\bar{dl}\int_{S}\bar{B}\,\bar{ds} = \frac{1}{2}iN\Phi = \frac{1}{2}\Psi i \quad (7.10)$$

Cum prin definiţie inductivitatea proprie L,a unei bobine ,este înlănţuirea magnetică (fluxul total)pe unitatea de curent ($L = \Psi/i$), rezultă pentru W_m următoarele trei forme echivalente de exprimare:

$$W_m = \frac{1}{2}\psi i = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2}\frac{\psi^2}{L} \qquad (7.11)$$

Se poate demonstra că în cazul a două bobine parcurse de curenţii i_1 respectiv i_2 şi cuplate magnetic, energia magnetică a sistemului format de acestea, se scrie sub forma:

$$W_m = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + L_{12} i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 \qquad (7.12)$$

In această expresie, termenii $\frac{1}{2} L_{11} i_1^2$ şi $\frac{1}{2} L_{22} i_2^2$ reprezintă energiile magnetice proprii celor două bobine iar $L_{12} i_1 i_2 = \frac{1}{2} L_{12} i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_{21} i_2 i_1$ (cu $L_{12} = L_{21}$) constituie energia lor de interacţiune.

7.3. Energie electromagnetică

După cum s-a mai spus, cîmpul electromagnetic reprezintă una din formele de existenţă a materiei, formă ce este distinctă de substanţa corpurilor. El poate exista atît în corpuri cît şi în afara lor.Prin intermediul cîmpului electromagnetic, se pot transmite din aproape în aproape, acţiuni pondero-motoare(forţe şi momente) asupra corpurilor electrizate respectiv magnetizate, el fiind capabil să acumuleze şi să transmită energie.

In cîmpul electromagnetic, considerat ca un sistem fizic, se află înmagazinată aşa numita energie electromagnetică, singura care se propagă la distanţă prin intermediul cîmpului electromagnetic oscilant din spaţiu. Suportul acestei propagări îl constituie mediul înconjurător.

Cîmpul electromagnetic reprezintă unitatea dintre cîmpurile electric şi magnetic variabile în timp, adică $\bar{E}, \bar{D}, \bar{H}$ şi $\bar{B}$ sînt funcţii de timp. Ca urmare ,energia electromagnetică W este suma dintre energia cîmpului electric W_e şi cea a cîmpului magnetic W_m,putîndu-se scrie:

$$W = W_e + W_m = \frac{1}{2}\int_\sigma \bar{E}\,\bar{D}\,d\sigma + \frac{1}{2}\int_\sigma \bar{B}\bar{H}\,d\sigma \qquad (7.13)$$

Cele două energii(W_e şi W_m) sînt funcţii de timp, local oscilează în timp, crescînd şi descrescînd, fără însă a se propaga la distanţă.

Faptul că energia electromagnetică se propagă la distanţă,permite introducerea noţiunii de flux de energie electromagnetică sau putere electromagnetică p, în $[J/s]$ sau $[W]$şi care reprezintă energia electromagnetică ce străbate o anumită suprafaţă S în unitatea de timp. Dacă această suprafaţă se consideră ca fiind perpendiculară pe direcţia de propagare a energiei, atunci se defineşte drept densitate a fluxului de energie electromagnetică sau puterea electromagnetică specifică (măsurată în $[W/m^2]$, energia electromagnetică care în unitatea de timp străbate unitatea de suprafaţă (adică fluxul de energie prin unitatea de suprafaţă). Această densitate este o mărime vectorială, se notează cu $\bar{\mathcal{P}}$, fiind cunoscută sub denumirea de vectorul lui Poynting.

Pe baza celor de mai sus se poate scrie:

$$p = \int_S \bar{\mathcal{P}}\,d\bar{s} \qquad (7.14)$$

Dacă se consideră în cîmpul electromagnetic, un volum σ, delimitat de suprafaţa închisă S_i, (fig.7.1),atunci conform principiului de conservare a energiei, scăderea energiei electromagnetice din volumul σ, în unitatea de timp, este egală cu suma dintre partea acestei energii care se transformă, în unitatea de timp,în alte forme de energie în interiorul lui o şi fluxul de energie care se transmite spre exterior prin S_i. Notînd p_j,energia electromagnetică din unitatea de volum care în unitatea de timp se transformă în alte forme de energie, atunci pe baza principiului conservării energiei se poate scrie:

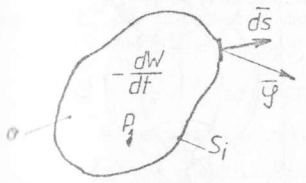


Fig.7.1

$$-\frac{dW}{dt} = \int_\sigma p_j\,d\sigma + \int \bar{\mathcal{P}}\,d\bar{s} \qquad (7.15)$$

Pe de altă parte, în baza rel(7.13), considerînd mediul liniar (ε şi μ constante) şi fără polarizare electrică sau magnetică permanente (adică $\bar{P}_p = 0$ şi $\bar{M}_p = 0$) iar corpurile în stare de repaus, se poate scrie:

$$-\frac{dW}{dt} = -\frac{\partial W}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_\sigma \frac{\bar{E}\bar{D} + \bar{H}\bar{B}}{2}d\sigma = -\int_\sigma \bar{E}\,\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} - \int_\sigma \bar{H}\,\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \qquad (7.16)$$

Folosind ecuaţiile lui Maxwell (rel.4.68 şi 4.54), relaţia (7.16) devine:

$$-\frac{dW}{dt} = -\int_\sigma \bar{E}(rot\,\bar{H} - \bar{J})d\sigma - \int_\sigma \bar{H}\,rot\,\bar{E}\,d\sigma = \int_\sigma \bar{E}\bar{J}d\sigma + \int_\sigma (\bar{H}rot\bar{E} - \bar{E}rot\bar{H})d\sigma \qquad (7.17)$$

Tinînd seama de identitatea vectorială $div(\bar{E}x\bar{H}) = \bar{H}rot\bar{E} - \bar{E}.rot\,\bar{H}$, cunoscută de la cursul de matematici speciale, se obţine:

$$-\frac{dw}{dt} = \int_\sigma \bar{E}\bar{J}d\sigma + \int_\sigma d\sigma\,div\bar{E}x\bar{H} = \int_\sigma \bar{E}\,\bar{J}d\sigma + \int_{S_i}(\bar{E}x\bar{H})\,d\bar{s} \qquad (7.18)$$

Din rel.(7.15) şi (7.18) rezultă:

$p_j = \bar{E}\bar{J}$, care reprezintă densitatea de volum a puterii electromagnetice, cedată în unitatea de timp, de către cîmpul electromagnetic, conductoarelor în stare electrocinetică;

$\bar{\mathcal{P}} = \bar{E} \times \bar{H}$, densitatea de putere electromagnetică care străbate suprafaţa S_i, adică energia electromagnetică ce străbate în unitatea de timp unitatea de suprafaţă.

Pe baza rel.(7.16) şi (7.18) se poate scrie:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int_\sigma \frac{\bar{E}\bar{D} + \bar{H}\bar{B}}{2}d\sigma = \int_\sigma \bar{E}\,\bar{J}d\sigma + \int_{S_i}(\bar{E}\times\bar{H})\,d\bar{s} \qquad (7.19)$$

relaţie cunoscută sub denumirea de teorema energiei electromagnetice.

Ca exemplu de propagare a energiei electromagnetice, se poate considera o linie electrică, folosită la transportul de energie electromagnetică în curent alternativ monofazat. In fig. 7.2a este prezentată o astfel de linie formată din două conductoare (1 şi 2) în jurul cărora există un cîmp electric $\bar{E}$ şi unul magnetic $\bar{H}$, ambele variabile în timp (cîmp electromagnetic).Pe un plan P, perpendicular pe cele două conductoare, se trasează liniile lui $\bar{E}$ şi $\bar{H}$, pentru momentul cînd $V_1 > V_2$ şi i are sensul din figura 7.2b. Cei doi vectori $\bar{E}$ şi $\bar{H}$ sînt perpendiculari între ei în orice moment şi în orice punct din planul P.Vectorul $\bar{\mathcal{P}} = \bar{E} \times \bar{H}$ este perpendicular pe planul P, deci în lungul con-

ductoarelor, dirijat de la generator spre consumator. Suportul

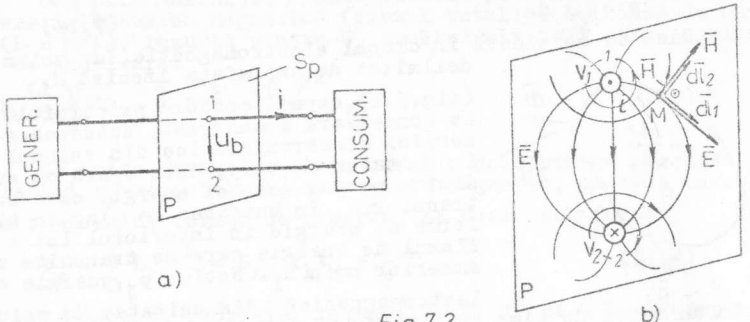


Fig. 7.2

energiei electromagnetice este mediul înconjurător, iar conductoarele au rolul numai de a dirija această energie, aranjînd intensităţile $\bar{E}$ şi $\bar{H}$, pentru ca propagarea să aibă loc după o anumită direcţie şi într-un sens dat de $\bar{\mathcal{P}} = \bar{E} \times \bar{H}$.

Energia electromagnetică care străbate în unitatea de timp suprafaţa S_p, extinsă la infinit, a planului P, adică puterea electromagnetică, se poate scrie:

$$p = \int_{S_p} (\bar{E} \times \bar{H}) \cdot d\bar{s}_p = \int_{l_1}\int_{l_2} (\bar{E} \times \bar{H}) \cdot (d\bar{l}_1 \times d\bar{l}_2) \qquad (7.20)$$

căci $d\bar{s}_p = d\bar{l}_1 \times d\bar{l}_2$

Cum $(\bar{E} \times \bar{H})(d\bar{l}_1 \times d\bar{l}_2) = (\bar{E} \cdot d\bar{l}_1)(\bar{H} \cdot d\bar{l}_2) - (\bar{E} \cdot d\bar{l}_2)(\bar{H} \cdot d\bar{l}_1) =$

$= (\bar{E} \cdot d\bar{l}_1)(\bar{H} \cdot d\bar{l}_2)$ căci $(\bar{E} \cdot d\bar{l}_2) = 0$ şi $(\bar{H} \cdot d\bar{l}_1) = 0$

rezultă pentru p, expresia:

$$p = \int_{l_1}\int_{l_2} (\bar{E} \cdot d\bar{l}_1)(\bar{H} \cdot d\bar{l}_2) = \int_{l_1} \bar{E} \cdot d\bar{l}_1 \int_{l_2} \bar{H} \cdot d\bar{l}_2 = u_b i \qquad (7.21)$$

unde

$u_b = V_1 - V_2 = \int_{l_1} \bar{E} \cdot d\bar{l}_1 = \int_1^2 \bar{E} \cdot d\bar{l}_1$, reprezintă tensiunea între cele două conductoare;

$i = \int_{l_2} \bar{H} \cdot d\bar{l}_2 = \int_{l_i} \bar{H} \cdot d\bar{l}_2$, este curentul electric ce străbate aceleaşi conductoare.

7.4. Forţe în cîmpul electromagnetic

7.4.1. Densitatea de volum a forţei. Cînd un sistem fizic format din corpuri se află într-un cîmp electromagnetic, atunci se dezvoltă şi anumite forţe, denumite forţe electromagnetice, caracterizate prin faptul că ele depind de mărimile de stare electrică şi magnetică ale corpurilor şi se anulează odată cu dispariţia cîmpului. Asemenea forţe, exercitate de cîmpul electromagnetic asupra corpurilor, pot fi localizate în elemente de volum oricît de mici (în concordanţă cu concepţia modernă a transmiterii acţiunilor din aproape în aproape) şi ca urmare are sens introducerea noţiunii de densitate de volum a forţei:

$$\bar{f} = \lim_{\Delta\sigma \to 0} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta \sigma} = \frac{d\bar{F}}{d\sigma} \qquad (7.22)$$

densitate care se descompune de obicei în doi termeni, $\bar{f} = \bar{f}_e + \bar{f}_m$, denumiţi densitate de volum a forţei electrice ($\bar{f}_e$) şi respectiv magnetice ($\bar{f}_m$).

Se poate demonstra că cele două densităţi au următoarele expresii, ca forma cea mai generală:

$$\bar{f}_e = \rho_\sigma \bar{E} - \frac{1}{2} E^2 \operatorname{grad} \varepsilon + \operatorname{grad}\left\{\frac{1}{2} E^2 \tau \frac{d\varepsilon}{d\tau}\right\} - \bar{D} \times \operatorname{rot} \bar{E} \qquad (7.23)$$

$$\bar{f}_m = -\frac{1}{2} H^2 \operatorname{grad} \mu + \operatorname{grad}\left\{\frac{1}{2} H^2 \tau \frac{d\mu}{d\tau}\right\} - \bar{B} \times \operatorname{rot} \bar{H} \qquad (7.24)$$

în care τ este masa volumică a mediului (densitatea).

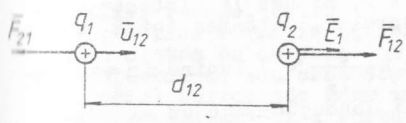
7.4.2. Forţa lui Coulomb. Fie un corp punctiform, încărcat cu sarcina electrică q repartizată volumetric cu densitatea ρ_σ, situat într-un cîmp electrostatic de intensitate $\bar{E}$. Mediul este omogen, izotrop, deci ε = ct. In aceste condiţii, din rel. (7.23) rezultă:

$\bar{f}_e = \rho_\sigma \bar{E}$, căci restul terminilor devin nuli.

Forţa $\bar{F}$ exercitată de cîmpul electric exterior $\bar{E}$, asupra întregului corp punctiform, de volum σ, va fi:

$$\bar{F} = \int_\sigma \bar{f}_e \cdot d\sigma = \int_\sigma \rho_\sigma \bar{E} \cdot d\sigma = \bar{E} \int_\sigma \rho_\sigma d\sigma = q\,\bar{E} \qquad (7.25)$$

S-a considerat, la scrierea relaţiei de mai sus, că în volumul σ ocupat de corpul punctiform, cîmpul electric este omogen, adică intensitatea cîmpului $\bar{E}$ este constantă.



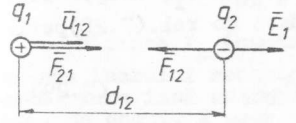


Fig. 7.3

In cazul a două corpuri punctiforme imobile, situate la distanţa d_{12} unul de celălalt, pe care se află sarcinile q_1 şi q_2, şi care se află într-un mediu dielectric de permitivitate absolută ε, între ele se va exercita o forţă care se poate calcula astfel:

- sarcina q_1, crează în punctul unde se află sarcina q_2 un cîmp electric de intensitate $\bar{E}_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon d_{12}} \bar{u}_{12}$,
- asupra lui q_2 se va exercita forţa:

$$\bar{F}_{12} = q_2 \bar{E}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon d_{12}^2} \bar{u}_{12} = -\bar{F}_{21} \qquad (7.26)$$

Această relaţie reprezintă teorema lui Coulomb care se poate enunţa : forţa de interacţiune dintre două corpuri punctiforme (unul faţă de celălalt) încărcate cu sarcinile electrice q_1 respectiv q_2 situate la o distanţă mică d_{12} (în comparaţie cu depărtarea pînă la orice alt corp), într-un mediu dielectric liniar, izotrop, nepolarizat permanent, este direct proporţională cu produsul sarcinilor lor şi invers proporţională cu patratul distanţei dintre ele şi cu permitivitatea absolută ε (a mediului în care se află corpurile încărcate). Această forţă are direcţia după dreapta ce uneşte centrele celor două corpuri, iar sensul este de respingere sau atragere (fig. 7.3), după cum cele două sarcini sînt sau nu de acelaşi semn.

7.4.3. Forţa lui Laplace. Se consideră un cîmp magnetic în regim cvasistaţionar, într-un mediu cu μ = ct şi ca urmare densitatea de volum a forţei magnetice f_m se scrie:

$$\bar{f}_m = -(\bar{B} \times \text{rot}\,\bar{H}) = -(\bar{B} \times \bar{J}) = (\bar{J} \times \bar{B})$$

unde s-a înlocuit rot $\bar{H} = \bar{J}$, considerînd $\bar{J}_D = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = 0$ (neavînd curent de deplasare). Această densitate, $\bar{f}_m = \bar{J} \times \bar{B}$, corespunde forţelor exercitate de cîmp asupra conductoarelor în stare electrocinetică.

Dacă se integrează f_m, pentru întregul volum o al conductorului filiform de lungime l şi parcurs de curent de intensitate i, se obţine forţa:

$$\bar{F} = \int_{\sigma} (\bar{J} \times \bar{B})\, d\sigma = \int_{\sigma} (\bar{J} \times \bar{B}).(d\bar{s}\, d\bar{l}) = \int_{\sigma} (d\bar{l} \times \bar{B})(\bar{J}\, d\bar{s}) = i \int_{\ell} d\bar{l} \times \bar{B} \qquad (7.27)$$

Aceasta este teorema lui Laplace. In cazul unui conductor filiform, rectiliniu şi situat într-un cîmp magnetic omogen, expresia lui $\bar{F}$ devine:

$$\bar{F} = i \int_{\ell} d\bar{l} \times \bar{B} = i\,(\bar{\ell} \times \bar{B}) \qquad (7.28)$$

Dacă se consideră cîmpul magnetic de inducţie $\bar{B}_2$, produs de un conductor filiform, rectilîniu, parcurs de curentul de conducţie i_2, atunci într-un punct P, situat la distanţa a de axul conductorului, valoarea lui $\bar{B}_2$ va fi:

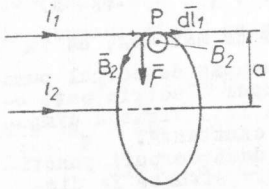


Fig. 7.4

$$B_2 = \mu H_2 = \mu \frac{i_2}{2\pi a}.$$

Venind în vecinătatea acestui conductor, cu un al doilea conductor (fig.7.4) care este filiform, paralel cu primul şi care trece prin P, parcurs de curentul de conducţie cu intensitatea i_1, asupra acestuia se va exercita o forţă de forma celei dată de rel.(7.28) putîndu-se scrie:

$$F = i_1 \ell_1 B_2 = i_1 \ell_1 \mu \frac{i_2}{2\pi a} = \frac{\mu \ell}{2\pi a} i_1 i_2 = k i_1 i_2 \qquad (7.29)$$

unde s-a ţinut seama că $\bar{i}_1$ şi $\bar{B}_2$ sînt ortogonali, iar conductoarele au aceeaşi lungime ($\ell_1 = \ell_2 = \ell$), mult mai mare decît distanţa a dintre ele.

Relaţia $F = k i_1 i_2$ a fost stabilită pentru prima dată, pe cale experimentală, de Ampère. Asemenea forţe se mai numesc şi forţe electrodinamice, efectele lor fiind utilizate în construcţia maşinilor şi aparatelor electrice, a instrumentelor electrodinamice de măsură, a relecelor şi traductoarelor electrodinamice. Aceste efecte sînt însă dăunătoare la aparatele şi instalaţiile electrice în cazul curenţilor de scurtcircuit (i_1 şi i_2 foarte mari) putînd duce la încoirea barelor conductoare şi la ruperea izolatoarelor care fixează aceste bare, sau la deschiderea nedorită a unor întrerupătoare sau separatoare.

7.4.4. Forţa lui Lorentz. Această forţă se exercită de către cîmpul magnetic de inducţie B, asupra unei particule încărcată cu sarcina electrică punctiformă q, cînd aceasta se deplasează cu viteza $\bar{V}$ în acest cîmp. Expresia acestei forţe:

$$\bar{F} = q\,\bar{V} \times \bar{B} \qquad (7.30)$$

se poate deduce din cea a forţei Laplace (rel.7.27) dacă se are în vedere că $i = dq/dt$, rezultînd:

$$d\bar{F} = i\, d\bar{l} \times \bar{B} = \frac{dq}{dt}\, d\bar{l} \times \bar{B} = dq.\bar{V} \times \bar{B} \text{ respectiv } \bar{F} = q\,\bar{V} \times \bar{B} \qquad (7.31)$$

Dacă în domeniul considerat, pe lîngă cîmp magnetic de inducţie $\bar{B}$, există şi cîmp electric de intensitate $\bar{E}$, atunci asupra particulei încărcată cu sarcina q, se exercită forţa:

$$\bar{F} = q\left\{\bar{E} + \bar{V} \times \bar{B}\right\} \qquad (7.32)$$

Din această ultimă expresie rezultă că produsul vectorial $\bar{V} \times \bar{B}$ are dimensiunea de intensitate de cîmp electric.

7.4.5. Teoremele forţelor generalizate. Calculul forţelor cu care cîmpurile electric şi magnetic acţionează asupra corpurilor electrizate şi magnetizate se poate face cu ajutorul teoremelor forţelor generalizate.

După cum se ştie din mecanică, se numesc coordonate generalizate, variabilele scalare cu ajutorul cărora se poate caracteriza complet configuraţia geometrică a unui sistem de corpuri. Aceste variabile mai sînt denumite şi parametrii de poziţie ai sistemului, numărul lor minim fiind egal cu cel al gradelor de liberate pentru sistemul respectiv. Coordonatele generalizate, notate cu x pot fi : distanţe, unghiuri de rotaţie în jurul unui ax, arii, volume, etc...

Orice variaţie infinitezimală a configuraţiei geometrice a unui sistem de corpuri (un sistem de corpuri încărcate cu sarcini electrice, sau conductoare parcurse de curenţi electrici de conducţie) corespunde unor variaţii elementare dx ale coordonatelor generalizate, iar forţele care se exercită asupra corpurilor efectuează un lucru mecanic:

$$dL = \sum_{k=1}^{n} X_k\, dx_k \qquad (7.33)$$

Mărimea X_k (coeficientul coordonatei generalizate din expresia lucrului mecanic elementar dL) se numeşte forţă generalizată, care însă nu întotdeauna este o forţă propriu-zisă. Dacă x este un unghi, X este un cuplu de rotaţie, iar cînd x este o deplasare, X este o componentă a unei forţe ce acţionează în lungul acelei deplasări.

Exprimările analitice a celor două teoreme ale forţelor generalizate în cîmpul electrostatic sînt:

$$F_e = -\left\{\frac{\partial W_e}{\partial x}\right\}_{q=ct} \text{ şi } F_e = \left\{\frac{\partial W_e}{\partial x}\right\}_{v=ct} \qquad (7.34)$$

iar în cîmpul magnetic:

$$F_m = -\left\{\frac{\partial W_m}{\partial x}\right\}_{\psi=ct} \text{ şi } F_m = \left\{\frac{\partial W_m}{\partial x}\right\}_{i=ct} \qquad (7.35)$$

In cazul cîmpului electrostatic, prima teoremă se referă la situaţia cînd q = ct, adică toate conductoarele, încărcate cu sarcini electrice, sînt deconectate de la sursele exterioare, ceea ce înseamnă că lucru mecanic se poate efectua numai pe seama micşorării energiei electrice a cîmpului. Aceasta justifică semnul minus. A doua teoremă, cînd v = ct, adică toate corpurile sînt conectate la surse exterioare de tensiune constantă (potenţiale constante) evidenţiază faptul că aportul de energie de la surse se împarte în mod egal între creşterea energiei electrice a cîmpului şi efectuarea de lucru mecanic de către forţele exercitate de acelaşi cîmp.

Pentru cazul cîmpului magnetic (rel.7.35) prima teoremă se referă la situaţia cînd fluxurile magnetice sînt constante,

ceea ce înseamnă că nu există fenomene de inducţie electromagnetică şi deci nici schimb de energie între surse şi cîmpul magnetic. În aceste condiţii, lucrul mecanic se poate efectua numai pe seama micşorării energiei magnetice a cîmpului. In cazul celei de a doua teoreme , cînd intensităţile curenţilor electrici de conducţie sînt constanţi, sursele cedează o anumită energie care contribuie în mod egal la creşterea energiei cîmpului magnetic şi la efectuarea lucrului mecanic al forţei generalizate.

Aceste două teoreme se pot demonstra şi servesc la determinarea forţelor în cîmpul electric respectiv magnetic printr-un calcul relativ simplu, ambele conducînd la acelaşi rezultat.

Ca exemplificare, să calculăm forţa de atracţie între armăturile unui condensator plan,pentru care avem:

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} \text{ şi } W_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CU^2 \qquad (7.36)$$

Distanţa dintre armături, d = x, este în acest caz coordonata generalizată în raport cu care se face calculul forţei de atracţie între armături:

a) Cazul cînd sarcina q = ct.

$$F = -\left\{\frac{\partial W_e}{\partial x}\right\}_{q=ct} = -\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right\}_{q=ct} = -\frac{q^2}{2}\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{1}{C}\right\} = -\frac{q^2}{2c^2}\frac{dc}{dx} = -\frac{q}{2c^2}\frac{\varepsilon S}{d^2} = -\frac{1}{2}U^2\frac{\varepsilon S}{d^2}$$

b) Cazul cînd potenţialul V = ct.

$$F = \left\{\frac{\partial W_e}{\partial x}\right\}_{V=ct} = \frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{1}{2}CU^2\right\}_{V=ct} = \frac{1}{2}U^2\frac{dc}{dx} = -\frac{1}{2}U^2\frac{\varepsilon S}{d^2}$$

Se vede că în ambele cazuri, s-a obţinut aceeaşi expresie pentru F, semnul minus evidenţiind faptul că forţa F tinde să apropie armăturile condensatorului, micşorînd în acest fel distanţa d = x, dintre ele.

7.4.6. Forţa portantă a electromagneţilor. Electromagnetul este un corp feromagnetic, magnetizat temporar sub acţiunea unor curenţi electrici de conducţie.Ca aparat electric,electromagnetul este constituit dintr-un miez feromagnetic echipat cu înfăşurări parcurse de curent electric, numite înfăşurări de excitaţie. Circuitul magnetic al electromagnetului cuprinde părţi fixe şi părţi mobile (denumite armături).

Calculul şi dimensionarea electromagneţilor cuprinde în principal, calculul circuitului magnetic, al înfăşurărilor de excitaţie, al forţelor precum şi al încălzirii.

Electromagneţii se caracterizează prin forţa portantă $\bar{F}$, definită ca forţa necesară pentru a dezlipi armătura mobilă A, de miezul fix, atunci cînd înfăşurarea de excitaţie este parcursă de curentul nominal ($I = I_n$).Calculul acestei forţe este destul de dificil. Pentru a arăta modul de calcul, se consideră un electromagnet cu miezul în formă de U şi înfăşurarea de excitaţie cu N spire,străbătută de curentul continuu I (fig.7.5). Sub acţiunea forţei exterioare $\bar{F}$,aplicată armăturii,aceasta se consideră că s-a dezlipit de miez, îndepărtîndu-se de el cu o distanţă infinit mică dx, aşa fel încît fluxul circuitului magnetic să rămînă neschimbat . S-a efectuat în aceste condiţii lucru mecanic infinitezimal $dL = \bar{F}\,dx$.

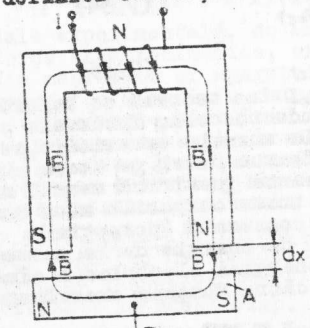


Fig. 7.5

Fluxul rămînînd acelaşi,inducţia magnetică se păstrează neschimbată, în schimb volumul circuitului magnetic a crescut cu $dv = 2S_p dx$. Prin S_p s-a notat suprafaţa plană a unui pol, din care ies (N) respectiv intră(S) liniile de cîmp.Rezultă că în acest volum nou creat s-a înmagazinat o energie magnetică, egală cu:

$$dW_m = w_{mo}\,dv = \frac{1}{2}\bar{B}\bar{H}\,dv = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o}2S_p\,dx \qquad (7.37)$$

Conform principiului conservării energiei,rezultă $dL = \bar{F}.d\bar{x} = dW_m$ şi de aici:

$$F = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o}2S_p = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o}S_a \qquad (7.38)$$

în care $S_a = 2S_p$, reprezintă suprafaţa activă a miezului electromagnetic.

Această forţă portantă $\bar{F}$ se poate varia, prin modificarea lui B, deci prin reglarea curentului electric I din înfăşurarea de excitaţie.

Electromagneţii, în general, pot avea ca scop:

- asigurarea unui cîmp magnetic foarte puternic în anumite intrefieruri şi în acest caz se numesc electromagneţi fixaţi;
- producerea unui lucru mecanic, prin deplasarea de părţi (armături) din circuitul magnetic, denumiţi electromagneţi cu circuit magnetic deformabil.

Electromagneţii fixaţi pot fi grupaţi în electromagneţi:

- cu dispersiune de cîmp, la care B = (1~1,2)T ;
- cu concentrare de flux magnetic, la care B este mult mai mare. putînd dezvolta puteri de ordinul lo kw.

La rîndul lor, electromagneţii cu circuit magnetic deformabil se clasifică în:

a) Electromagneţi de tracţiune, la care armătura mobilă efectuează lucru mecanic şi care pot fi :

- cu cursă lungă, armătura grea şi acţionare înceată, fiind folosiţi spre exemplu la frîne magnetice;
- cu cursă scurtă, armătura uşoară şi acţionare rapidă, fiind utilizaţi la instalaţii telegrafice, ceasornice electrice, relee telefonice, întrerupătoare etc.

b) Electromagneţi purtători, cu menirea să reţină materialul magnetic cu care vin în contact şi sînt utilizaţi la macarale magnetice, cuplaje electromagnetice, separatoare şi mandrine magnetice,etc.

Electromagneţii se execută cu înfăşurări de excitaţie alimentate în curent continuu sau alternativ.

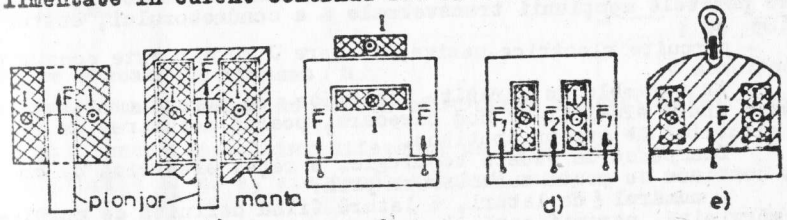


Fig. 7.6

După forma şi construcţia miezului feromagnetic se deosebesc electromagneţi: cu plonjor fără manta (fig.7.6a); cu plonjor în manta (fig.7.6b); în formă de U (fig.7.6c); în formă de E (fig.7.6d); cilindrici (fig.7.6e) etc..... Miezul fix şi armăturile electromagneţilor se execută din fier moale masiv în cazul curentului continuu şi din tole în cazul curentului alternativ.

C A P I T O L U L VIII

CIRCUITE DE CURENT CONTINUU

8.1. Noţiuni generale

Un sistem de medii, prin care poate trece un curent electric continuu (curent de intensitate constantă) constituie un circuit electric de curent continuu. Un astfel de circuit electric rezultă prin legarea în serie a rezistoarelor, caracterizate prin rezistenţa electrică R şi a surselor de tensiune electromotoare, caracterizate prin rezistenţa interioară r_i şi tensiunea electromotoare U_e. Aceste rezistoare şi surse, care intră în componenţa circuitului electric se numesc elemente de circuit. Elementul de circuit ce nu conţine sursă de tensiune electromotoare se numeşte element pasiv, iar cel care conţine, indiferent dacă sursa cedează sau consumă energie electrică, se numeşte element activ. Rezistenţa R a rezistorului, r_i a sursei şi tensiunea electromotoare U_e a acesteia se numesc parametrii circuitului respectiv. După repartiţia în lungul circuitelor a acestor parametrii se deosebesc circuite cu parametrii concentraţi şi circuite cu parametrii repartizaţi.

După proprietăţile de material ale elementelor circuitului se deosebesc:

- circuite electrice liniare, la care valorile parametrilor sînt independente de valorile tensiunilor sau curenţilor;
- circuite electrice neliniare, la care valorile parametrilor depind de valorile tensiunilor sau curenţilor. În cazul acestor circuite relaţiile dintre tensiuni şi curenţi sînt neliniare.

Din punct de vedere al repartiţiei densităţii de curent J, pe secţiunea transversală a conductoarelor din circuit, se disting:

- circuite electrice filiforme, cînd J este aceeaşi în toate punctele secţiunii transversale S a conductorului, astfel că $I = JS$;
- circuite electrice masive, la care J nu mai este constant pe secţiunea S.

Un ansamblu de circuite electrice de curent continuu, conectate între ele într-un mod oarecare, poartă denumirea de reţea electrică de curent continuu.

Din punct de vedere topologic, o reţea electrică de curent continuu se poate caracteriza prin:

- numărul ℓ de laturi, o latură fiind definită ca porţiunea mărginită, neramificată dintr-o reţea, deci parcursă de acelaşi curent;
- numărul de noduri n, un nod fiind considerat punctul în care se întîlnesc cel puţin trei laturi;

- numărul de ochiuri de reţea, prin ochi înţelegînd un contur (buclă) închis format dintr-o succesiune de laturi ale reţelei. Fiecare reţea are e ochiuri independente, înţelegînd prin ochi independent, ochiul ce cuprinde cel puţin o latură de reţea neconţinută de niciunul dintre celelalte ochiuri. În orice reţea de curent continuu, există $e = \ell - n + 1$ ochiuri independente.

Prin schema electrică a unei reţele de curent continuu se înţelege o reprezentare grafică a elementelor ce o compun şi modul în care acestea sînt conectate între ele.

8.2. Rezistoare electrice

8.2.1. Rezistenţă electrică. Pentru un conductor metalic omogen, (fără cîmp electric imprimat), de lungime şi secţiune S variabilă în lungul său (fig.8.1) căruia i-se aplică o diferenţă de potenţial $V_1 - V_2 = U$, se defineşte rezistenţa sa electrică prin relaţia:

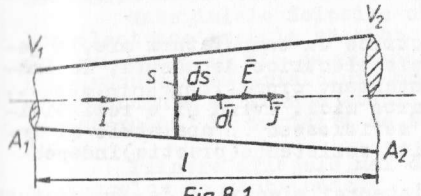


Fig.8.1.

$$R = \int_\ell \frac{\bar{E}\,d\bar{l}}{\int_S \bar{J}\,d\bar{s}} \qquad (8.1)$$

Vectorii $\bar{J}, d\bar{s}, \bar{E}$ şi $d\bar{l}$ fiind omopolari, dacă se consideră cazul conductorului filiform (la care J = ct pe secţiunea S) atunci expresia 8.1. se scrie:

$$R = \int_\ell \frac{\bar{E}\,d\bar{l}}{\int_S \bar{J}\,d\bar{s}} = \int_\ell \frac{E\,dl}{\int_S J\,ds} = \int_\ell \frac{E\,dl}{JS} = \int_\ell \frac{\rho J\,dl}{JS} = \int_\ell \rho \frac{dl}{S} = \int_\ell \frac{dl}{\gamma S} \qquad (8.2)$$

relaţie obţinută şi la scrierea legii conducţiei electrice (pag. 2o).

Pentru conductorul filiform, omogen din punct de vedere al materialului (deci ρ = ct) şi de secţiune constantă pe toată lungimea ℓ, rezistenţa sa este:

$$R = \int_\ell \rho \frac{dl}{S} = \frac{\rho}{S}\int_\ell dl = \rho \frac{l}{S} \qquad (8.3)$$

De reţinut că rezistenţa unui conductor este direct proporţională cu lungimea ℓ şi invers proporţională cu secţiunea conductorului, depinzînd şi de natura materialului prin intermediul rezistivităţii electrice ρ (respectiv a conductivităţii $\gamma = 1/\rho$).

Relaţiile de mai sus relevă faptul că rezistenţa electrică ca mărime scalară derivată, reprezintă un parametru global al unui conductor sau element de circuit.

Valoarea inversă a rezistenţei electrice se numeşte conductanţă:

$$G = \frac{1}{R} \qquad (8.4)$$

şi se măsoară în siemens [S].

Ţinînd seama de faptul că $I = \int_S \bar{J}\,d\bar{s}$ are aceeaşi valoare de-a lungul conductorului iar diferenţa de potenţial $V_1 - V_2$ între extremităţile A_1 şi A_2 ale conductorului este,

$$U = V_1 - V_2 = \int_{A_1}^{A_2} \bar{E}\,d\bar{l} \qquad (8.5)$$

relaţia (8.1) se mai poate scrie:

$$R = \int_\ell \frac{\bar{E}\,d\bar{l}}{\int_S \bar{J}\,d\bar{s}} = \int_{A_1}^{A_2} \frac{\bar{E}\,d\bar{l}}{I} = \frac{1}{I}\int_{A_1}^{A_2} \bar{E}\,d\bar{l} = \frac{V_1 - V_2}{I} = \frac{U}{I} \qquad (8.6)$$

adică rezistența electrică a unui conductor (a unei porțiuni de circuit electric) lipsit de cîmp electric imprimat, este egală cu raportul dintre tensiunea electrică la bornele (extremitățile) conductorului și intensitatea curentului electric de conducție din conductor.

Rezistența electrică este un parametru de circuit care depinde de temperatură prin rezistivitatea ρ (rel.4.7). Din rel. 4.7 și 8.3 se deduce:

$$R = R_0 \left\{ 1 + \alpha(\theta - \theta_0) \right\} \qquad (8.7)$$

unde,

R - rezistența la temperatura θ;

R_0 - rezistența la temperatura θ_0, care de obicei este $\theta_0 = 20^oC$;

α - coeficientul de temperatură a materialului conductorului.

Variația rezistenței electrice cu temperatura are, în general, efecte nedorite în aparatele electrice de măsură, în instalații electrice. Aliajele: constantan, cromal, manganin, etc..., au coeficienți de temperatură foarte mici. Avînd și o rezistivitate relativ mare, aceste aliaje se folosesc în aparatele și instalațiile electrice, care necesită rezistențe (practic) independente de temperatură.

Această dependență a rezistenței electrice de temperatură (rel.8.7) se folosește pentru determinarea temperaturii bobinajelor mașinilor și aparatelor electrice. Se măsoară rezistența R_0 la temperatura mediului ambiant θ_0, bobinajul nefiind conectat la sursa de tensiune, avînd deci și el temperatura θ_0. Se pune în funcțiune mașina respectiv aparatul electric și după ce se apreciază că s-a atins regimul termic stabil, se măsoară rezistența R. Cunoscînd pe α, adică materialul cu care s-a executat bobinajul, din rel.8.7 rezultă temperatura θ, la care a ajuns bobinajul respectiv, adică:

$$\theta = \frac{R + R_0(\alpha\,\theta_0 - 1)}{\alpha R_0}, \text{ în } ^oC \qquad (8.8)$$

In perioada actuală, o atenție deosebită se acordă materialelor supraconductoare. Prin supraconductibilitate se înțelege proprietatea unor metale și aliaje de a-și micșora brusc rezistivitatea ρ, pînă la zero, atunci cînd sînt răcite pînă la o temperatură foarte joasă, apropiată de zero absolut. Această temperatură la care se obține starea de supraconductibilitate este denumită temperatură critică, sau de tranziție, ea fiind dependentă de natura metalului sau a aliajului, precum și de cîmpul magnetic în care se află conductoarele respective.

Rezistivitatea supraconductoarelor fiind zero, înseamnă că la trecerea unui curent prin ele nu au loc pierderi prin efect Joule-Lenz. Drept urmare, curentul electric dintr-un circuit format din supraconductoare se poate menține timp îndelungat fără a fi necesar un consum de energie din exterior.

Supraconductibilitatea și-a găsit aplicații deosebit de importante în tehnica modernă a transportului și utilizării energiei electromagnetice. Se fac încercări de folosire a unor cabluri electrice supraconductoare prin intermediul cărora să se poată transmite la distanțe mari, puteri considerabil mai mari cu pierderi prin efect Joule-Lenz foarte mici, în comparație cu cablurile normale. De asemenea, în ultimul timp se fac cercetări intense privind folosirea supraconductoarelor în construcția mașinilor electrice (criomașini). In acest caz, bobinajele

executate din supraconductoare, permit folosirea unor densități de curent foarte mari și a unor cîmpuri magnetice foarte intense, la gabarite reduse ale mașinii electrice.

8.2.2. Tipuri de rezistoare electrice

Rezistorul electric este un dispozitiv construit pentru a avea o anumită rezistență electrică, el reprezentînd un element de circuit electric. Rezistența electrică a rezistorului reprezintă un parametru de circuit, ce caracterizează elementul rezistor. In limbajul tehnic curent, rezistorul este denumit impropriu rezistență electrică. Nu trebuie confundat dispozitivul realizat (rezistor) ca element de circuit, cu proprietatea fizică pe care o are materialul de a se opune trecerii curentului, proprietate concretizată prin parametrul de circuit-rezistență electrică.

Materialele folosite obișnuit la realizarea rezistoarelor electrice trebuie să aibe rezistivitate ρ cît mai mare, pentru ca rezistorul să fie de dimensiuni cît mai mici. Coeficientul de temperatură a materialului trebuie să fie în schimb cît mai mic, pentru a asigura o stabilitate cît mai mare a rezistenței rezistorului la variații de temperatură (încălzirea rezistorului).

Printre aliajele mai des folosite la confecționarea rezistoarelor se menționează:

- manganina, (84-86)% Cu; 12% Mn; (2-4)% N_i, cu $\rho = 42 \times 10^{-8}\ \Omega m$ și $\alpha = (1-2)10^{-5}\ 1/^oC$.

- nichelina, 31% Ni; 56% Cu; 13% Zn; cu $\rho = 42 \times 10^{-8}\ \Omega m$ și $\alpha = (1{,}8-2{,}1).10^{-4}\ 1/^oC$.

- constantan, 60% Cu; 40% Ni; cu $\rho = 50 \times 10^{-8}\ \Omega m$, respectiv $\alpha = (3-5).10^{-6}\ 1/^oC$.

Funcție de starea de agregare a materialului (substanței) din care sînt constituite, se deosebesc: rezistoare solide (metalice) și rezistoare lichide.

După natura relației dintre tensiunea U aplicată la bornele unui rezistor și intensitatea I a curentului electric care îl străbate, se deosebesc rezistoare liniare, care satisfac legea lui ohm, rezistența R fiind independentă de U și I și rezistoare neliniare, care nu satisfac legea lui Ohm, rezistența lor depinzînd de U și I.

Rezistorul a cărui rezistență poate fi voit modificată se numește rezistor reglabil iar cel a cărui rezistență nu poate fi schimbată se numește rezistor fix.

a) Rezistoare fixe. Acestea sînt de diferite tipuri: din material depus, bobinate, în ondule, elicoidale, lichide etc...

- Rezistorul din material depus, se obține depunînd grafit prin electroliză, pe un tub de material ceramic. Este protejat în exterior cu un strat de lac sau email, iar bornele sînt executate din sîrmă de cupru sau din bandă subțire de alamă. Asemenea rezistoare se mai numesc și rezistente chimice, întîlnite foarte des în instalațiile electronice și de telecomunicații. Marcarea rezistenței nominale și a toleranței (abaterea în procente de la valoarea nominală) se face prin intermediul a o serie de inele cu culori diferite, trasate la unul din capetele rezistorului, așa ca în figura 8.2. Primul inel (a) reprezintă prima cifră semnificativă a valorii rezistenței iar al doilea (b) pe cea de a doua cifră. Cel de al treilea inel (c) indică coeficientul de multiplicare al valorii rezistenței, iar al patrulea inel (d) indică toleranța. Dacă toleranța

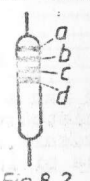


Fig.8.2

este mai mare de ± 1%, acest ultim inel lipseşte.
In tabelul de mai jos este prezentat codul acestor culori:

CULOAREA	ARGINTIU	AURIU	NEGRU	MARO	ROŞU	PORTOCALIU	GALBEN	VERDE	ALBASTRU	VIOLET	GRI	ALB
VALOAREA (PRIMELE DOUA CIFRE SEMNIFICATIVE)	–	–	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
COEFICIENTUL DE MULTIPLICARE	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9
TOLERANTA	±10%	±5%			±2%							

Pe baza acestui cod, o rezistenţă de 2kΩ cu o toleranţă de ± 5% se va marca aşa ca în fig.8.3a, una de 49MΩ şi toleranţă

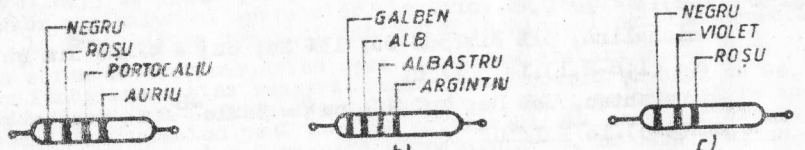


Fig.8.3

de ± 10% ca în fig. 8.3b, iar alta de 700Ω şi o toleranţă de peste ± 20% ca în fig. 8.3c.

-Rezistorul bobinat, se execută din sîrmă(conductor) de o anumită rezistivitate (de obicei manganină, nichelină sau constantan) înfăşurată pe suport tubular sau pe o carcasă. Suportul tubular este din sticlă sau material ceramic iar carcasa din bachelită sau porţelan.

- Rezistorul în ondule, reprezentat în fig.8.4, este constituit din elemente de fontă, montate în serie sau paralel, pentru a obţine rezistenţa electrică necesară. Este folosit la construirea reostatelor de pornire şi de reglare a turaţiei la maşini electrice (în tracţiunea electrică) avînd răcirea cu aer, ulei sau nisip.

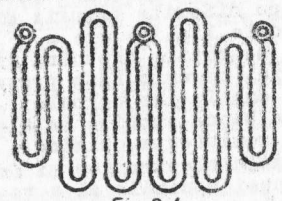


Fig.8.4

- Rezistorul elicoidal, e confecţionat din bandă sau sîrmă de aliaj special, înfăşurată elicoidal. Asemenea rezistoare se folosesc la construcţia instrumentelor electrice de măsură, a reostatelor de pornire sau de reglare, la aparate casnice şi industriale (ca element de încălzire).

- Rezistorul lichid, e constituit dintr-un electrolit situat într-o cuvă de material izolant. În electrolit se află cufundaţi doi electrozi metalici, ficşi unul faţă de celălalt, între care se obţine rezistenţa electrică a rezistorului. Valoarea acestei rezistenţe electrice depinde de natura, concentraţia şi temperatura electrolitului, dar şi de dimensiunile electrozilor şi distanţa dintre aceştia.

Un exemplu de rezistor cu valoarea fixă a rezistenţei sale electrice îl reprezintă rezistenţele etalon. Acestea se realizează dintr-un fir conductor de material convenabil ales (manganină, constantan, nichelină) introdus într-o baie de ulei pentru termostatare, totul fiind închis într-un cilindru etanş. Se folosesc şi rezistenţe etalon uscate. Valoarea acestor rezistoare este de obicei etalonată la 20°C.

b). Rezistoare reglabile, care pot fi: cu material depus (peliculare), bobinate şi lichide.

- Rezistorul pelicular, este constituit din grafit sau negru de fum, depus pe o placă izolantă (pertinax) peste care alunecă un cursor de alamă arcuit, cu mişcare în jurul unui ax. Este prevăzut cu două borne la capetele rezistorului şi cu o bornă pe axul cursorului. Construcţia poate fi astfel realizată, încît la deplasarea cursorului, variaţia rezistenţei, între o bornă de capăt şi cea de pe axul cursorului, să fie liniară, logaritmică sau exponenţială. Asemenea rezistoare variabile se numesc potenţiometre chimice.

- Rezistorul bobinat, e construit din sîrmă (conductor) de aliaj special, înfăşurată pe o placă inelară, izolantă, de pertinax sau de material ceramic şi dintr-un cursor de alamă, arcuit, ce se poate roti în jurul unui ax. Şi la aceste rezistoare variaţia rezistenţei poate fi liniară, logaritmică sau exponenţială, depinde de construcţie. Ele se mai numesc şi potenţiometre bobinate.

- Rezistorul cu lichid, diferă de cel cu rezistenţă fixă prin faptul că se poate modifica fie distanţa dintre electrozi, fie suprafaţa electrozilor ce se află în contact cu electrolitul, prin introducerea sau scoaterea, mai mult sau mai puţin, a electrozilor din electrolit.

O categorie aparte de rezistoare reglabile o reprezintă aşa numitele reostate.

c) Reostatele, sînt rezistoare variabile folosite în tehnica măsurării, la pornirea şi reglarea turaţiei maşinilor electrice etc.. De obicei reostatele se construiesc cu ploturi sau cursor, respectiv cu lichid.

- Reostatul cu ploturi, reprezentat în figura 8.5, are o manetă cu ajutorul căreia se realizează o variaţie în trepte a rezistenţei cuprinsă între bornele a şi b. Maneta este prevăzută cu o penie colectoare ce alunecă pe ploturile la care sînt legate rezistenţele fixe, R_f. Rezistenţa reostatului cu ploturi, reprezentat în fig.8.5 este maximă cînd maneta (mai exact penia manetei) calcă pe plotul 5, pentru zero cînd maneta este pe plotul 1. Reostatul cu ploturi se foloseşte mai ales la curenţi mari.

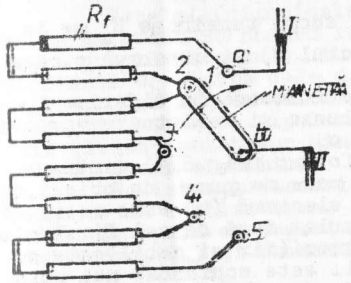


Fig. 8.5

- Reostatul cu cursor, este format dintr-un rezistor bobinat spiră lîngă spiră, pe un suport izolant(fig.8.6),pe care alunecă un cursor,ghidat pe o şină conductoare. Între borna legată la cursor prin intermediul şinei conductoare şi borna unuia din capetele rezistorului bobinat, se obţine o rezistenţă reglabilă continuu.Asemenea reostate pot asigura deci o variaţie continuă a rezistenţei între bornele b şi c(fig.8.6)

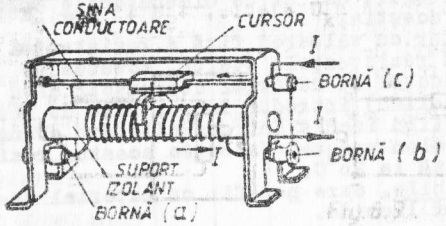


Fig 8.6

Reostatele cu cursor se folosesc şi pentru obţinerea unor tensiuni reglabile continuu U_x, de la o sursă de tensiune continuă, constantă U. Un astfel de montaj se numeşte montaj potenţiometric şi este reprezentat în figura 8.7.

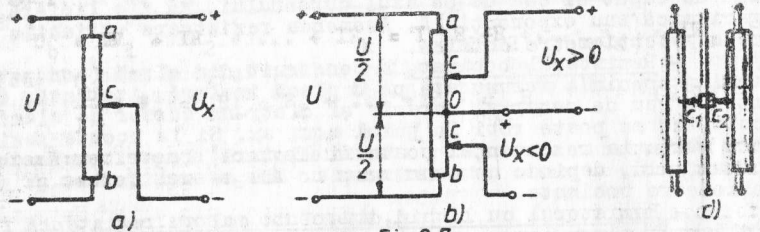


Fig.8.7.

Cu montajul potenţiometric din fig.8.7.a tensiunea U_x poate fi variată de la valoarea $U_x = 0$ cînd cursorul c(mobil) se află la capătul a al rezistorului, pînă la $U_x = U$, cînd c a ajuns la celălalt capăt b.

Montajul potenţiometric din fig.8.7.b, asigură ca U_x să poată lua valori cuprinse între $(-\frac{U}{2})$ şi $(+\frac{U}{2})$, adică i se poate schimba şi polaritatea. In acest scop, tensiunea U_x se ia între mijlocul rezistorului ab (punctul 0) şi cursorul c,care se deplasează de la a pînă la b.

Montajele potenţiometrice se folosesc în diferite lucrări de laborator, unde se mai întîlnesc şi rezistoare variabile cu două coloane, ca cel din fig.8.7.c.

-Reostatul cu lichid, este format (fig.8.8) dintr-un electrod fix a, în formă de vas, în care se pune de obicei,apă amestecată cu puţină sodă. Celălalt electrod (b) este mobil,fiind confecţionat din tablă de oţel şi izolat faţă de cel fix.Rezistenţa electrică dintre cei doi electrozi(fix şi mobil)este cu atît mai mică cu cît electrodul mobil este scufundat mai mult în lichid. Această rezistenţă depinde foarte mult de temperatura şi conţinutul în săruri a apei folosite. Reostatul cu lichid asigură o variaţie continuă a rezistenţei.

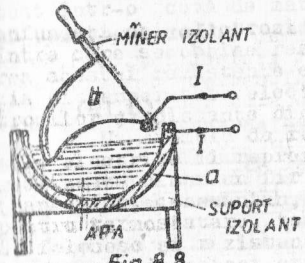


Fig.8.8

La folosirea rezistoarelor electrice în diferite montaje trebuiesc cunoscute valoarea rezistenţei şi curentul nominal al rezistorului. Aceste valori se marchează distinct pe rezistoare. La rezistoarele chimice folosite în electronică şi telecomunicaţii în locul curentului nominal se marchează puterea alături de valoarea rezistenţei. Folosirea rezistoarelor la curenţi sau puteri mai mari decît cele nominale, duce la distrugerea acestora, datorită supraîncălzirii.

8.2.3. Rezistoare indigene

Industria electrotehnică românească produce o gamă foarte largă de rezistoare electrice. Astfel, rezistoare fixe, destinate aparaturii electronicii şi telecomunicaţiilor se produc la Întreprinderea de componente electronice pasive (I.C.E.P.) din Curtea de Argeş. Cele mai semnificative tipuri sînt:

- rezistoare fixe peliculare, realizate pe suport de formă cilindrică, acoperit cu o peliculă rezistivă de carbon de mare duritate (R.C.G) sau cu o peliculă metalizată (R.M.G). Gama valorii a rezistenţei, se construiesc pentru lo Ω pînă la 1o MΩ şi cu puteri disipate de (o,25-o,5-1 sau 2)W.

- rezistoare bobinate, care se utilizează în circuitele electronice de uz general, unde intervin puteri disipate mai mari de 2w. Se produc două tipuri de rezistoare bobinate: rezistoare bobinate tip RBC cu puteri disipate cuprinse între (2-9)W şi tip RBT cu puteri disipate de 1oW şi 16W. Rezistoarele bobinate sînt realizate dintr-un fir conductor din aliaj metalic, bobinat pe un suport din fibre de sticlă. Suportul bobinat este acoperit cu un strat de ciment siliconic, care este mai gros la rezistoarele tip RBC decît la cele de tip RBT.

Reostate, necesare pornirii şi reglării turaţiei maşinilor electrice,se execută la întreprinderile producătoare de maşini electrice : Intreprinderea de maşini electrice Bucureşti (I.M.E.B) ; Electroputere Craiova, Intreprinderea Electromotor -Timişoara etc...

Intreprindersa Electrotehnica Bucureşti produce o gamă largă de rezistoare reglabile, bobinate,cu una şi două coloane.

8.2.4. Teoremele rezistenţelor echivalente.

Reţelele(circuitele)electrice cu o singură pereche de borne de acces se numesc reţele (circuite) dipolare sau unipoart (cu o poartă de acces). Două asemenea reţele (circuite) la care tensiunea U_b dintre cele două borne de acces şi curentul I absorbit, sînt legate printr-o aceeaşi funcţiune, se numesc reţele respectiv circuite dipolare echivalente. Înlocuirea unui circuit (reţea) printr-un circuit (reţea) echivalent reprezintă o transfigurare electrică.

Rezistenţa electrică echivalentă R_e a unui circuit dipolar,care nu conţine surse de tensiune electromotoare, este prin definiţie egală cu raportul dintre tensiunea aplicată la cele două borne, (U_b) şi curentul de intensitate I absorbit de circuit. adică,

$$R_e = \frac{U_b}{I} \qquad (8.9)$$

a) Rezistoare conectate în serie. In acest caz (fig.8.9) toate rezistoarele sînt parcurse de acelaşi curent de intensita-

ar I. Tensiunea U_b este egală cu suma tensiunilor electrice de la bornele rezistoarelor:

$$U_b = U_1 + U_2 + \dots + U_k \qquad (8.1o)$$

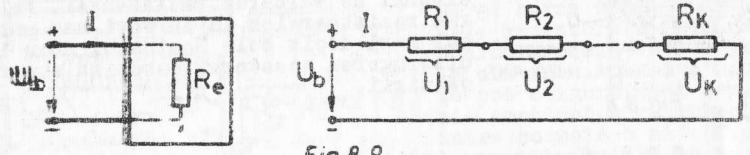


Fig.8.9.

In baza legii lui Ohm se poate scrie:

$$U_1 = IR_1 \; ; \; U_2 = IR_2 ; \dots ; U_k = IR_k$$

şi deci:

$$U_b = IR_1 + IR_2 + \dots + IR_k = I\left\{R_1 + R_2 + \dots + R_k\right\} = IR_e$$

adică:

$$\frac{U_b}{I} = R_e = \left\{R_1 + R_2 + \dots + R_k\right\} = \sum_{K=1}^{K} R_k \qquad (8.1o)$$

Teoremă: rezistenţa echivalentă a k rezistoare conectate (grupate) în serie, este egală cu suma rezistenţelor acestor rezistoare.

b) Rezistoare conectate în paralel. La bornele celor k rezistoare (fig.8.1o) se aplică aceeaşi tensiune la borne U_b, curenţii ce le străbat fiind diferiţi: $I_1, I_2 \dots I_k$.

In baza primei teoreme a lui Kirchhoff (vezi cap.8.4.1 rel.8.49) aplicată nodului a, se poate scrie:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_k \qquad (8.11)$$

unde:

$$I_1 = \frac{U_b}{R_1} \; ; \; I_2 = \frac{U_b}{R_2} \; ; \dots ; I_k = \frac{U_b}{R_k} \qquad (8.12)$$

relaţii ce reprezintă legea lui Ohm, pentru fiecare rezistor.

Inlocuind pe (8.12) în (8.11) se obţine:

$$I = \frac{U_b}{R_1} + \frac{U_b}{R_2} + \dots + \frac{U_b}{R_k} = U_b\left\{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_k}\right\}$$

de unde rezultă:

$$R_e = \frac{U_b}{I} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_k}}$$

respectiv,

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_k} = \sum_{K=1}^{K} \frac{1}{R_k} \qquad (8.13)$$

Folosind conductanţa G, rel.8.13 se scrie:

$$G_e = \frac{1}{R_e} = G_1 + G_2 + \dots + G_k = \sum_{k=1}^{k} G_k \qquad (8.14)$$

Pe baza celor de mai sus, se pot enunţa teoremele:

- valoarea inversă a rezistenţei echivalente celor k rezistoare conectate în paralel (fig.8.1o) este egală cu suma inverselor rezistenţelor acestor rezistoare;
- conductanţa echivalentă a celor k rezistoare în paralel (derivaţie) este egală cu suma conductanţelor acestor rezistoare.

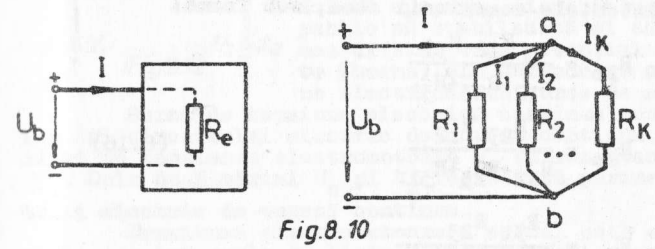


Fig.8.10

De remarcat că rezistenţa echivalentă R_e, a celor k rezistoare grupate (conectate) în paralel, este mai mică decît oricare dintre rezistenţele acestor rezistoare.

Pentru cazul conectării mixte a rezistoarelor, adică grupari de rezistoare în paralel sînt conectate în serie cu alte rezistoare, rezistenţa echivalentă se calculează din aproape în aproape, folosind teoremele de mai sus.

c) Transfigurarea triunghi-stea. In practică se întîlnesc şi reţele electrice formate din grupări de rezistoare care converg într-un nod, numindu-se conectări în stea, precum şi reţele formate din rezistoare care conturează un poligon şi se numesc conectări poligonale. Transfigurarea constă în transformarea unei conectări poligonale în conectare stea, sau invers, obţinîndu-se o reţea mai simplă ce se rezolvă apoi mai uşor. Se poate demonstra, că transformarea este univocă dacă poligonul este un triunghi iar steaua are trei „raze", ca în figura 8.11.

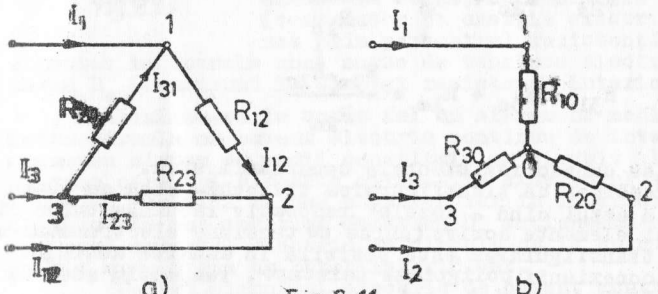


Fig.8.11

La o asemenea transfigurare este necesar să se respecte condiţia ca pentru orice tensiune între borne, fie la triunghi, fie la stea, să se obţină aceiaşi curenţi în conductorii de legătură la ambele conexiuni.

Altfel spus, între cîte două borne corespondente din cele două conexiuni, cînd cea de a treia este în gol (borna e liberă) rezistenţele echivalente să fie egale.

Pentru cazul din fig.8.11, pe baza celor de mai sus, se poate scrie:

Intre bornele: 1 - 2; $\dfrac{R_{12}(R_{23}+R_{31})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} = R_{1o} + R_{2o}$

$$2-3:\ \frac{R_{23}(R_{31}+R_{12})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} = R_{2o}+R_{3o} \qquad (8.15)$$

$$3-1:\ \frac{R_{31}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} = R_{3o}+R_{1o}$$

Din acest sistem de trei ecuaţii, prin rezolvarea lui, rezultă:

- rezistenţele conexiunii stea, sub forma:

$$R_{1o} = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_{2o} = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \qquad (8.16)$$

$$R_{3o} = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

dacă se cunosc cele ale conexiunii triunghi.

Se observă că rezistenţa unei „raze" a stelei este egală cu produsul rezistenţelor laturilor adiacente, împărţit la suma rezistenţelor perimetrului triunghiului.

- rezistenţele conexiunii triunghi, sub forma,

$$R_{12} = R_{1o}+R_{2o}+\frac{R_{1o}R_{2o}}{R_{3o}}$$

$$R_{23} = R_{2o}+R_{3o}+\frac{R_{2o}R_{3o}}{R_{1o}} \qquad (8.17)$$

$$R_{31} = R_{3o}+R_{1o}+\frac{R_{3o}\cdot R_{1o}}{R_{2o}}$$

atunci cînd se cunosc rezistenţele conexiunii stea.

De remarcat că transfigurarea triunghi- stea se poate realiza şi în cazul cînd „ razele" respectiv laturile triunghiului conţin şi elemente active (surse de tensiune electromotoare) De asemenea transfigurarea este posibilă în anumite condiţii şi în cazul conexiunii poligonale oarecare, respectiv stea cu mai mult de trei „ raze".

8.3. Surse de tensiune electrică continuă

8.3.1. Tensiune electromotoare şi tensiune la borne

Din cele studiate la legea conducţiei electrice rezultă că între două puncte A_1 şi A_2, legate între ele printr-un conductor de rezistenţă R (fig. 8.12), se menţine un curent continuu de intensitate I (constantă în timp), numai dacă între aceste puncte există o diferenţă de potenţial $U = V_1 - V_2$. Aceasta înseamnă că între A_1 şi A_2, în metalul conductorului se menţine un cîmp electric.

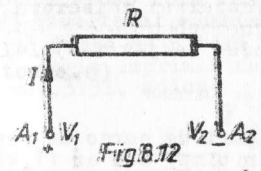


Fig.8.12

Există aparate, dispozitive sau maşini capabile să stabilească şi să menţină asemenea diferenţe de potenţial între două puncte (borne), ele numindu-se surse de tensiune electrică sau surse de energie electrică.

Sursa de tensiune electrică continuă constituie un element al circuitului electric de curent continuu, fiind caracterizat de tensiunea electromotoare U_e şi rezistenţa interioară r_i. Cele două mărimi U_e şi r_i reprezintă parametrii ai circuitului electric de curent continuu.

Tensiunea electromotoare a sursei este egală, prin definiţie, cu integrala de linie a intensităţii cîmpului electric imprimat (vezi rel.3.32) adică:

$$U_e = \int_{A_1}^{A_2} \bar{E}_i \cdot d\bar{l} \qquad (8.18)$$

Rezistenţa interioară r_i reprezintă rezistenţa electrică a circuitului electric cuprins în interiorul sursei, ea putîndu-se considera ca fiind legată în serie cu sursa. Figura 8.13 dă reprezentarea simbolică, în schemele electrice, a unei surse de tensiune electrică continuă, caracterizată prin U_e şi r_i.

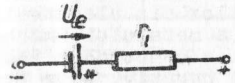


Fig.8.13

Pentru a arăta care este diferenţa între tensiunea electromotoare (t.e.m) şi tensiunea la borne, se consideră un receptor (consumator de energie electrică), caracterizat prin parametrul rezistenţă electrică R, conectat la bornele unei surse de tensiune electromotoare continuă U_e (constantă în timp) şi rezistenţă interioară r_i (fig.8.14), realizîndu-se în acest fel un sistem de medii prin care poate circula un curent electric continuu de intensitatea I. Un asemenea sistem de medii constituie un circuit electric închis, în care curentul electric circulă, în exteriorul sursei, de la borna sa pozitivă la cea negativă iar în interior de la borna negativă la cea pozitivă deoarece U_e acţionează ca o „pompă" care forţează curentul electric să circule de la borna cu potenţial scăzut spre borna cu potenţial ridicat.

Pentru circuitul electric de curent continuu, reprezentat în fig.8.14, în baza legii conducţiei electrice, se poate scrie intensitatea curentului electric sub forma:

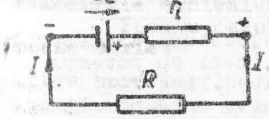


Fig.8.14.

$$I = \frac{U_e}{R+r_i} \qquad (8.19)$$

Relaţia (8.19) se mai poate scrie:

$$U_e = IR + Ir_i = U_b + Ir_i \qquad (8.20)$$

în care,

$U_b = IR$, este o cădere de tensiune exterioară sursei care se numeşte tensiune la borne;

Ir_i, căderea de tensiune interioară a sursei.

Rezultă că tensiunea electromotoare $U_e > U_b$, deoarece U_e acoperă atît căderea de tensiune interioară Ir_i cît şi pe cea exterioară $U_b = IR$. Altfel spus, tensiunea U_b, la bornele unei surse de tensiune electrică continuă este mai mică decît tensiunea sa electromotoare U_e, cu căderea de tensiune interioară Ir_i. Din rel.8.2b se mai poate scrie:

$$U_b = U_e - I r_i \qquad (8.21)$$

Dacă $I = 0$ rezultă $U_e = U_b$.

In tehnică se folosesc diferite tipuri de surse de tensiune electromotoare continuă (constantă în timp) cum ar fi elementele galvanice; generatoare de curent continuu; dispozitive redresoare etc.

Elementele galvanice, ca surse de energie electrică, pot fi elemente galvanice primare denumite şi pile electrice sau elemente galvanice secundare denumite şi acumulatoare electrice.

8.3.2. Pile electrice

a) Cîmp electric imprimat galvanic. Un cîmp electric imprimat (vezi cap.3.11) apare la contactul dintre un conductor metalic şi un electrolit. Electrolitul este tot un conductor, la care însă trecerea curentului electric este însoţită de reacţii chimice (conductor de ordinul II). El este o substanţă lichidă obţinută prin topire sau dizolvare, care se disociază electrolitic, adică se separă în ioni pozitivi şi negativi. Conducţia electrolitică include odată cu transportul sarcinilor electrice şi transportul de substanţă.

Ionii se deplasează (trec) din metal în soluţie (electrolit) sau invers, datorită diferenţei dintre presiunea de dizolvare a metalului şi presiunea osmotică a ionilor din electrolit.

In cazul cînd presiunea de dizolvare a metalului introdus în electrolit este mai mare decît presiunea osmotică a ionilor din electrolit, atunci metalul se încarcă negativ, prin trecerea ionilor pozitivi de metal în electrolit. Este cazul zincului introdus în soluţie (electrolit) de sulfat de zinc, adică SO_4Zn (fig.8.15.a). Dacă presiunea osmotică este mai mare decît cea de dizolvare a metalului, cazul cuprului introdus în soluţie de sulfat de cupru (SO_4Cu), atunci metalul se încarcă pozitiv, el cedînd electroni soluţiei (electrolitului). Acest caz este prezentat în fig.8.15.b.

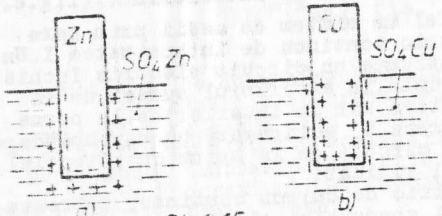


Fig.8.15

Aşadar, la suprafaţa de separaţie dintre metal (denumit electrod) şi electrolit, care constituie o suprafaţă de discontinuitate, se efectuează un schimb de electroni între electrod şi ionii electrolitului, producîndu-se reacţii chimice.

Electrodul de cupru, care cedează electroni electrolitului, rămîne cu surplus de sarcină pozitivă, deci cu potenţial pozitiv. Un asemenea electrod se numeşte catod. Electronii cedaţi de catod electrolitului, neutralizează o parte corespunzătoare de ioni pozitivi şi în acest fel vecinătatea electrodului

(catodului) din electrolit apare ca un strat de sarcină negativă (fig.8.15.b).

Electrodul de zinc, denumit anod, devine încărcat negativ. Electrolitul din imediata vecinătate a anodului apare cu un surplus de sarcină pozitivă, formînd un strat de ioni pozitivi.

Separarea aceasta a sarcinilor electrice, la suprafeţele de separaţie electrod-electrolit are loc sub acţiunea unor forţe de natură neelectrică F_{ne} (presiunea de dizolvare a metalului sau cea osmotică a ionilor din electrolit), care echivalate cu forţe de natură electrică, conduc la definirea unui cîmp electric imprimat de natură galvanică. Acest cîmp este dat de rel.3.31, adică,

$$\bar{E}_i = \frac{\bar{F}_{ne}}{q} \qquad (8.22)$$

Datorită separării sarcinilor electrice la suprafaţa de separaţie dintre un electrod şi electrolit apare o diferenţă de potenţial, denumită diferenţă de potenţial de electrod sau tensiune de electrod. Tensiunea de electrod se măsoară în raport cu un electrod, care de obicei este electrodul normal de hidrogen. Electrodul normal de hidrogen este format din platină spongioasă, cufundată într-o soluţie de acid sulfuric avînd o concentraţie de 1,008 g- ioni H^+ la litru, iar un jet de hidrogen spală placa de platină, placă ce absoarbe la suprafaţa sa hidrogenul şi formează electrodul gazos de hidrogen.

In tabelul de mai jos sînt prezentate tensiunile de electrod ale unor elemente, electrolitul fiind o soluţie a unei sări a aceluiaşi element, determinate în raport cu electrodul normal de hidrogen:

ELEMENT	Li	Na	Zn	Fe	Cd	Ni	Pb	H	Cu	Ag	Hg	Au
U[V]	-3,02	-2,71	-0,76	-0,43	-0,4	-0,22	-0,13	0	+0,34	+0,8	+0,86	+1,7

Odată cu separarea sarcinilor electrice la suprafaţa de separaţie electrod-electrolit, între electrozii cu sarcini electrice de un semn şi electrolitul învecinat cu sarcini de semn contrar celor de pe electrod, se stabileşte un cîmp electric coulombian $\bar{E}_c$. La echilibru, acesta este egal şi de sens contrar cîmpului imprimat $\bar{E}_i$. Se poate scrie $\bar{E} = \bar{E}_c + \bar{E}_i = 0$. In figura 8.16 sînt prezentate aceste cîmpuri în cazul unui anod şi a unui catod, introduşi în electrolit de compoziţie corespunzătoare. Aceasta este o pilă galvanică, a cărei tensiune electromotoare este :

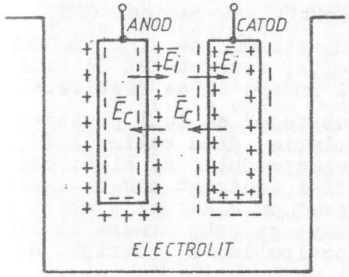


Fig.8.16

$$U_e = \int_1^2 \bar{E}_i \cdot d\bar{l} \qquad (8.23)$$

Cum, $\bar{E} = \bar{E}_c + \bar{E}_i = 0$, se poate scrie:

$$\int_1^2 \bar{E}.d\bar{l} = 0 = \int_1^2 \bar{E}_c.d\bar{l} + \int_1^2 \bar{E}_i.d\bar{l} = \int_1^2 \bar{E}_c.d\bar{l} + U_e = 0 \qquad (8.24)$$

de unde rezultă că tensiunea electromotoare a pilei electrice este egală cu suma diferenţelor de potenţial de electrod,adică suma diferenţelor de potenţial dintre electrod faţă de electrolitul în care se află, respectiv al electrolitului faţă de celălalt electrod. Pilele electrice, ca surse de energie electrică se caracterizează (pe lîngă U_e şi r_i)şi prin capacitatea lor,definită ca sarcină electrică totală ce poate fi furnizată de pilă, din momentul punerii în funcţie şi pînă la epuizarea ei. Capacitatea Q a unei pile electrice se poate scrie:

$$Q = \int_0^t i\,dt \qquad (8.25)$$

i, fiind intensitatea curentului continuu, debitat de pila electrică unui receptor (consumator) de energie electrică.

Capacitatea se exprimă în amperi-ore [Ah], ea fiind limitată de reacţiile chimice care apar în urma trecerii curentului electric i prin electrolit şi care duc la descompunerea acestuia.

In pilele electrice are loc numai transformarea energiei chimice în energie electrică, reacţiile chimice fiind în general fenomene (procese) ireversibile. Aşadar pilele electrice sînt ireversibile, o regenerare a lor putîndu-se obţine numai dacă se înlocuiesc substanţele active. Pilele electrice se caracterizează prin faptul că debitează curenţii mici, avînd rezistenţa interioară mare.

Pilele electrice pot fi umede, cînd electrolitul este lichid, sau uscate, la care electrolitul este sub formă de pastă.

Dintre elementele galvanice primare (pile electrice)se menţionează: pila Volta; pila Daniell; pila Leclanché; pila Weston etc...

b) Pila Volta. Este cea mai simplă pilă electrică, ea fiind formată dintr-un electrod de zinc şi unul de cupru, introduşi într-un electrolit format dintr-o soluţie apoasă de acid sulfuric. Schematic:

$$-Zn \mid SO_4H_2 + H_2O \mid Cu + \qquad (8.26)$$

Prin dizolvare, acidul sulfuric (SO_4H_2)se disociază în ioni pozitivi de hidrogen şi ioni negativi de radical (SO_4).

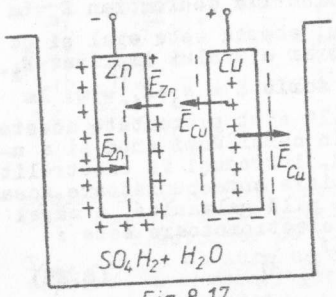


Fig. 8.17

Electrodul de zinc, cufundat în electrolit, este atacat de radicalul SO_4 şi începe să se dizolve.Atomii de zinc sub formă de ioni pozitivi trec în soluţie, dînd sulfatul de zinc. In jurul electrodului de zinc, care rămîne astfel încărcat negativ,apare deci un strat de electrolit avînd sarcini pozitive şi prin urmare un cîmp electric coulombian $\bar{E}_{zn}$ dirijat de la electrolit la zinc (fig.8.17).Acest cîmp se opune ieşirii altor ioni pozitivi din zinc şi intrării lor în soluţie.

Electrodul de cupru cedează electroni care neutralizează ioni de hidrogen din electrolit,electrodul

rămînînd cu un surplus de sarcini pozitive. In jurul cuprului se formează un strat de electrolit încărcat negativ, datorită ionilor negativi de SO_4, faţă de electrod care este pozitiv.

Ca urmare apare un cîmp electric coulombian $\bar{E}_{cu}$,dirijat de la cupru la electrolit, care se opune depunerii ionilor pozitivi de hidrogen pe cupru.

Potenţialul zincului, în prezenţa electrolitului,fiind mai scăzut decît al cuprului, electrodul de cupru constituie polul pozitiv al pilei, iar cel de zinc constituie polul negativ al sursei.

Pentru tensiunea electromotoare a pilei Volta, reprezentată schematic în fig.8.17, se poate scrie,în baza rel.8.24 :

$$U_e = U_{Cu} - U_{Zn} \qquad (8.27)$$

unde U_{Cu} şi U_{Zn} reprezintă tensiunile de electrod. Ţinînd seama de valorile lui U_{Cu} şi U_{Zn} ,(date în tabelul de mai sus), rezultă pentru tensiunea electromotoare a pilei Volta,valoarea:

$$U_e = U_{Cu} - U_{Zn} = 0{,}34 - (-0{,}76) = 1{,}1\ [V] \qquad (8.28)$$

Ca orice sursă de curent, pila Volta are o rezistenţă interioară r_i. Această rezistenţă este formată din rezistenţele electrozilor, rezistenţele de trecere de la electrozi la electrolit şi rezistenţa electrolitului dintre electrozi. Valoarea intensităţii curentului electric debitat de o astfel de sursă conectată la un rezistor de rezistenţă R,rezultă din legea lui Ohm, forma generalizată:

$$I = \frac{U_e}{r_i + R} \qquad (8.29)$$

In sarcină, pila Volta are o tensiune la borne $U_b = IR$, mai mică decît tensiunea electromotoare U_e, cu căderea de tensiune interioară Ir_i.

După un anumit timp de funcţionare în sarcină a pilei Volta, se constată o reducere treptată a intensităţii curentului electric,provocată în parte, de micşorarea tensiunii electromotoare a pilei,respectiv de creşterea rezistenţei interioare.Micşorarea tensiunii electromotoare este provocată de fenomenul numit polarizare, fenomen ce poate fi explicat astfel: hidrogenul depus pe electrodul de cupru constituie, împreună cu electrodul de zinc, în prezenţa electrolitului, o altă pilă electrică secundară,care dă o tensiune electromotoare opusă lui U_e. Hidrogenul formează o pătură gazoasă, aderată pe electrodul de cupru, mărind astfel rezistenţa interioară a pilei Volta.

Pentru a evita polarizarea, care face pila Volta inutilizabilă pentru aplicaţii practice, se folosesc pile cu doi electroliţi şi pile cu depolarizant. La pilele cu depolarizant, electrodul care se polarizează este înconjurat cu o substanţă (bioxid de mangan, sulfat de cupru, acid azotic,etc) care se combină chimic cu produsele care cauzează polarizarea şi astfel o împiedică.Depolarizantul poate fi lichid sau solid.

c) Pila Daniell. Este o pilă cu doi electroliţi, formată dintr-un electrod de cupru introdus într-o soluţie concentrată de sulfat de cupru $CuSO_4$(depolarizantul) care constituie unul dintre electroliţi şi un electrod de zinc,situat într-o soluţie diluată de sulfat de zinc, $ZnSO_4$, care constituie al doilea electrolit.

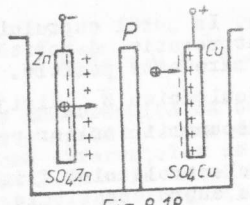


Fig.8.18

Schematic:

$$-Zn \mid ZnSO_4 \; ; \; Cu\,SO_4 \mid Cu + \qquad (8.3o)$$

Cele două soluţii (electroliţi)sînt complet separate printr-un perete poros(P), evîtîndu-se amestecul electroliţilor. In electroliţi avem, prin disociere,ioni pozitivi de Cu respectiv Zn şi ioni negativi de radicalul SO_4.

Ionii pozitivi de cupru se depun sub acţiunea presiunii osmotice pe electrodul de cupru încărcîndu-l pe acesta pozitiv, iar electrolitul din apropiere rămîne încărcat negativ.Soluţia de SO_4Cu se diluează.

La electrodul de zinc, radicalul de SO_4 se combină cu ioni pozitivi de zinc care prin procesul de dizolvare trec în soluţie şi prin aceasta, electrodul de zinc devine încărcat negativ. Ionii pozitivi de hidrogen, trec din soluţia de sulfat de zinc, prin peretele poros,în soluţia de sulfat de cupru, unde cu radicalul SO_4 formează acid sulfuric, eliberînd ioni pozitivi de cupru ce se depun în continuare pe electrodul de cupru. Sulfatul de cupru are rolul de depolarizant, împiedecînd ajungerea la electrodul de cupru a hidrogenului.

Deci, la pila Daniel, în cursul funcţionării, electrodul de zinc va fi mereu atacat şi transformat în ZnO_4, soluţia sa concentrîndu-se, iar soluţia sulfatului de cupru se diluează cuprul depunîndu-se pe electrodul de cupru şi reformîndu-se acidul sulfuric.

Pila Daniel are o tensiune electromotoare de cca.1,1 volţi şi o rezistenţă interioară de (6 - 8)Ω.

Dacă pila Daniel este străbătută de un curent electric, în sens contrar curentului ce ea l-ar furniza, cuprul depus pe electrodul de cupru reintră în soluţia de sulfat de cupru, iar ionii pozitivi de zinc din soluţia de sulfat de zinc se depun pe anodul de zinc restabilindu-se exact starea iniţială. Este deci o pilă reversibilă şi este întrebuinţată în telegrafie şi telefonie.

d) Pila Leclanché, este cea mai răspîndită pilă electrică, ea fiind reprezentată schematic în figura 8.19. Ea este formată dintr-un electrod de cărbune (c), introdus într-un vas poros (P), umplut cu bioxid de mangan (MnO_2)cu rol de depolarizant.Totul se află într-un vas(A)cilindric ce conţine pe cel de al doilea electrod de zinc(cilindru de zinc)şi o soluţie apoasă de clorură de amoniu (NH_4Cl+H_2O) care constituie electrolitul.

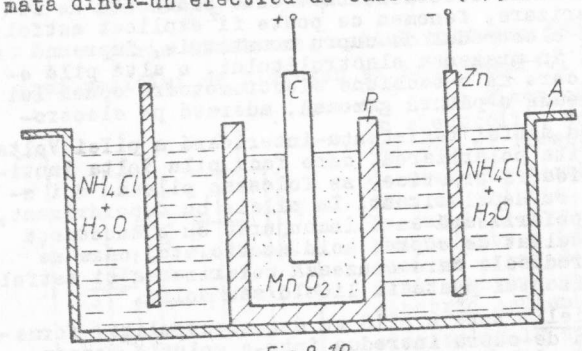


Fig.8.19

Schematic: $-Z_n \mid NH_4Cl \mid \{C;\ M_nO_2\} +$

Tensiunea electromotoare a pilei Leclanché este de cca. 1,5 V iar rezistenţa interioară (3 - 1o)Ω.Este o sursă de tensiune continuă robustă, cu o durată de funcţionare foarte lungă.

Alimentarea diferitelor aparate electrice portabile se face cu ajutorul pilelor Leclanché uscate. Figura 8.2o prezintă o secţiune printr-o astfel de pilă. Electrodul de zinc(1) este vasul exterior confecţionat din tablă de zinc, în care se găseşte electrolitul NH_4Cl îngroşat cu amidon.Ca materie absorbantă, în locul amidonului se poate folosi : rumeguş de lemn; azbest; celuloză etc.. Electrodul de cărbune (2) este înconjurat de depolarizantul MNO_2.

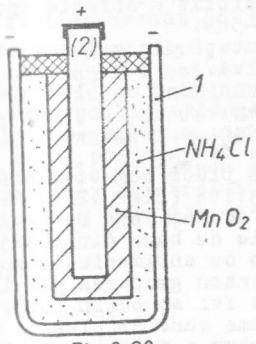


Fig.8.20

e) Pila Weston. In măsurătorile electrice, în special în montajele potenţiometrice, sînt utilizate pile etalon,denumite şi elemente normale. Dintre acestea cea mai utilizată este pila Weston. Aceste pile etalon trebuie să aibă o tensiune electromotoare cît mai constantă în timp şi să depindă cît mai puţin de temperatură. Elementul Weston este realizat dintr-un vas de sticlă în formă de H, un electrod pozitiv de mercur,un electrod negativ de amalgam de cadmiu, iar depolarizantul constituit din cristale de sulfat de mercur. Electrolitul este o soluţie saturată de sulfat de cadmiu. Tensiunea electromotoare a elementului Weston, la temperatura de 2o°C, este de 1,o183 V, iar rezistenţa interioară de (5oo-1ooo)Ω, putînd debita un curent de maxim 1 microamper, iar în timpul măsurătorilor, acest curent poate fi cel mult de ordinul $1o^{-9}$ A.Aceasta pentru a asigura menţinerea constantă a tensiunii electromotoare.

f) Pile electrice industriale. La noi în ţară, pilele electrice uscate Leclanché, sînt fabricate şi la întreprinderea „ Electrobanat" Timişoara, sub formă de baterii. Bateriile sînt obţinute prin legarea în serie a mai multor pile Leclanché uscate. Se produc baterii cu tensiuni de 1,5 -3-4,5-7,5-9-22,5-15o V, care se folosesc pentru: iluminatul portativ;alimentarea aparatelor de radio, casetofoane, magnetofoane;aparate foto;acţionarea diferitelor tipuri de jucării; alimentarea calculatoarelor de buzunar; iluminatul de siguranţă; instalaţii de telecomunicaţii; instalaţii de laborator etc... Bateriile de 22,5V (simbol 15R1) se folosesc ca surse pentru aerosonde, iar cele de 15oV (1ooR2o)pentru alimentarea cu energie electrică a aparatelor folosite în cadrul prospecţiunilor geologice.

Se construiesc baterii pentru funcţionare continuă şi pentru funcţionare intermitentă.

8.3.3. Acumulatoare electrice. Acumulatorul electric este o pilă galvanică secundară, reversibilă, ale cărei mase active pot fi regenerate prin încărcare. El permite transformarea energiei chimice în energie electrică şi invers.

Cînd acumulatorul debitează, masele active ale electrozilor se micşorează, iar electrozii se polarizează electrochimic. La trecerea prin el a unui curent electric de sens invers, acumulatorul funcţionează ca o celulă de electroliză, electrozii se depolarizează şi revin la starea iniţială.

In tehnică se utilizează două tipuri de acumulatoare: acumulatoare acide (cu plumb) şi acumulatoare alcaline.

a) Acumulatorul cu plumb are un electrod de plumb Pb, unul de peroxid de plumb PbO_2 iar ca electrolit o soluţie apoasă de acid sulfuric cu concentraţia de 20-30%.

In general, electrozii sînt executaţi din grătare de plumb, pe care este depusă substanţa activă.

De obicei, un element al unui acumulator cu plumb este format din mai multe plăci (electrozi) negative şi pozitive, pentru a avea electrozi cu suprafaţă cît mai mare la acelaşi volum al acumulatorului. Plăcile sînt aşa fel aşezate încît o placă pozitivă să fie înconjurată de două plăci negative, plăcile de la margine fiind întotdeauna negative (fig.8.21). Plăcile de acelaşi semn se leagă între ele cu bare din aliaj de plumb cu antimoniu, denumite punţi pentru gruparea plăcilor. In acest fel se obţin două borne de nume contrar (plus şi minus). Pentru a avea o rezistenţă interioară cît mai mică, plăcile acumulatorului se montează foarte aproape una de alta, distanţa dintre ele fiind asigurată prin distanţoare de lemn sau material plastic. Vasul acumulatorului se execută din sticlă, ebonită etc., care rezistă la acţiunea electrolitului (acidul sulfuric).

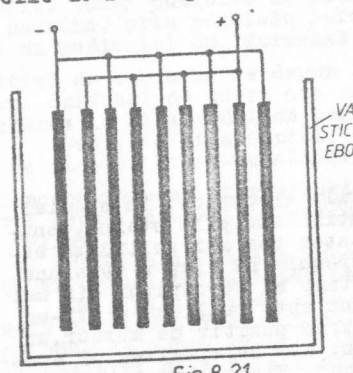


Fig.8.21

La descărcare, ionii pozitivi de hidrogen rezultaţi din disocierea acidului sulfuric, se deplasează la electrodul pozitiv iar ionii negativi de radical SO_4, la electrodul negativ.

La cei doi electrozi au loc reacţiile chimice:

$PbO_2 + H_2 + H_2SO_4 \rightarrow PbSO_4 + 2H_2O$ la electrodul pozitiv.

$Pb + SO_4 \rightarrow PbSO_4$ la electrodul negativ.

Rezultă că în timpul descărcării, la ambii electrozi, substanţa activă (PbO_2 şi Pb spongios) se transformă în sulfat de plumb $PbSO_4$ iar concentraţia soluţiei de acid sulfuric din vas scade (apare H_2O).

La încărcare, sulfatul de plumb al plăcii legată cu polul pozitiv al sursei este transformat de radicalul SO_4 în PbO_2 iar hidrogenul care se depune pe placa negativă atacă stratul de sulfat de plumb şi îl readuce la starea de plumb metalic, spongios. Reacţiile sînt următoarele:

$PbSO_4 + SO_4 + 2H_2O \rightarrow PbO_2 + 2H_2SO_4$ la electrodul pozitiv,

$PbSO_4 + H_2 \rightarrow Pb + H_2SO_4$ la electrodul negativ.

Prin încărcare, se stabileşte deci situaţia iniţială şi concentraţia acidului sulfuric creşte.

Incărcarea acumulatorului este terminată cînd practic

întregul sulfat de plumb de pe plăci a fost transformat, pe de o parte în peroxid de plumb, pe de altă parte în plumb spongios.

Un acumulator cu plumb în stare încărcată are o tensiune electromotoare de cca. 2,2 V şi scade în sarcină destul de repede la 1,95 V, rămînînd cîtva timp aproape constantă, apoi scade brusc. Cînd tensiunea a ajuns la 1,8 V, descărcarea trebuie întreruptă, deoarece, în caz contrar plăcile se sulfatează ireversibil, adică sulfatul de plumb de pe plăci nu mai poate fi transformat în PbO_2 şi Pb.

La încărcare, tensiunea care se aplică acumulatorului trebuie să fie mai mare ca tensiunea electromotoare a acestuia, astfel încît acumulatorul să fie parcurs de curent în sens opus decît la descărcare. Tensiunea acumulatorului creşte întîi rapid pînă la U_e = 2,2 V, apoi lent pînă la 2,3 V. La sfîrşitul încărcării tensiunea este de 2,6-2,7 V. In timpul încărcării, densitatea electrolitului creşte, iar la sfîrşitul încărcării are loc o degajare masivă de hidrogen. Se spune că electrolitul fierbe.

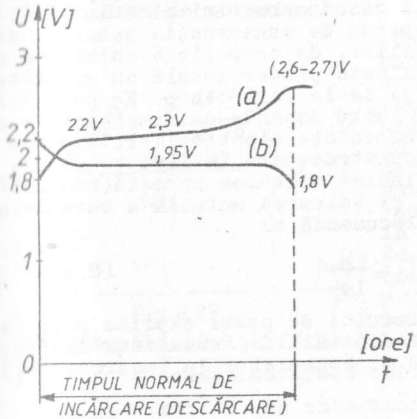


Fig.8.22

In fig.8.22 este prezentată variaţia în timp a tensiunii la încărcarea (curba a) şi descărcarea (curba b) acumulatorului cu plumb, pentru un element.

Pentru a fi dat în exploatare, un acumulator nou este supus aşa numitei operaţii de formare, care constă de fapt într-o primă încărcare. Plăcile acumulatorului sînt realizate sub forma unor grătare din plumb aliat cu antimoniu. Antimoniul măreşte rezistenţa mecanică a plăcilor. In golurile grătarelor de plumb se presează o pastă de masă activă, care este un amestec de litargă (PbO), miniu de plumb (Pb_3O_4), praf de plumb şi soluţie diluată de acid sulfuric. Operaţia de formare, necesită o electroliză, un anumit program, în decursul căruia reacţiile electrochimice de combinare, oxidare şi reducere fac ca masa activă să se transforme în plumb spongios la plăcile negative (plăcile apar de culoare cenuşie) respectiv în peroxid de plumb (PbO_2) la plăcile pozitive (culoare cafenie).

Exploatarea acumulatoarelor cu plumb impune reguli speciale cu privire la controlul densităţii electrolitului, nivelul electrolitului şi completarea cu apă distilată, valoarea curentului de descărcare şi încărcare, periodicitatea încărcării etc. Toate aceste reguli sînt indicate de fabricile constructoare prin instrucţiuni de exploatare.

Principalele caracteristici tehnice ale acumulatoarelor cu plumb sînt următoarele:

- Tensiunea electromotoare U_e, care este de 1,9-2,3 V la cele încărcate şi ea depinde în principal de concentraţia electrolitului, dar şi de temperatură;
- Rezistenţa interioară r_i, care depinde de suprafaţa electrozilor, de distanţa dintre ei, precum şi de concentraţia electrolitului. In general valoarea rezistenţei interioare este

cuprinsă între (o,ol-o,ool)Ω. Pe măsură ce acumulatorul este descărcat, r_i creşte datorită depunerii sulfatului de plumb pe plăci, a gazelor care se depun sub formă de bule în jurul plăcilor şi datorită micşorării concentraţiei electrolitului;

- Tensiunea U_b la bornele acumulatorului care, neglijînd fenomenul de polarizare, este:

$$U_b = U_e - I\, r_i \qquad (8.31)$$

unde I este curentul de descărcare a acumulatorului. In cazul încărcării acumulatorului, tensiunea la bornele acestuia este:

$$U_b = U_e + I\, r_i \qquad (8.32)$$

I fiind curentul de încărcare a acumulatorului;

- Densitatea electrolitului, [γ gr/cm^3], se măsoară cu ajutorul unor densimetre gradate în grade Baumé. Apa are 0° Baumé iar SO_4H_2,66° Baumé. Acumulatorul este încărcat la 33° Baumé şi descărcat la 16-18° Baumé;

- Capacitatea acumulatorului, Q, reprezintă sarcina electrică, în tehnică exprimată în amper-oră (simbol Ah), pe care o poate debita acumulatorul prin descărcarea lui pînă la limita practică de descărcare. Ea depinde de construcţia tehnică, de forma şi dimensiunile electrozilor, de compoziţia chimică a substanţei active etc. Capacitatea este proporţională cu greutatea plăcilor de plumb şi variază de la lo la 15 Ah pe Kg de plăci;

- Curentul nominal de lucru depinde de dimensiunile acumulatorului şi în special de suprafaţa electrozilor. Valoarea lui este indicată de fabrica constructoare în fişa tehnică a acumulatorului. În general se indică valoarea normală (nominală) a curentului de descărcare I_d şi valoarea normală a curentului de încărcare I_i. Practic, se recomandă ca

$$I_d \leqslant \frac{Q}{8} \quad ; \quad I_i \leqslant \frac{Q}{lo} \qquad (8.33)$$

- Randamentul acumulatorului se poate exprima prin raportul între energia electrică debitată de acumulator la descărcare (W_d) şi energia absorbită de acumulator la încărcare (W_i) adică:

$$\eta_W = \frac{W_d}{W_i} \qquad (8.34)$$

sau prin raportul dintre sarcinile electrice la descărcare (q_d) şi sarcinile electrice la încărcare (q_i), adică:

$$\eta_q = \frac{q_d}{q_i} = \frac{\int i_d . dt}{\int i_i . dt} \qquad (8.35)$$

La acumulatoarele cu plumb η_w = o,7 - o,8 iar η_q=o,85 - o,9. Valoarea relativ scăzută a randamentului se datoreşte reacţiilor chimice secundare, pierderilor calorice în rezistenţa interioară şi autodescărcării.

Un acumulator neutilizat mai multă vreme se descarcă lent, din cauza impurităţilor şi a reacţiilor secundare care, în timp, poate duce la deteriorarea lui. De aceea, cînd un acumulator nu este utilizat timp mai îndelungat, trebuie ca, periodic (lunar) să fie descărcat şi reîncărcat. Se poate păstra mai bine acumulatorul neutilizat timp mai îndelungat, înlocuind electrolitul cu apă distilată.

Durata de funcţionare a unui acumulator depinde de construcţia acumulatorului şi de condiţiile de exploatare; ea fiind cuprinsă între loo şi looo cicluri. Prin ciclu se înţelege o încărcare şi apoi o descărcare.

In ţara noastră se fabrică diferite tipuri de acumulatoare cu plumb pentru instalaţiile de lumină şi forţă, centrale telefonice, laboratoare, aparate de radio, semnalizări şi iluminat C.F.R., motociclete, automobile, tractoare, etc.

b) Acumulatoarele alcaline au ca electrolit hidratul de potasiu (KOH), care se disociază în ioni pozitivi de potasiu şi ioni negativi de radicalul (OH) iar electrozii sînt executaţi sub formă de grătare, avînd ca masă activă la plăcile pozitive un oxid de cupru, argint sau de nichel, iar la cele negative zinc, fier sau cadmiu.

Cele mai răspîndite acumulatoare alcaline sînt acumulatoarele cu fier-nichel, avînd electrozii din grătare de fier nichelat care susţin „masa activă". Masa activă a electrozilor pozitivi o constituie hidroxidul de nichel $Ni(OH)_3$ iar a electrozilor negativi, fierul spongios. Electrolitul este o soluţie de 21% hidrat de potasiu.

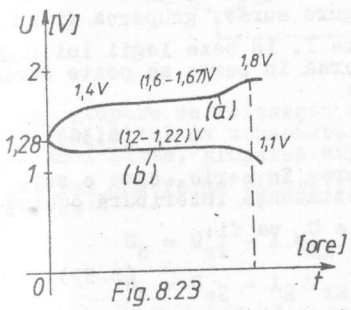


Fig. 8.23

La descărcare, ionii pozitivi (OH) se depun pe electrodul negativ, unde transformă fierul spongios în hidrat fieros, iar ionii pozitivi de potasiu se depun pe electrodul pozitiv, unde transformă hidroxidul de nichel în hidrat de nichel. La încărcare procesul chimic se desfăşoară invers, în ambele operaţii însă concentraţia electrolitului rămîne constantă.

In fig.8.23 este prezentată variaţia în timp a tensiunii la încărcarea (curba a) şi descărcarea (curba b) acumulatorului fero-nichel.

Caracteristicile tehnice principale ale acumulatorului fero-nichel sînt:

- tensiunea electromotoare, U_e, în jur de 1,45 V;
- rezistenţa interioară, r_i cuprinsă între (o,oo3-o,oo8)Ω;
- randamentul în jur de: η_W =(o,5-o,6) respectiv η_Q=(o,7-o,8).

Acumulatoarele cu fero-nichel prezintă unele avantaje în aplicaţiile tehnice: sînt mai uşoare ca cele cu plumb; mai puţin sensibile la şocurile mecanice şi la scurtcircuit; sînt mai uşor de întreţinut; nu emană gaze vătămătoare; au o durată de funcţionare mai lungă. Ele sînt însă mai scumpe şi au randament mai mic.

Se mai construiesc acumulatoare alcaline şi cu cadmiu-nichel, la care un electrod este de oxid de nichel, al doilea de cadmiu iar ca electrolit, soluţie apoasă de hidroxid de sodiu sau de potasiu.

In ultimul timp se foloseşte şi tipul de acumulator alcalin cu electrozi de peroxid de argint şi de zinc, avînd ca electrolit hidroxidul de potasiu.

Acumulatoarele alcaline se întrebuinţează în special pentru electrocare, locomotive electrice şi lanterne mari portative, precum şi în instalaţii de telecomunicaţii.

Celelalte surse de tensiune electrică continuă, adică generatorul de curent continuu, dispozitivele redresoare vor fi studiate în capitole separate.

8.3.4. Gruparea surselor de tensiune electrică continuă

In practică, atît pilele electrice cît şi acumulatoarele electrice se grupează,formînd aşa-numitele baterii. Şi generatoarele de curent continuu se grupează, atunci cînd consumatorii necesită curenţi sau tensiuni mai mari decît poate furniza un singur generator. Gruparea se poate face în serie, paralel sau mixtă.

a) Gruparea în serie a k surse de tensiune electromotoare U_{ek} şi rezistenţă interioară r_{ik}, este reprezentată în figura 8.24. Asemenea grupare se foloseşte atunci cînd este necesară o

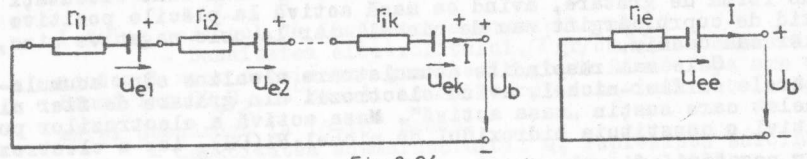


Fig.8.24

tensiune U_b mai mare ca cea a unei singure surse, gruparea fiind parcursă de acelaşi curent de intensitate I. In baza legii lui Ohm (forma generalizată), pentru fiecare sursă în parte se poate scrie tensiunea de la bornele sale sub forma:

$$U_k = U_{ek} - I_k r_{ik} = U_{ek} - I r_{ik} \qquad (8.36)$$

Circuitul echivalent celor k surse în serie, este o sursă de tensiune electromotoare U_{ee} şi rezistenţă interioară echivalentă r_{ie}, iar tensiunea la bornele sale U_b va fi:

$$U_b = \sum_{K=1}^{K} U_k = U_{ee} - I r_{ie} \qquad (8.37)$$

Ţinînd seama de rel.8.36, tensiunea la borne U_b se scrie:

$$U_b = \sum_{K=1}^{K} U_K = \left\{U_{e1} + U_{e2} + U_{e3} + \cdots + U_{ek}\right\} - I\left\{r_{i1} + r_{i2} + r_{i3} + \cdots + r_{ik}\right\} \qquad (8.38)$$

Relaţiile 8.37 şi 8.38 reprezintă o aceeaşi funcţie între U_b şi I numai dacă:

$$U_{ee} = U_{e1} + U_{e2} + U_{e3} + \cdots + U_{ek} = \sum_{k=1}^{k} U_{ek}$$
$$r_{ie} = r_{i1} + r_{i2} + r_{i3} + \cdots + r_{ik} = \sum_{k=1}^{k} r_{ik} \qquad (8.39)$$

Ca urmare:

- tensiunea electromotoare echivalentă U_{ee} a unei grupări de k surse în serie, este egală cu suma algebrică a tensiunilor electromotoare ale celor k surse:
- rezistenţa echivalentă r_{ie}, a aceleeaşi grupări serie, este egală cu suma rezistenţelor interioare a celor k surse.

La gruparea serie, curentul de intensitate I nu trebuie să depăşească curentul nominal al sursei celei mai mici. Se pot grupa în serie surse de tensiuni electromotoare şi rezistenţe interioare diferite. Dacă cele k surse sînt identice(avînd parametrii U_e şi r_i), atunci

$$U_{ee} = k\,U_e \text{ şi } r_{ie} = k\,r_i \qquad (8.40)$$

Ca exemple de grupare serie a surselor de tensiune electrică continuă se pot da bateriile realizate prin gruparea în serie a două sau mai multe elemente uscate Leclanché sau acumulatoarele folosite la automobile, camioane, tractoare,etc..., cînd sînt grupate în serie mai multe elemente de acumulator.

b) Gruparea în paralel, a k surse de tensiune electromotoare U_{ek} şi rezistenţa r_{ik} este reprezentată în fig.8.25.Asemenea grupare se foloseşte atunci cînd intensitatea I a curentului solicitat de consumator este mai mare decît curentul nominal al unei surse, gruparea avînd tensiunea la borne U_b. Folosind legea lui Ohm(forma generalizată) pentru fiecare latură(sursă),se scrie:

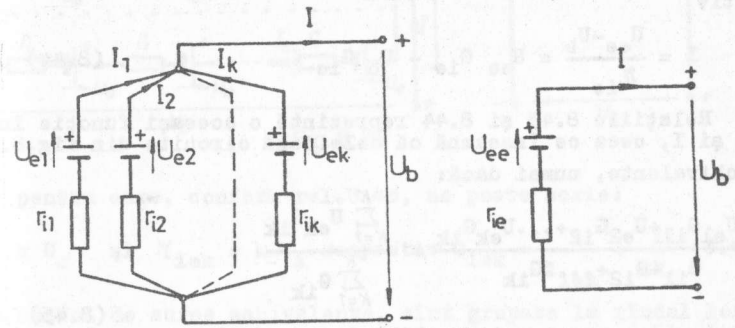


Fig.8.25

$$\begin{aligned} U_b &= U_{e1} - I\,r_{i1} \\ U_b &= U_{e2} - I_2\,r_{i2} \\ &\cdots\cdots\cdots \\ U_b &= U_{ek} - I_k\,r_{ik} \\ U_b &= U_{ee} - I\,r_{ie} \end{aligned} \qquad (8.41)$$

de unde rezultă curenţii debitaţi de fiecare sursă,sub forma:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U_{e1}-U_b}{r_{i1}} \\ I_2 &= \frac{U_{e2}-U_b}{r_{i2}} \\ &\cdots\cdots\cdots \\ I_k &= \frac{U_{ek}-U_b}{r_{ik}} \\ I &= \frac{U_{ee}-U_b}{r_{ie}} \end{aligned} \qquad (8.42)$$

Cum,

$$I = \sum_{K=1}^{K} I_k \text{ (prima teoremă a lui Kirchhoff)}$$

iar conductanţa $G = \frac{1}{r}$, curentul I se poate scrie,folosind

rel.8.42, sub forma:

$$I = \sum_{K=1}^{K} I_k = I_1 + I_2 + \dots + I_k \quad \text{sau}$$

$$I = \left\{ U_{e1}G_{i1} + \dots + U_{ek}G_{ik} \right\} - U_b \left\{ G_{i1} + \dots + G_{ik} \right\} \qquad (8.43)$$

respectiv

$$I = \frac{U_{ee} - U_b}{\mathcal{R}_{ie}} = U_{ee}\, G_{ie} - U_b\, G_{ie} \qquad (8.44)$$

Relaţiile 8.43 şi 8.44 reprezintă o aceeaşi funcţie între U_b şi I, ceea ce înseamnă că cele două circuite din fig.8.25 sînt echivalente, numai dacă:

$$U_{ee} = \frac{U_{e1}G_{i1} + U_{e2}G_{i2} + \dots U_{ek}G_{ik}}{G_{i1} + G_{i2} + \dots G_{ik}} = \frac{\sum_{K=1}^{K} U_{ek}G_{ik}}{\sum_{K=1}^{K} G_{ik}} \qquad (8.45)$$

$$G_{ie} = G_{i1} + G_{i2} + \dots + G_{ik} = \sum_{K=1}^{K} G_{ik}$$

adică,

- tensiunea electromotoare echivalentă U_{ee} a unei grupări paralel de k surse, este egală cu suma produselor tensiunilor electromotoare ale celor k surse prin conductanţele lor, împărţită prin suma conductanţelor acestora (rel.8.2o);

- conductanţa echivalentă G_{ie} a sursei echivalente celor k surse, grupate în paralel, este egală cu suma conductanţelor surselor respective.

De remarcat că sursele ce urmează a fi grupate în paralel trebuie să aibă aceeaşi tensiune electromotoare, căci altfel chiar atunci cînd I = 0 (gruparea de surse în paralel nu alimentează nici un consumator) apar curenţi ce circulă între surse. Sursele cu tensiuni electromotoare mai mici devin consumatori pentru cele cu t.e.m. mai mari.

Dacă t.e.m. ale surselor sînt practic egale, dar rezistenţele interioare diferite, atunci din rel.8.41, rezultă că sursa cu rezistenţă interioară mai mare debitează un curent mai mic.

In cazul a k surse identice, avînd parametrii U_e şi $\mathcal{R}_i$, grupate în paralel, rel.8.45 obţin forma:

$$U_{ee} = \frac{k.U_e G_i}{k\, G_i} = U_e \qquad (8.46)$$

$$G_{ie} = k\, G_i$$

c) Gruparea mixtă. O asemenea grupare de surse identice, de tensiune electromotoare U_e şi rezistenţă interioară $\mathcal{R}_i$, este reprezentată în fig.8.26. Această grupare se foloseşte atunci cînd se necesită atît tensiuni cît şi curenţi mai mari decît cei ai unei singure surse. După cum se vede din fig.8.26, fiecare din cele m grupări în paralel, reprezintă o grupare de k surse în

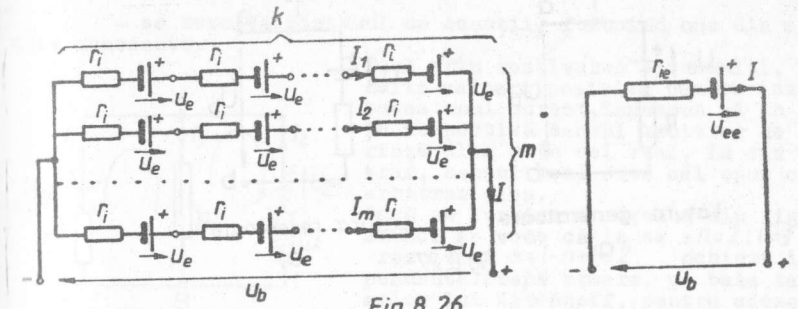


Fig.8.26

serie, pentru care, conform rel.8.4o, se poate scrie:

$$U_{eek} = k\, U_e \quad \text{şi} \quad \mathcal{R}_{iek} = k\, \mathcal{R}_i \quad \text{respectiv} \quad G_{iek} = \frac{1}{\mathcal{R}_{iek}} = \frac{1}{k\mathcal{R}_i} \qquad (8.47)$$

Cele m astfel de surse echivalente, sînt grupate la rîndul lor în paralel. Ca urmare, în baza rel.8.46, pentru sursa echivalentă grupării mixte, se poate scrie:

$$U_{ee} = U_{eek} = k\, U_e$$

$$G_{ie} = m\, G_{iek} = \frac{m}{k\mathcal{R}_i} \quad \text{respectiv} \quad \mathcal{R}_{ie} = \frac{1}{G_{ie}} = \frac{k}{m}\mathcal{R}_i \qquad (8.48)$$

8.4. Rezolvarea (calculul) reţelelor de curent continuu liniare şi filiforme

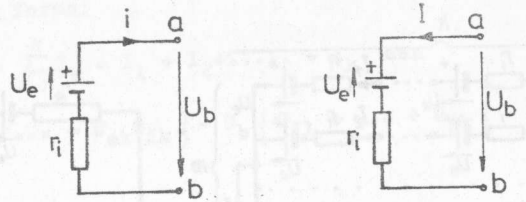
A rezolva o reţea de curent continuu înseamnă a determina intensităţile curenţilor electrici continui din cele ℓ laturi, atunci cînd se cunosc valorile tuturor parametrilor elementelor de circuit ce compun reţeaua respectivă.

Pentru a rezulta relaţii cît mai simple între mărimile fizice ce caracterizează o reţea de curent continuu, este necesar să se facă anumite convenţii privind alegerea sensului lor de referinţă (sens de referinţă este sensul lui dl şi ds, adică a elementelor de integrare). Dintre aceste convenţii amintim:

a) Tensiunea electrică (căderea de tensiune) în lungul unei laturi de circuit filiform (sau porţiuni de latură) şi intensitatea i a curentului continuu din aceeaşi latură, au acelaşi sens de referinţă.

b) Tensiunea U_b la bornele unei laturi de reţea şi intensitatea I a curentului continuu din latură au acelaşi sens de referinţă faţă de un nod a sau b în cazul unei laturi receptoare (fig.8.27b) şi sensuri opuse dacă latura este generatoare (fig. 8.27a).

La rezolvarea reţelelor de curent continuu se pot folosi diferite teoreme şi metode, funcţie de configuraţia acestora.



Latura generatoare — Latura receptoare

a) Fig.8.27 b)

8.4.1. Metoda teoremelor lui Kirchhoff

Această metodă de rezolvare a reţelelor de curent continuu se bazează pe cele două teoreme a lui Kirchhoff.

Prima teoremă rezultă din legea de conservare a sarcinii electrice şi se enunţă astfel: suma algebrică a intensităţilor curenţilor continui din laturile de reţea ce concură într-un nod este nulă. În această sumă sînt cotate pozitive intensităţile curenţilor ce ies din nod, respectiv negative cele ce intră.Ca expresie analitică:

$$\sum_{k=1}^{k} I_k = 0 \qquad (8.49)$$

In cazul unei reţele de curent continuu cu n noduri,această teoremă conduce la scrierea a numai(n-1) ecuaţii independente.

A doua teoremă, este o consecinţă a legii conducţiei electrice şi se enunţă: suma algebrică a valorilor tensiunilor electromotoare din laturile unui ochi de reţea, este egală cu suma algebrică a căderilor de tensiune din laturile ce constituie ochiul respectiv. Ca expresie analitică:

$$\sum_{K=1}^{K} U_{ek} = \sum_{K=1}^{K} I_k R_k \qquad (8.5o)$$

Se obţin $\sigma = (l-n+1)$ ecuaţii independente pentru cazul unei reţele cu σ ochiuri independente. Pentru scrierea acestei teoreme,pe lîngă sensul de referinţă al mărimilor fizice ce intervin se alege şi un sens arbitrar de parcurgere a fiecărui ochi de reţea şi atunci:

a) U_{ek}, apare cu semnul plus în faţă (deci ca o mărime scalară pozitivă) dacă sensul lui U_{ek} coincide cu sensul arbitrar ales de parcurgere, în caz contrar cu semnul minus.

b) $I_k R_k$, are semnul pozitiv, dacă sensul lui I_k coincide cu cel de parcurgere a ochiului, altfel are semn negativ.

Metodologia de utilizare a teoremelor lui Kirchhoff este următoarea:

- se fixează arbitrar, în fiecare latură un sens pozitiv pentru intensitatea curentului electric din aceasta(sensul său de referinţă), precum şi sensul de parcurgere a ochiurilor de reţea;
- se scriu cele (n-1) ecuaţii pe baza primei teoreme a lui Kirchhoff şi cele $\sigma=(l-n+1)$ pe baza celei de a doua;
- se constituie astfel un sistem de $(n-1)+(l-n+1)=l$ ecuaţii independente, ce conţin cele l necunoscute(intensităţile curenţilor continui din cele l laturi ale reţelei);

- se rezolvă sistemul de ecuaţii, folosind una din metodele cunoscute.

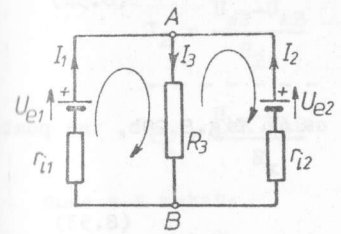


Fig. 8.28

Dacă prin rezolvarea sistemului, rezultă valoare pozitivă pentru intensitatea unui curent,înseamnă că în latura respectivă sensul arbitrar de referinţă ales este cel real, în caz contrar, sensul real este cel opus celui arbitrar ales.

Dacă se consideră reţeaua din fig.8.28 atunci se vede că la ea : $n=2$; $l=3$ rezultînd $\sigma=l-n+1=2$ ochiuri independente.Drept urmare, pe baza teoremelor lui Kirchhoff, pentru această reţea, se poate scrie următorul sistem de ecuaţii:

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0 \quad \text{- în baza primei teoreme,}$$

$$\left.\begin{aligned} r_{i1}I_1 + R_3I_3 &= U_{e1} \\ -r_{i2}I_2 - R_3I_3 &= -U_{e2} \end{aligned}\right\} \text{- în baza celei de a doua teoreme} \qquad (8.51)$$

In acest sistem de ecuaţii se cunosc parametrii reţelei, adică:U_{e1}, U_{e2}, r_{i1}, r_{i2} şi R_3 .Rezolvînd sistemul de ecuaţii (8.51), prin una din metodele cunoscute, se obţin necunoscutele, adică cei trei curenţi din laturi: I_1,I_2 şi I_3.

8.4.2. Metoda bazată pe teorema superpoziţiei

Pentru o reţea de curent continuu ce conţine numai elemente liniare, teorema superpoziţiei se enunţă astfel: intensitatea curentului electric ce se stabileşte într-o latură de reţea, este egală cu suma algebrică a intensităţilor curenţilor pe care i-ar stabili în acea latură, fiecare sursă de tensiune electromotoare a reţelei, dacă s-ar găsi singură în reţea, celelalte rămînînd reprezentate în schemă numai prin rezistenţele lor interioare r_i. Ca exemplu se consideră schema din figura 8.28.

a) Cînd acţionează numai U_{e1}, aşa ca în fig.8.29a, se poate scrie:

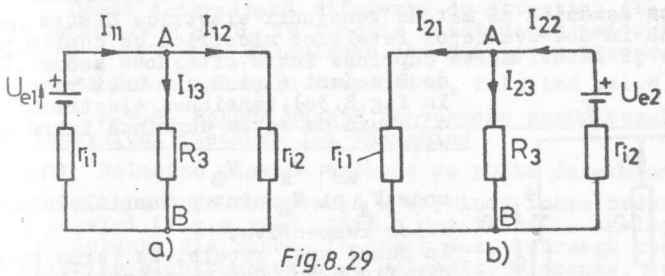


Fig.8.29

$$I_{11} = \frac{U_{e1}}{r_{i1} + \dfrac{r_{i2}R_3}{r_{i2}+R_3}}$$

$$I_{13} = \frac{V_A - V_B}{R_3} = \frac{U_{e1} - I_{11} r_{i1}}{R_3} \qquad (8.52)$$

$$I_{12} = \frac{V_A - V_B}{r_{i2}} = \frac{U_{e1} - I_{11} r_{i1}}{r_{i2}}$$

Cînd acţionează numai U_{e2}, aşa ca în fig.8.29b, se poate scrie:

$$I_{22} = \frac{U_{e2}}{r_{i2} + \frac{r_{i1} R_3}{r_{i1} + R_3}} \qquad (8.53)$$

$$I_{23} = \frac{V_A - V_B}{R_3} = \frac{U_{e2} - I_{22} r_{i2}}{R_3}$$

$$I_{21} = \frac{V_A - V_B}{r_{i1}} = \frac{U_{e2} - I_{22} r_{i2}}{r_{i1}}$$

Curenţii reali prin laturile reţelei din fig.8.28, vor fi:

$$I_1 = I_{11} - I_{21}$$

$$I_2 = I_{22} - I_{12} \qquad (8.54)$$

$$I_3 = I_{13} + I_{23}$$

ei rezultînd deci prin suprapunerea (superpoziţia) celor două reţele simplificate, reprezentate în fig.8.29 a şi b, urmărind sensul pozitiv arbitrar ales pentru curenţi în fig.8.28.

Dezavantajul metodei superpoziţiei consistă în stabilirea unui număr mare de ecuaţii pentru cazul unor reţele electrice ce conţin multe surse de tensiune electromotoare.

8.4.3. Metoda diferenţei de potenţial dintre noduri

Este denumită şi metoda tensiunii electrice dintre noduri şi se aplică în mod avantajos reţelelor electrice ce conţin noduri puţine şi laturi multe cuprinse între cîte două noduri. Între două noduri A şi B, ale unei reţele (ca în fig.8.30), tensiunea electrică pentru o latură de reţea cuprinsă între ele este:

$$U_{AB} = V_A - V_B \qquad (8.55)$$

unde, V_A şi V_B sînt potenţialele nodurilor respective.

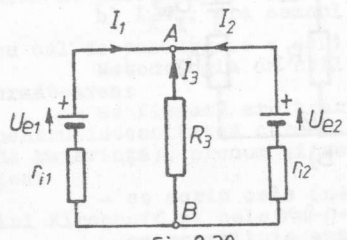


Fig. 8.30

In cazul unei reţele, de forma celei din fig.8.30, dar care între cele două noduri A şi B are k laturi, acestea sînt toate în paralel şi dacă se aplică forma integrală a legii conducţiei electrice pentru fiecare dintre aceste laturi, se obţin curenţii din laturile respective, sub forma :

$$I_1 = \frac{U_{e1} - U_{AB}}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{U_{e2} - U_{AB}}{R_2} \qquad (8.56)$$

- - - - - - -

$$I_K = \frac{U_{eK} - U_{AB}}{R_k}$$

unde s-a notat:

U_{ek}, suma algebrică a tensiunilor electromotoare din latura k, cuprinsă între nodurile A şi B ale reţelei;

R_k, suma rezistenţelor electrice din latura k;

I_k, intensitatea curentului electric din aceeaşi latură k.

Pe baza primei teoreme a lui Kirchhoff, aplicată nodului A şi ţinînd seama de rel.8.56, se poate scrie:

$$\sum_{k=1}^{k} I_k = 0 = \sum_{k=1}^{k} \frac{U_{ek}}{R_k} - U_{AB} \sum_{k=1}^{k} \frac{1}{R_k} = \sum_{k=1}^{k} U_{ek} G_k - U_{AB} \sum_{k=1}^{k} G_k = 0 \qquad (8.57)$$

La scrierea relaţiei 8.57 s-a considerat că în nodul A, converg numai cei k curenţi, ce străbat laturile k cuprinse între nodurile A şi B.

Din rel.8.57 rezultă:

$$U_{AB} = \frac{\sum_{k=1}^{k} U_{ek} G_k}{\sum_{k=1}^{k} G_k} \qquad (8.58)$$

în care,

G_k, conductanţa totală a laturii k, adică $G_K = \frac{1}{R_k}$

Suma de la numărătorul relaţiei 8.58 este o sumă algebrică, U_{ek} fiind cotată pozitivă dacă are sensul pozitiv de la nodul A spre nodul B, respectiv negativă la sens invers.

Odată determinată diferenţa de potenţial (tensiunea) dintre nodurile A şi B, în funcţie numai de mărimi cunoscute (sînt date U_{ek} şi R_K) se calculează curenţii prin fiecare latură k, cuprinsă între nodurile respective, folosind rel.8.56.

8.4.4. Metoda bazată pe teorema generatorului de tensiune echivalent (teorema lui Thévenin)

Folosind această teoremă se poate determina curentul I_{mn} dintr-o latură de rezistenţă R cuprinsă între nodurile m şi n ale reţelei (fig.8.31a) fără a determina în acelaşi timp şi ceilalţi curenţi din reţea. În acest caz, întreaga reţea, cu toate tensiunile electromotoare şi celelalte elemente, cu excepţia laturii în care există I_{mn}, se echivalează cu aşa numitul generator de tensiune echivalent, caracterizat prin:

- tensiunea electromotoare $U_{eg} = U_{mno}$;
- rezistenţa interioară R_{io}.

Prin U_{mno} se înţelege tensiunea măsurată între nodurile

m şi n, cînd latura în care circulă curentul I_{mn} este întreruptă,

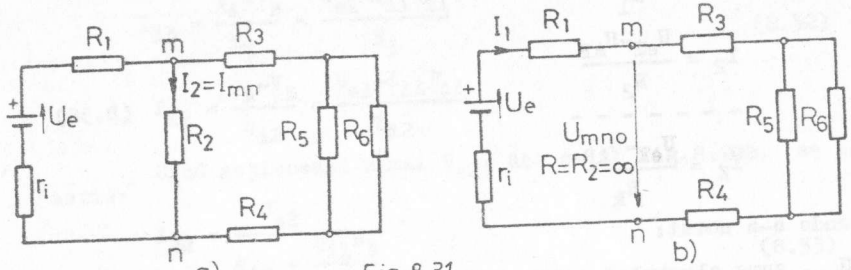


Fig. 8.31

deci are rezistenţa infinită(în fig. 8.31b, $R_2 = \infty$). U_{mno} se mai numeşte şi tensiunea de mers în gol.

Rezistenţa R_{io} se calculează ca rezistenţa echivalentă între m şi n, pasivizînd dipolul activ, adică înlocuind sursele reţelei numai prin rezistenţele lor interioare şi considerînd $R = \infty$. Rezistenţa R reprezintă rezistenţa laturii cuprinse între m şi n, prin care circulă curentul I_{mn}. În cazul fig. 8.31b, $R = R_2 = \infty$.

Teorema generatorului echivalent se enunţă: curentul I_{mn} prin latura de rezistenţă R este egal cu raportul dintre tensiunea U_{mno} de mers în gol şi suma dintre rezistenţa R a laturii respective şi rezistenţa interioară R_{io}, adică:

$$I_{mn} = \frac{U_{mno}}{R+R_{io}} \qquad (8.59)$$

Ca exemplificare, să se calculeze curentul $I_2 = I_{mn}$, din rezistenţa $R = R_2$ a reţelei reprezentate prin schema electrică din fig. 8.31a, cînd se cunosc parametrii reţelei, adică U_e, r_i, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 şi R_6.

Pentru rezistenţa interioară R_{io} a generatorului de tensiune echivalent, se obţine valoarea:

$$R_{io} = \frac{(R_1 + r_i)\left\{R_3 + \frac{R_5 R_6}{R_5+R_6} + R_4\right\}}{R_1 + r_i + R_3 + \frac{R_5 R_6}{R_5+R_6} + R_4} \qquad (8.60)$$

La determinarea tensiunii electromotoare $U_{eg} = U_{mno}$, se foloseşte schema din fig. 8.31b, unde $R_2 = R = \infty$. Pe baza acestei scheme se poate scrie expresia curentului I_1, debitat de sursa de tensiune electromotoare U_e sub forma:

$$I_1 = \frac{U_e}{r_i + R_1 + R_3 + \frac{R_5 R_6}{R_5+R_6} + R_4} \qquad (8.61)$$

Din aceeaşi schemă, rezultă şi expresia lui U_{mno}, adică:

$$U_{mno} = U_e - I_1(r_i + R_1) = U_e\left\{1 - \frac{r_i + R_1}{r_i+R_1+R_3 + \frac{R_5 R_6}{R_5+R_6} + R_4}\right\} \qquad (8.62)$$

În baza rel.8.59, se poate scrie:

$$I_2 = I_{mn} = \frac{U_{mno}}{R+R_{io}} = \frac{U_{mno}}{R_2+R_{io}} \qquad (8.63)$$

8.5. Calculul electric al liniei de curent continuu

O linie electrică de curent continuu, este formată din două conductoare 1 şi 2(unul de dus şi altul de întors) de lungime ℓ şi asigură transmiterea la distanţa ℓ a energiei electrice $W_e = U_b It$, fie pentru alimentarea unor receptori(consumatori de energie electrică), fie pentru determinarea de semnale electrice(telecomunicaţii). În fig.8.32 este reprezentată schema electrică a unei linii de curent continuu.

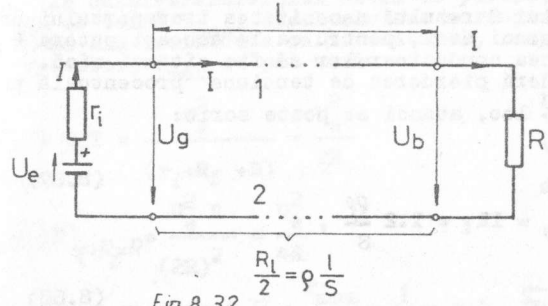


Fig. 8.32

S-a notat, prin:

U_e şi r_i, tensiunea electromotoare şi rezistenţa interioară a sursei;

$U_g = U_e - Ir_i$, tensiunea la bornele sursei, deci la începutul liniei;

I, intensitatea curentului de-a lungul liniei, absorbit de receptor;

$U_b = IR$, tensiunea la bornele receptorului, deci la sfîrşitul liniei;

R, R_ℓ, rezistenţa electrică a receptorului, respectiv a liniei (a celor două conductoare);

ℓ, S, lungimea respectiv secţiunea unuia dintre conductoarele liniei;

ρ, rezistivitatea materialului conductorului liniei.

Cu aceste notaţii, se poate scrie:

$$I = \frac{U_e}{(r_i+R_\ell+R)} \quad \text{curentul pe linia de transport;} \qquad (8.64)$$

$P_g = U_g I = I^2(R_\ell + R)$, puterea furnizată de sursă liniei şi consumată, prin efect Joule-Lenz pe linie şi de receptor;

$P = U_b I = I^2 R = \frac{U_e^2 R}{(r_i+R_\ell+R)^2}$, puterea absorbită de receptor.

Calculul electric al unei linii de curent continuu ce alimentează cu puterea P un consumator situat la distanţa ℓ de sursă, se referă la determinarea secţiunii S a conductoarelor (cînd se cunosc P, ρ, ℓ şi U_b) astfel încît pierderile de putere prin efect Joule- Lenz şi căderea de tensiune pe linie să se încadreze în limitele stabilite de norme.

Pierderea de putere, pe linie se dă, de obicei, în procente, din puterea consumatorului, adică:

$$p\% = \frac{\Delta P}{P} 100 \text{ şi de aici } \Delta P = 0{,}01 \cdot p\% \cdot P = 0{,}01\ p\%\ U_b I \qquad (8.65)$$

$$\text{cum } \Delta P = I^2 R_\ell = I^2 \rho \frac{2\ell}{S},$$

se obţine :

$$S = \frac{2\rho\ell I}{0{,}01 p\% U_b} = 2\frac{\rho\ell P}{0{,}01 p\% U_b^2} \qquad (8.66)$$

Din expresia lui S rezultă necesitatea transportului energiei electrice la tensiuni mari, pentru ca la aceeaşi putere P şi distanţă ℓ, secţiunea conductoarelor să fie cît mai mică.

Dacă se consideră pierderea de tensiune procentuală pe linie, adică $u_\ell\% = \frac{\Delta U}{U_b} 100$, atunci se poate scrie:

$$\Delta U = 0{,}01 u_\ell \% U_b \qquad (8.67)$$

$$\text{Cum } \Delta U = U_g - U_b = IR_\ell = I \cdot 2\frac{\rho\ell}{S},$$

$$\text{Rezultă } S = 2\frac{\rho\ell P}{0{,}01 u_\ell \% U_b^2} \qquad (8.68)$$

Relaţiile (8.66) şi (8.67), dau aceeaşi valoare pentru S, căci $p\% = u_\ell\%$, ca valori numerice. Intr-adevăr se poate scrie:

$$p\% = \frac{\Delta P}{P} \cdot 100 = \frac{I^2 R_\ell}{U_b I} \cdot 100 = \frac{IR_\ell}{U_b} \cdot 100 = \frac{\Delta U}{U_b} \cdot 100 = u_\ell\% \qquad (8.69)$$

Randamentul liniei de curent continuu, folosită la transportul de energie electrică, se defineşte ca raportul dintre puterea P absorbită de receptor (de la sfîrşitul liniei) şi P_g furnizată de sursă (de la începutul liniei), adică:

$$\eta = \frac{P}{P_g} = \frac{U_b I}{U_g I} = \frac{I^2 R}{I^2(R_\ell + R)} = \frac{U_b}{U_g} = \frac{R}{R_\ell + R} \qquad (8.70)$$

Valoarea randamentului unei astfel de linii este de cca 0,95-ceea ce corespunde unei pierderi de putere şi tensiune de 5%

Puterea consumată de receptorul a cărui rezistenţă este R, scrisă sub forma celei din rel. (8.64), adică:

$$P = \frac{U_e^2 R}{(r_i + R_\ell + R)^2} \qquad (8.71)$$

se anulează, pentru R = 0 (linia în scurtcircuit la bornele consumatorului) şi R = ∞ (linia în gol). Intre aceste valori ale lui R,

puterea P (ca funcţie de R) prezintă un maxim, care se determină din $\frac{dP}{dR} = 0$. Făcînd,

$$\frac{dP}{dR} = \frac{U_e^2(r_i + R_\ell + R)^2 - 2U_e^2 R\,(r_i + R_\ell + R)}{(r_i + R_\ell + R)^4} = \frac{U_e^2(r_i + R_\ell - R)}{(r_i + R_\ell + R)^3} = 0 \qquad (8.72)$$

aceasta se anulează pentru $r_i + R_\ell = R$ (8.73)

Aşadar, un consumator (sarcină) de rezistenţă R, alimentat printr-o linie de curent continuu, absoarbe puterea maximă de la sursă, dacă rezistenţa acestuia (R) este egală cu suma dintre rezistenţa interioară a sursei (r_i) şi rezistenţa liniei (R_ℓ). Aceasta este teorema transferului maxim de putere, iar o astfel de sarcină se numeşte adaptată la sursă.

In cazul transferului maxim de putere, puterea maximă debitată de sursă P_{smax} (inclusiv cea corespunzătoare efectului Joule-Lenz din rezistenţa sa interioară), respectiv cea absorbită de receptor, P_{max} se pot scrie:

$$P_{s\,max} = U_e I = \frac{U_e^2}{(r_i + R_\ell + R)} = \frac{U_e^2}{2R} \qquad (8.74)$$

$$P_{max} = |P|_{r_i + R_\ell = R} = \frac{U_e^2 R}{(2R)^2} = \frac{U_e^2}{4R} \qquad (8.75)$$

rezultînd un randament $\eta = \frac{P_{max}}{P_{smax}} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ (8.76)

inadmisibil pentru sarcini mari, cu toate că puterea transmisă consumatorului, de către sursă (prin intermediul liniei de transport) este maximă.

Transferul maxim de putere este utilizat în telecomunicaţii, unde se urmăreşte transmiterea unei puteri maxime la consumator, chiar la randament scăzut (transmiterea semnalelor). Puterile fiind foarte mici în aceste situaţii, randamentul nu prezintă o importanţă deosebită.

Pe lîngă calculul electric, la proiectarea unei linii de curent continuu pentru transportul energiei electrice, este necesar şi un calcul mecanic, deoarece conductoarele trebuie să reziste şi la solicitările ce intervin în timpul exploatării liniei.

8.6. Circuite electrice neliniare de curent continuu

8.6.1. Noţiuni generale. Circuitele electrice studiate în paragrafele anterioare, se caracterizează prin faptul că rezistivitatea ρ, respectiv conductivitatea γ, a conductoarelor ce intră în componenţa acestor circuite, nu depind de $\bar{E}$ şi $\bar{J}$. Aceasta înseamnă că legea lui Ohm, în forma diferenţială:

$$\bar{J} = \gamma \bar{E} \text{ sau } \rho \bar{J} = \bar{E} \qquad (8.77)$$

reprezintă o dependenţă liniară, adică o dreaptă în sistemul de coordonate JOE. Este uşor de văzut că în aceste cazuri şi dependenţa dintre tensiunea U de la bornele unui rezistor (confecţionat din asemenea conductoare) şi intensitatea I a curentului prin el, dependenţă dată de legea lui Ohm sub formă integrală:

$$U = RI \qquad (8.78)$$

este tot o dreaptă, rezistența rezistorului,

$$R = \int_\ell \rho \frac{dl}{S} = \int_\ell \frac{dl}{\sigma S} \qquad (8.79)$$

fiind constantă, ea nedepinzînd de U și I. Aceste elemente de circuit (rezistoare), a căror parametru rezistență este constant, se numesc elemente liniare.

Există însă și conductoare neliniare, la care ρ respectiv σ, depind de $\vec{E}$ și $\vec{J}$, adică depind de U și I. Asemenea conductoare servesc la construcția rezistoarelor neliniare. Pentru un rezistor neliniar, U = RI nu mai este o dreaptă, ci o anumită curbă, denumită caracteristică volt-amperică a elementului, prescurtat C.V.A. In general C.V.A-ul elementelor neliniare se determină pe cale experimentală, motiv pentru care se dă sub formă grafică (curbă) sau sub formă de tabel. Există și cazuri cînd C.V.A-ul se aproximează folosind anumite funcții analitice.

Rezistoarele neliniare se reprezintă în schemele electrice, prin unul dintre simbolurile prezentate în fig.8.33.

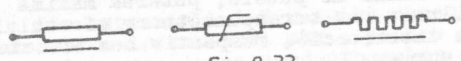


Fig.8.33

După forma caracteristicii volt-amperice a elementelor neliniare, există:

- elemente neliniare simetrice, la care C.V.A-ul este simetrică în raport cu axa tensiunii U, adică regimul de funcționare nu depinde de sensul efectiv a lui I prin element, fiind satisfăcută relația U(I) = U(-I) sau simetrică în raport cu originea sistemului de axe UOI, cînd U(I) = -U(-I);
- elemente neliniare nesimetrice, la care relațiile de mai sus nu mai sînt satisfăcute, regimul de funcționare depinzînd de sensul lui I (cazul diodelor redresoare).

Pe lîngă caracteristica volt-amperică, rezistoarele neliniare se mai caracterizează și prin:

a) Rezistența statică R_{st}, definită ca raportul dintre tensiunea U_p și intensitatea curentului I_p, corespunzătoare unui punct de funcționare P de pe C.V.A (fig.8.34). Se poate scrie :

$$R_{st} = \frac{U_p}{I_p} = k \cdot tg\alpha \qquad (8.80)$$

în care k este un factor, egal cu raportul scărilor de reprezentare grafică a tensiunii [V/mm] și curentului [A/mm], adică:

$$k = \frac{[V/mm]}{[A/mm]} \qquad (8.81)$$

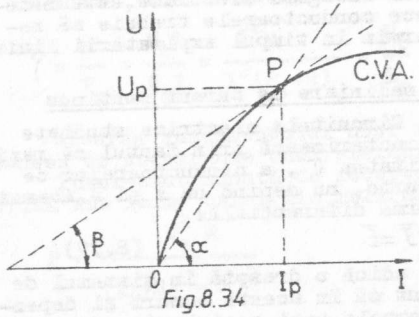


Fig.8.34

Rezistența statică variază odată cu deplasarea punctului P de-a lungul caracteristicii, dar este tot timpul pozitivă.

La elemente neliniare nesimetrice se definește o rezistență statică directă, corespunzătoare sensului direct a lui I prin element, adică, sensului conductibilității maxime, și o rezistență statică inversă, corespunzătoare sensului conductibilității minime.

b) Rezistența dinamică R_d, definită de relația:

$$R_d = \frac{dU}{dI} = k\ tg\beta \qquad (8.82)$$

adică o mărime proporțională cu tangenta trigonometrică a unghiului β, format de abscisă și tangenta geometrică dusă în punctul de funcționare P, la C.V.A. Se vede că $R_d > 0$ pentru porțiuni ascendente al C.V.A-ului și $R_d < 0$ pentru cele descendente.

8.6.2. Exemple de elemente neliniare

a) Lămpile cu incandescență. Filamentele acestor lămpi sînt rezistoare care lucrează la temperaturi înalte, rezistența lor statică R_{st}, la funcționare normală, fiind mult diferită de valoarea ei R_{sto}, în lipsa curentului, cînd filamentul este rece. La un filament de wolfram (curba a, fig.8.35) se ajunge ca $R_{st} = (10 \sim 12)R_{sto}$. Curba b este pentru un filament de cărbune, la care R_{st} descreşte cu creşterea lui I, deoarece cărbunele are un coeficient de temperatură negativ.

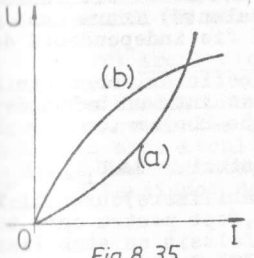


Fig.8.35

b) Rezistoarele de tirit. Tiritul este un material ceramic, obținut prin aglomerarea cu un liant argilos, la temperaturi înalte, a granulelor de carbură de siliciu. Rezistența tiritului scade brusc cu creşterea tensiunii. Acest lucru se vede din fig.8.36, cînd la $U > U_n$, creşteri mici ale lui U sînt însoțite de creşteri mari pentru I, reprezentînd scăderi importante ale rezistenței statice.

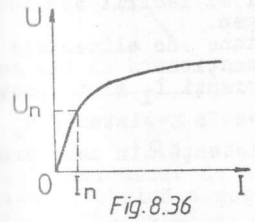


Fig.8.36

Elementele de tirit se folosesc la construcția descărcătoarelor, pentru protecția instalațiilor împotriva supratensiunilor electrice. Figura 8.37 reprezintă schema electrică a unui descărcător electric, cu rezistența R din tirit.

La tensiune nominală $U = U_n$, spațiul disruptiv de aer, cuprins între coarnele metalice m și n ale descărcătorului nu este străpuns (este deci izolant) și prin descărcător nu trece practic nici un curent. Cînd tensiunea creşte, din anumite motive (supratensiuni atmosferice, descărcări electrice) peste valoarea nominală, deci $U > U_n$, spațiul disruptiv este străpuns și prin coloana de tirit cu rezistența R trece un curent I_t mare, deoarece cu creşterea lui U scade R a tiritului (fig.8.36). Aşadar, sarcinile electrice din conductorul c al liniei de transport de energie electrică, determinate de supratensiunile atmosferice, se scurg la pămînt și tensiunea scade, fiind protejată în acest mod linia de transport.

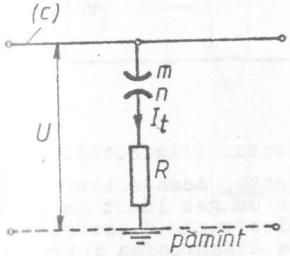


Fig.8.37

Odată cu micşorarea tensiunii, creşte rezistența R a descărcătorului (rezistența coloanei de tirit), se micşorează curentul I_t

de scurgere la pământ şi descărcarea electrică din spaţiul disruptiv încetează.

c) Termistorul. Este un rezistor neliniar, confecţionat din oxizi metalici, cu proprietăţi semiconductoare, a cărui rezistenţă statică scade puternic cu creşterea temperaturii. Caracteristica V.A a termistorului depinde de temperatura τ a mediului ambiant (fig.8.38).

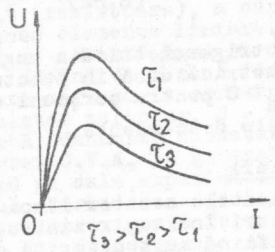


Fig.8.38

Termistoarele se întîlnesc în tehnica frecvenţelor înalte, la efectuarea de măsurări a temperaturii, la stabilizatoare de curent sau de tensiune, etc. In construcţia aparatelor electrice de măsură, se folosesc termistoare, pentru a compensa variaţia altor rezistenţe cu temperatura, în aşa fel încît rezistenţa totală (echivalentă) între două puncte din schema electrică a aparatului să fie independentă de temperatură.

d) Tubul baretor. Este un rezistor neliniar, constituit dintr-un filament de fier sau wolfram, montat într-un balon de sticlă umplut cu hidrogen la presiunea de (5o-2oo)*mm* ,col.Hg şi străbatut de curentul I, care-l încălzeşte.

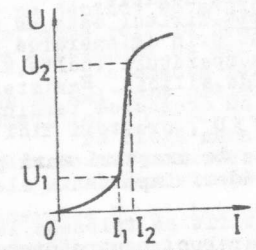


Fig.8.39

Intre limitele de tensiuni de la U_1 la U_2 (denumită plaja de stabilizare) curentul I este practic constant, fapt pentru care tubul baretor poate fi folosit ca stabilizator de curent, (fig.8.39). Caracteristica neliniară a tubului baretor este rezultatul variaţiei rezistenţei filamentului în raport cu temperatura şi al răcirii acestuia în atmosfera de hidrogen.

Pentru o tensiune de alimentare dată, ca punctul de funcţionare să fie cuprins între cei doi curenţi I_1 şi I_2, poate fi necesar să se monteze o rezistenţă R_a în paralel sau în serie cu circuitul de rezistenţă R, în care vrem

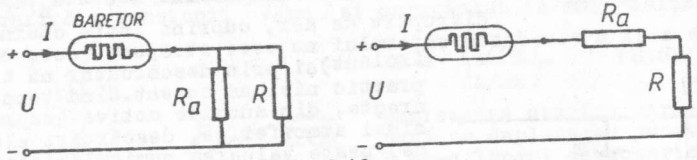


Fig.8.40

să stabilizăm intensitatea curentului electric (fig.8.4o).

e) Tuburi cu descărcări luminiscente. Aceste tuburi sînt constituite din baloane de sticlă umplute cu gaz inert la presiune scăzută, în care sînt introduşi doi electrozi. Curentul se stabileşte în tub în momentul cînd începe descărcarea între electrozi, adică la o anumită tensiune U_a, (fig.8.41) denumită tensiune de amorsare. Din C.V.A. reprezentată în fig.8.41, se vede că între limitele de curent de la I_1 la I_2, tensiunea tubului rămîne practic constantă, fapt pentru care un tub cu descărcări luminiscente poate fi folosit ca stabilizator de tensiune. Asemenea tubu

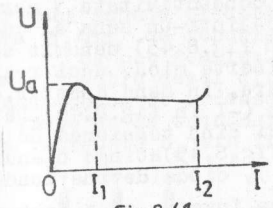


Fig.8.41

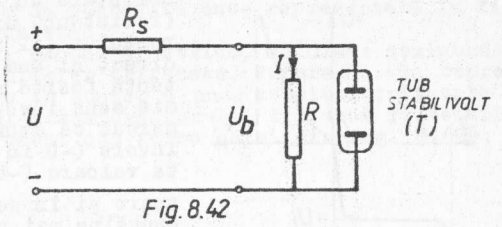


Fig.8.42

se numesc tuburi stabilivolt.

Dacă un receptor de rezistenţă R, trebuie alimentat cu o tensiune constantă, atunci în paralel cu acesta, se montează un tub cu descărcări luminiscente (T), iar în serie cu întregul ansamblu o rezistenţă liniară R_s, care preia oscilaţiile tensiunii de alimentare (fig.8.42).

f) Arcul electric. Caracteristica voltamperică a arcului electric în curent continuu este curba care reprezintă dependenţa dintre tensiunea U de la bornele celor doi electrozi între care se realizează arcul şi intensitatea I a curentului electric din arc. Arcul electric în curent continuu are o caracteristică descendentă, aşa ca în fig.8.43 (linie plină). Tensiunea U_a este tensiunea de amorsare, de aprindere a arcului electric.

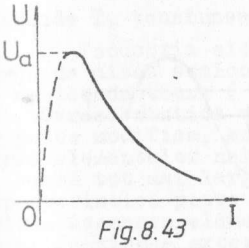


Fig.8.43

Odată cu creşterea curentului I din arcul electric, tensiunea (căderea de tensiune) pe acesta se micşorează datorită ionizării mai puternice a spaţiului ocupat de arc, ceea ce conduce la creşterea conductibilităţii arcului.

Forma caracteristicii depinde de materialul şi dimensiunile electrozilor, distanţa dintre electrozi, natura, presiunea şi mişcarea gazului dintre electrozi.

Arcul electric îşi găseşte multiple aplicaţii în tehnică, dintre care amintim: sursă de lumină în proiectoare; la sudarea şi tăierea electrică a metalelor ; în cuptoarele electrice cu arc; în industria chimică, etc.

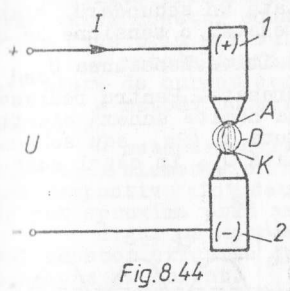


Fig.8.44

Fig.8.44 prezintă schematic arcul electric ce se stabileşte între doi electrozi 1(anod) şi 2(catod), alimentaţi cu tensiunea continuă U. Electrozii sînt din cărbune, situaţi în aer, la presiunea atmosferică. Porţiunea K din catod are temperatura de $(2,7-3,15)1o^3$ °C şi emite electroni. Zona A din anod bombardată de electroni, are forma concavă constituind craterul arcului şi ajunge la $(3,5-3,9)1o^3$ °C. Arcul electric propriu-zis D atinge temperaturi de cca $4,8 \times 1o^3$ °C.

Toate elementele neliniare prezentate mai sus au C.V.A. simetrică.

g) Diode redresoare, semiconductoare. Dioda semiconductoare este un element neliniar cu caracteristica voltampermetrică nesimetrică, ca cea din figura 8.45. Se vede că aceste elemente

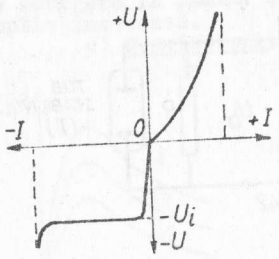


Fig.8.45

neliniare au o conductivitate σ mare (rezistenţă mică)într-un sens al curentului (+I în fig.8.45) denumit sens direct şi una foarte mică, deci rezistenţă foarte mare, în sens contrar,denumit sens invers (-I în fig.8.45).De remarcat că atunci cînd tensiunea de sens invers (-U în fig.8.45)atinge o anumită valoare ($-U_i$), dioda devine conductoare şi în sens invers, ea a fost străpunsă ne mai putînd fi utilizată.Valoarea $U = U_i$ se numeşte tensiune de străpungere.

Elementele redresoare se realizează cu seleniu, siliciu, germaniu etc. In schemele electrice ele se reprezintă prin simbolul din fig.8.46.

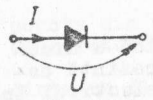


Fig.8.46

Diodele semiconductoare au o utilizare extrem de largă în toate domeniile electrotehnicii: electronică, automatică, aparate electrice de măsură etc. Proprietatea diodelor de a conduce într-un singur sens este folosită la redresarea curentului alternativ sinusoidal.

In figura 8.47 se prezintă schema electrică de redresare a unei alternanţe. Tensiunea sinusoidală u~ alimentează înfăşurarea primară a transformatorului Tr iar în secundar se conectează dioda redresoare. Tensiunea secundară u_s, este sinusoidală, avînd amplitudinea (valoarea maximă) notată cu U_m. Dioda redresoare conduce numai în timpul alternanţei pozitive astfel că la bornele rezistenţei R,conectată în secundarul transformatorului T_r, se obţine tensiunea redresată, o tensiune de un singur sens, U_c, egală cu alternanţele pozitive.Tensiunea U_{med} reprezintă valoarea medie a tensiunii redresate. Pentru redresarea ambelor alternanţe se poate folosi aşa numita schemă electrică cu punct median (m)reprezentată în figura 8.48a, sau schema în punte,(figura 8.48b) .Tensiunea redresată U_c, în cazul acestor două scheme electrice de redresare este reprezentată în figura 8.48c, ca funcţie de timp.

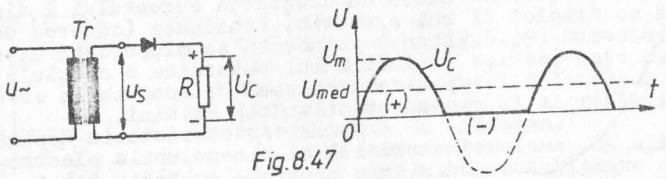


Fig.8.47

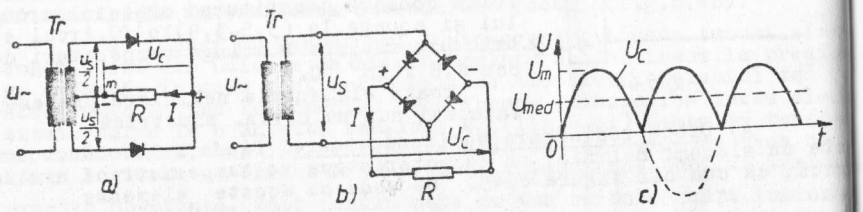


Fig.8.48

Se pot realiza şi scheme electrice, cu diode semiconductoare, pentru cazul circuitelor trifazate. Figura 8.49a reprezintă schema de redresare în punte, a unor tensiuni trifazate obţinute de la secundarul transformatorului trifazat Tr.Tensiunea redresată U_c are în acest caz forma celei din fig. 8.49b.

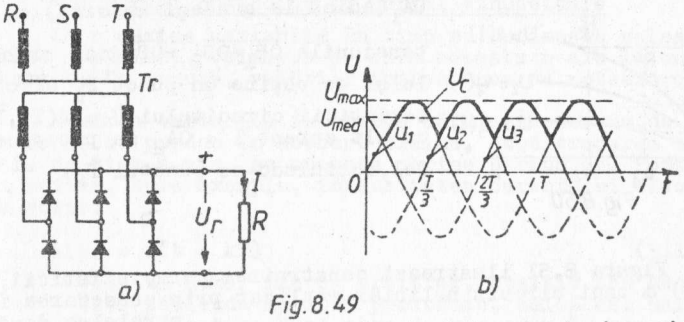


Fig.8.49

Prin u_1, u_2 şi u_3 sînt notate cele trei tensiuni sinusoidale ale sistemului trifazat, tensiuni defazate în timp cu o treime de perioadă (T/3) una faţă de cealaltă. Se vede că de-a lungul unei perioade T, tensiunea redresată U_c este o tensiune pulsatorie.

Industria electrotehnică românească produce o gamă foarte largă de diode semiconductoare la Intreprinderea de piese radio şi semiconductoare (I.P.R.S.) Bucureşti-Băneasa.

Caracteristica voltamperică a diodelor semiconductoare nu se poate modifica, motiv pentru care diodele fac parte din categoria elementelor neliniare necomandate.In tehnică se folosesc, pe scară tot mai largă, elemente neliniare comandate, a căror caracteristică poate fi modificată printr-o acţiune exterioară voită. Asemenea elemente neliniare sînt: tranzistorul, termistorul (acţiunea exterioară fiind temperatura),tiristorul etc..

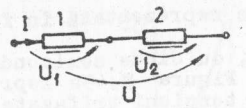
8.6.3. Calculul circuitelor neliniare de curent continuu

Calculul circuitelor neliniare de curent continuu se face în general ca şi cel al circuitelor liniare, pe baza ecuaţiilor obţinute prin folosirea teoremelor lui Kirchhoff, în schimb rezolvarea acestor ecuaţii, în cazul circuitelor neliniare,se poate face prin mai multe metode:

- metoda grafică, care se aplică în cazul unor circuite neliniare de curent continuu ce au o structură relativ simplă;
- metoda numerică, folosind în acest scop calculatoare numerice;
- metoda analitică, atunci cînd caracteristicile tensiune-curent ale elementelor neliniare ce intră în componenţa circuitului respectiv sînt date sub forma unor funcţii analitice(sau se pot aproxima prin asemenea funcţii).

Sigur că metoda superpoziţiei nu se poate folosi în cazul acestor circuite deoarece intervin relaţii neliniare între tensiune şi curent.

In figura 8.5o, se exemplifică modul de construire a C.V.A, $U = f(I)$ a circuitului serie, format din două rezistoare neliniare 1 şi 2 a căror C.V.A. sînt cunoscute sub formă de grafic, $U_1 = f_1(I)$ şi $U_2 = f_2(I)$.



Ecuaţiile circuitului sînt:

$$I_1 = I_2 = I \qquad (8.83)$$

$$U = U_1 + U_2$$

deci la un acelaşi curent $I = I_1 = I_2 = \overline{OA}_1$ (adică la aceeaşi abscisă) se adună tensiunile $\overline{OB}_1 + \overline{OB}_2 = \overline{OB}$ (deci ordonatele) şi se obţine un punct P_1 al caracteristicii circuitului $U = f(I)$. Pentru un alt curent $I = \overline{OA}_2$ se procedează la fel, obţinîndu-se punctul P_2.

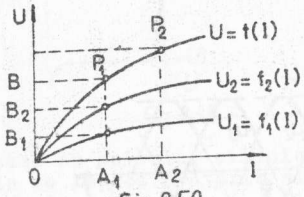
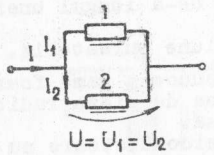


Fig.8.50

Figura 8.51 ilustrează construirea caracteristicii $U = f(I)$ a unui circuit neliniar realizat prin conectarea în paralel a două elemente neliniare 1 şi 2, a căror caracteristici $U_1 = f_1(I_1)$ şi $U_2 = f_2(I_2)$ sînt date sub formă de grafic.



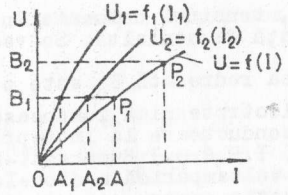


Fig.8.51

Ecuaţiile circuitului sînt :

$$I = I_1 + I_2 \qquad (8.84)$$

$$U_1 = U_2 = U$$

deci la aceeaşi tensiune (ordonată) $U_1 = U_2 = U = \overline{OB}_1$ se adună curenţii $I = I_1 + I_2 = \overline{OA}_1 + \overline{OA}_2 = \overline{OA}$ (se adună abscisele), obţinîndu-se un punct P_1 al caracteristicii circuitului echivalent, adică un punct al lui $U = f(I)$.

Pentru altă ordonată, $\overline{OB}_2$ se obţine un alt punct P_2.

Odată determinate caracteristicile $U = f(I)$ ale circuitelor neliniare (serie sau paralel), la tensiune U dată, din grafice se citeşte I, care trebuia calculat.

CAPITOLUL IX

CIRCUITE ELECTRICE MONOFAZATE IN REGIM PERMANENT SINUSOIDAL

9.1. Mărimi periodice şi mărimi sinusoidale

La o mărime variabilă în timp se defineşte valoarea instantanee a mărimii, valoarea pe care aceasta o are la un moment oarecare t. De regulă, valorile instantanee se notează cu litere mici.

Mărimea variabilă în timp, a cărei succesiune de valori instantanee se produc în aceeaşi ordine, după trecerea unor intervale de timp egale, se numeşte mărime periodică. Pentru o asemenea mărime, spre exemplu, intensitatea curentului electric, se poate scrie:

$$i(t) = i(t + kT) \qquad (9.1)$$

unde, k - este un număr întreg arbitrar, pozitiv sau negativ;
T - este perioada mărimii periodice, adică cel mai mic interval de timp după care se reproduc, în aceeaşi ordine, valorile instantanee ale mărimii periodice respective.

Frecvenţa f, a unei mărimi periodice este definită, ca numărul de perioade în unitatea de timp, deci $f = \frac{1}{T}$ şi se măsoară în hertz, simbol [Hz].

Se numeşte mărime pulsatorie, mărimea periodică care în timp, ia valori de un singur semn (pozitive sau negative), iar cea care ia valori de ambele semne-mărime alternativă în sens larg. Mulţimea valorilor pozitive respectiv negative, pe care le ia mărimea alternativă într-o perioadă, formează alternanţa pozitivă respectiv negativă. Valoarea maximă pe care o ia mărimea alternativă în decursul unei perioade T se numeşte amplitudine.

Mărimea sinusoidală (sau mărime armonică) este mărimea alternativă, a cărei variaţie în timp (fig.9.1) este descrisă printr-o expresie de forma:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) \qquad (9.2)$$

în care:

$I_m > 0$, este amplitudinea intensităţii curentului;

$\omega > 0$, este pulsaţia curentului;

φ, este faza imiţială a curentului sinusoidal;

$(\omega t + \varphi)$, argumentul funcţiunii sinusoidale, şi se numeşte faza mărimii sinusoidale.

Perioada T, a mărimii sinusoidale, se determină ţinînd seama de proprietatea funcţiilor trigonometrice de a-şi reproduce identic valorile la creşterea argumentului cu 2π. Ca urmare se poate scrie:

$$i = I_m \sin\{\omega(t+T)+\varphi\} = I_m \sin(\omega t + \varphi + 2\pi) \qquad (9.3)$$

de unde, $\omega t + \omega T + \varphi = \omega t + \varphi + 2\pi$

sau, $\omega t = 2\pi$

rezultînd:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ sau } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (9.4)$$

Pulsaţia ω este deci produsul frecvenţei f prin factorul 2π (în radiani) şi se măsoară în radiani pe secundă, [rad/s]

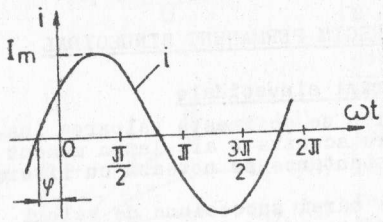


Fig.9.1

Prin faza iniţială φ , se înţelege faza mărimii sinusoidale la momentul t = 0 şi se exprimă prin unghiul φ, unde $-\pi < \varphi < +\pi$

Valoarea medie a unei mărimi periodice, se defineşte ca media aritmetică a valorilor ei instantanee într-un interval de timp egal cu o perioadă.Pentru curentul sinusoidal $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$,valoarea medie este:

$$I_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T i\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T I_m \sin(\omega t + \varphi)\,dt = \frac{I_m}{T}\Big|-\cos(\omega t + \varphi)\Big|_0^{2\pi} = 0$$

unde s-a ţinut seama că perioada T corespunde la 2π radiani.

Deoarece $I_{med} = 0$ pentru o perioadă T, în regim sinusoidal se ia valoarea medie în raport cu o jumătate de perioadă, obţinîndu-se:

$$I_{med} = \frac{1}{\frac{T}{2}}\int_0^{T/2} I_m \sin(\omega t + \varphi)\,dt = \frac{2I_m}{\pi} \qquad (9.5)$$

respectiv, $U_{med} = \frac{2U_m}{\pi}$, în cazul unei tensiuni sinusoidale

Se numeşte valoare efectivă a unui curent sinusoidal $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$, valoarea intensităţii I a curentului continuu care, într-un acelaşi rezistor de rezistenţă R,dezvoltă aceeaşi căldură în timp de o perioadă T,(prin efect Joule-Lenz) ca şi curentul sinusoidal i. Pe baza acestei definiţii se poate scrie:

$$\int_0^T i^2 R\,dt = I^2 RT$$

de unde rezultă,

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \varphi)\,dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T}\int_0^T dt - 0}$$

deci,

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad (9.6)$$

Drept urmare, intensitatea curentului electric i(rel.9,2) se poate exprima şi sub forma:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \varphi)$$

Această ultimă expresie este denumită forma normală în sinus a mărimii i.

Cu ajutorul mărimilor I_m, I_{med} şi I se definesc:

- factorul de formă $k_f = \frac{I}{I_{med}}$, care la mărimile sinusoidale este $k_f = 1{,}11$;
- factorul de amplitudine, $k_a = \frac{I_m}{I}$, care la mărimile sinusoidale este $k_a = \sqrt{2} = 1{,}41$.

Pentru mărimile alternative avînd o formă mai ascuţită decît sinusoida , $k_f > 1{,}11$ şi $k_a > 1{,}41$ iar pentru cele cu o formă mai plată, $k_f < 1{,}11$ şi $k_a < 1{,}41$.

Dacă se consideră acum două mărimi sinusoidale, de aceeaşi pulsaţie, spre exemplu curenţii:

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \qquad (9.7)$$

$$i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

atunci diferenţa fazelor $(\varphi_1 - \varphi_2)$, se numeşte defazajul mărimilor (curenţilor).

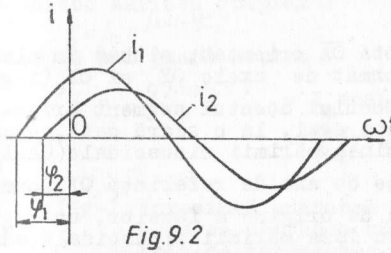


Fig.9.2

Dacă $(\varphi_1 - \varphi_2) > 0$, se spune că i_2 este defazat înaintea lui i_1, iar dacă $(\varphi_1 - \varphi_2) < 0$, atunci i_2 este defazat în urma lui i_1.Cei doi curenţi au fost reprezentaţi în figura 9.2, unde $\varphi_1 < 0$ şi $\varphi_2 < 0$.

Două mărimi sinusoidale (curenţi sau tensiuni) sînt:
- în fază, dacă defazajul lor este nul, $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$.
- în opoziţie de fază, dacă $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\pi$
- în cuadratură, cînd $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm\frac{\pi}{2}$

Cum în general frecvenţa mărimilor electrice şi magnetice sinusoidale este o cunoscută (frecvenţa industrială f = 5o Hz), rezultă că o astfel de mărime este complet determinată cînd se cunosc:valoarea efectivă şi faza iniţială.

Intrucît alegerea originii timpului este arbitrară,faza iniţială a uneia dintre mărimile sinusoidale care intervin într-o problemă se ia nulă, mărimea respectivă fiind considerată origine de fază. In general se ia tensiunea,$u = \sqrt{2} U \sin \omega t$.

9.2. Reprezentarea mărimilor sinusoidale

Mărimile sinusoidale se pot reprezenta în diferite moduri, dintre care vom prezenta numai cîteva.

9.2.1.Reprezentarea carteziană, sau liniară a mărimilor sinusoidale de forma:

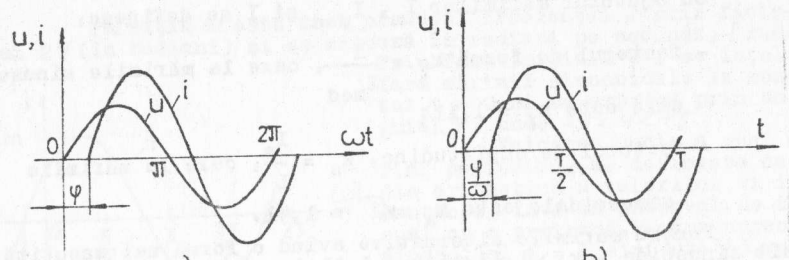


Fig. 9.3

$$u = u_m \sin \omega t = \sqrt{2}U \sin \omega t$$

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$$

se obţine reprezentînd într-un plan, variaţia acestor mărimi. In acest scop pe abscisă se ia timpul t (fig. 9.3b) sau produsul ωt (fig. 9.3a) iar în ordonată valorile instantanee ale mărimilor respective.

9.2.2. Reprezentarea fazorială. In această reprezentare, fiecărei mărimi sinusoidale de forma:

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

i se asociază un segment de dreaptă $\overline{OA}$ orientat, situat în planul format de axele OY_0 şi OX_0 (fig. 9.4). Modulul acestui segment orientat este egal, la o scară dată, cu amplitudinea mărimii sinusoidale ($\overline{OA} = I_m$) şi face cu axa de referinţă OX_0, numită axa de origine a fazelor, un unghi egal cu faza mărimii sinusoidale, adică ($\omega t - \varphi$). Segmentul $\overline{OA}$ este denumit fazorul amplitudinii şi el roteşte cu viteza unghiulară ω în sens trigonometric, în jurul originii axelor.

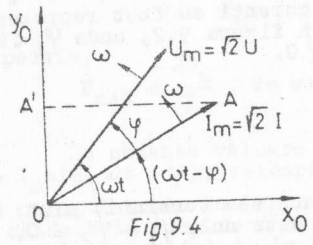


Fig. 9.4

Proiecţia vectorului $\overline{OA}$ pe axa $\overline{OY}_0$ este egală, în orice moment, cu valoarea instantanee a mărimii sinusoidale, adică:

$$\overline{OA}' = \overline{OA} \sin(\omega t - \varphi) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi) = i \qquad (9.8)$$

Dacă se reprezintă şi tensiunea $u = \sqrt{2}U \sin \omega t = U_m \sin \omega t$ atunci i este defazat faţă de aceasta cu unghiul φ, în urmă, ca în figura 9.4.

In aplicaţiile practice, prezintă importanţă numai poziţia relativă a fazorilor, motiv pentru care în reprezentarea fazorială nu se mai trasează axele de coordonate OY_0 şi OX_0, reprezentîndu-se numai fazorii amplitudinilor, consideraţi imobili, cu defazajele corespunzătoare şi indicîndu-se printr-o săgeată sensul pozitiv de rotire. Se consideră că orientarea axei origine a fazelor coincide cu aceea a fazorului asociat mărimii sinusoidale a cărei fază iniţială este zero (spre exemplu $u = \sqrt{2}U \sin \omega t$)

Cum raportul dintre amplitudinea şi valoarea efectivă a unei mărimi sinusoidale este constant şi egal cu $\sqrt{2}$, ($I_m = \sqrt{2}I$ respectiv $U_m = \sqrt{2}U$), în locul fazorului amplitudine se foloseşte fazorul valorii efective a mărimii sinusoidale (fig. 9.5)

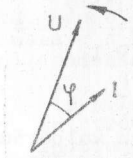


Fig. 9.5

La rezolvarea (calculul) circuitelor electrice în regim sinusoidal se foloseşte diagrama fazorială a amplitudinilor sau a valorilor efective, care reprezintă o construcţie grafică realizată cu fazorii amplitudine respectiv valoare efectivă, asociaţi mărimilor sinusoidale respective. Diagrama fazorială mai este denumită şi diagrama polară.

9.2.3. Reprezentarea în complex. După cum se ştie, o mărime sinusoidală, $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$, este complet definită dacă se cunosc amplitudinea I_m şi faza ($\omega t - \varphi$) iar o mărime complexă, dacă i se cunoaşte modulul şi argumentul său. Ca urmare, o mărime complexă poate fi folosită pentru reprezentarea simbolică a unei mărimi sinusoidale. Reprezentarea în complex se notează cu litere mari, subliniate ($\underline{U}, \underline{I}, \underline{Z}$, etc...). Se poate folosi reprezentarea în complex nesimplificată şi simplificată.

In cazul reprezentării în complex nesimplificată modulul mărimii complexe se ia egal cu amplitudinea mărimii sinusoidale, iar argumentul mărimii complexe egal cu faza mărimii sinusoidale. Ca exemplu, mărimii sinusoidale $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ i se asociază biunivoc mărimea complexă:

$$\underline{I} = I_m e^{j(\omega t - \varphi)} \qquad (9.9)$$

care se mai poate scrie:

$$\underline{I} = I_m e^{j(\omega t - \varphi)} = I_m \cos(\omega t - \varphi) + jI_m \sin(\omega t - \varphi) =$$

$$= \mathcal{R}_e\{\underline{I}\} + j\mathcal{I}_m\{\underline{I}\}, \qquad (9.10)$$

unde, $j = \sqrt{-1}$ reprezintă unitatea imaginară, în loc de $i = \sqrt{-1}$, pentru a nu se confunda cu i, intensitatea curentului electric de conducţie;

$\mathcal{R}_e\{\underline{I}\}$, partea reală a mărimii complexe $\underline{I}$;

$\mathcal{I}_m\{\underline{I}\}$, partea imaginară a lui $\underline{I}$, care nu trebuie confundată cu amplitudinea I_m.

De remarcat faptul că partea imaginară a mărimii complexe $\underline{I}$, este tocmai valoarea instantanee a mărimii sinusoidale:

$$\mathcal{I}_m\{\underline{I}\} = I_m \sin(\omega t - \varphi) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi).$$

Mărimea complexă,

$$\underline{I} = I_m e^{j(\omega t - \varphi)} \qquad (9.11)$$

se numeşte imaginea în complex, sau reprezentarea în complex nesimplificat a mărimii sinusoidale

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

prescurtat, $\underline{I}$ este imaginea sau complexul lui i. Fiecărei mărimi sinusoidale i se asociază, în planul complex, vectorul corespunzător mărimii complexe. In fig. 9.6 sînt reprezentaţi vectorii $\overline{OA}$ şi $\overline{OB}$, corespunzători mărimilor complexe:

$$I = I_m e^{j(\omega t-\varphi)} = \sqrt{2}\, I\, e^{j(\omega t-\varphi)}$$
$$U = U_m e^{j\omega t} = \sqrt{2}\, U\, e^{j\omega t} \qquad (9.12)$$

Dacă modulul mărimii complexe se ia egal cu valoarea efectivă a mărimii sinusoidale, iar argumentul egal cu faza inițială, se obține reprezentarea în complex simplificată. Ca exemplu, mărimile sinusoidale:

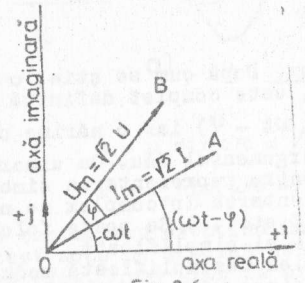


Fig. 9.6

$$u = \sqrt{2}\, U \sin \omega t$$
$$i = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t - \varphi)$$

se reprezintă în complex simplificat sub forma:

$$\underline{U} = U e^{j0} = U$$
$$\underline{I} = I e^{-j\varphi} \qquad (9.13)$$

Metoda de calcul cu mărimi sinusoidale, bazată pe reprezentarea lor în complex, se numește metodă simbolică sau metoda reprezentării în complex. Această metodă prezintă marele avantaj că se păstrează caracterul geometric al mărimilor din relații, însă calculul se face algebric.

Derivata și integrala mărimilor complexe din rel.9.12 sînt:

$$\frac{d\underline{I}}{dt} = j\omega I_m e^{j(\omega t-\varphi)} = j\omega \underline{I} \qquad (9.14)$$
$$\int \underline{I}\, dt = \frac{1}{j\omega} I_m e^{j(\omega t-\varphi)} = \frac{1}{j\omega}\underline{I} = -j\frac{\underline{I}}{\omega}$$

respectiv,

$$\frac{d\underline{U}}{dt} = j\omega U_m e^{j\omega t} = j\omega \underline{U} \qquad (9.15)$$
$$\int \underline{U}\, dt = \frac{1}{j\omega} U_m e^{j\omega t} = \frac{1}{j\omega}\underline{U} = -j\frac{\underline{U}}{\omega}$$

Reprezentarea în planul complex a acestor derivate și integrale este cea din figura 9.7. Intrucît,

$$j = e^{j\frac{\pi}{2}} \quad \text{și} \quad -j = e^{-j\frac{\pi}{2}},$$

mărimile $j\omega\underline{I}$ și $j\omega\underline{U}$ (derivatele) sînt rotite în sens trigonometric față de $\underline{I}$ respectiv $\underline{U}$, iar mărimile $-j\frac{\underline{I}}{\omega}$ și $-j\frac{\underline{U}}{\omega}$ (integralele) în sens opus, cu același unghi, $\frac{\pi}{2}$ radiani.

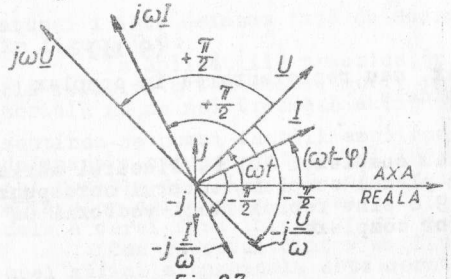


Fig. 9.7

9.3. Elementele și parametrii circuitelor monofazate în regim sinusoidal. Ca element activ este sursa de tensiune electromotoare sinusoidală, iar ca elemente pasive: rezistorul, bobina și condensatorul.

9.3.1. Producerea unei tensiuni electromotoare sinusoidale. In producerea, transportul, distribuția și utilizarea energiei electromagnetice se caută să se obțină tensiuni și curenți cît mai apropiați de forma funcțiunilor sinusoidale, deoarece o formă nesinusoidală (care conține deci armonici superioare) dă naștere în circuitele electrice respective la fenomene nedorite.

O tensiune electromotoare sinusoidală se obține prin fenomenul de inducție electromagnetică, în generatoarele sincrone, montate în centralele electrice. In figura 9.8, este redat, schematic, principiul de funcționare al unui generator de tensiune sinusoidală (generator sincron), a cărui înfășurare este redusă la o singură spiră. Extremitățile spirei, notate în figura 9.8 cu a_1 și b_1 sînt legate la două inele colectoare, pe care gliseză două perii a și b, legate la bornele generatorului. Spira, de formă dreptunghiulară, este rotită cu viteza unghiulară ω, într-un cîmp magnetic omogen, constant în timp, de inducție $\bar{B}$, creat între polii N și S ai unui magnet permanent sau electromagnet. Rotirea spirei se face în jurul axei sale, care este perpendiculară pe direcția liniilor de cîmp magnetic. Unghiul α format de liniile lui $\bar{B}$ și normala la planul spirei, este variabil în timp. Considerînd că la $t = 0$ și $\alpha = 0$, se poate scrie: $\alpha = \omega t$. Suprafața S a spirei este străbătută de un flux magnetic,

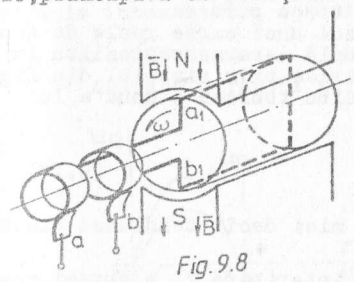


Fig. 9.8

$$\phi = BS\cos\alpha = BS\cos\omega t \qquad (9.16)$$

variabil în timp, el fiind maxim la $\alpha = \omega t = 0$.

Tensiunea electromotoare indusă în spiră și colectată de periile a-b, conform legii inducției electromagnetice, se scrie:

$$u_e = -\frac{d\phi}{dt} = \omega BS \sin\omega t = U_{em}\sin\omega t = \sqrt{2}U_e\sin\omega t \qquad (9.17)$$

Prin urmare, tensiunea electromotoare indusă în spiră, prezintă o variație sinusoidală în timp, avînd amplitudinea:

$$U_{em} = \omega BS.$$

In figura 9.9 este prezentată variația în timp a lui ϕ și u_e, tensiunea electromotoare u_e fiind cu $\frac{T}{2}$ (respectiv un sfert de perioadă, $\frac{T}{4}$) în urmă fluxului ϕ care a indus-o. Altfel spus, un flux magnetic ϕ, variabil în timp, induce o tensiune electro-

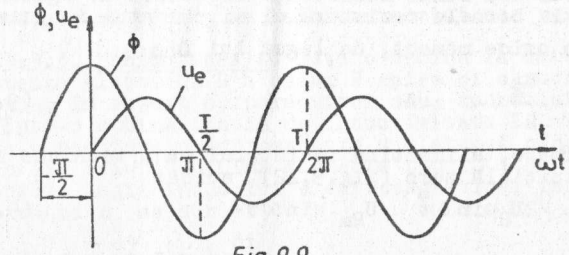


Fig. 9.9

motoare u_e care este defazată cu $\frac{\pi}{2}$ (respectiv $\frac{T}{4}$) în urma lui.

Pentru o bobină cu N spire, (legate în serie) tensiunea electromotoare indusă va fi de N ori mai mare decît într-o singură spiră.

In mod uzual, variaţia sinusoidală în timp a fluxului magnetic la generatoarele sincrone se obţine însă rotind polii magnetici şi menţinînd imobile bobinele (spirele).

Se numeşte sursă ideală, sau generator ideal, de tensiune sinusoidală, sursa (generatorul) ce are o tensiune la borne u egală cu tensiunea sa electromotoare u_e, indiferent de valoarea curentului ce trece prin ea.

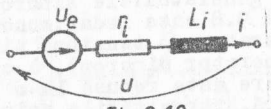


Fig. 9.10

In cazul unei surse reale de tensiune sinusoidală care se reprezintă în schemele electrice prin simbolul din figura 9.1o, folosind teorema a doua a lui Kirchhoff, se poate scrie:

$$u = u_e - r_i i - L_i \frac{di}{dt} \qquad (9.18)$$

adică tensiunea la borne u, este mai mică decît tensiunea electromotoare u_e, cu căderile de tensiune:

- ohmică, $r_i i$, pe rezistenţa interioară r_i a sursei, rezistenţă considerată constantă;

- inductivă, $L_i \frac{di}{dt}$, pe inductivitatea interioară L_i. Aceasta inductivitate interioară reprezintă inductivitatea de dispersie a bobinajului sursei (considerată constantă).

Există şi sursă (generator) ideală de curent, care impune în circuitul exterior un curent de intensitate i_s, independentă de tensiunea la borne u_b.

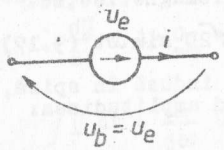
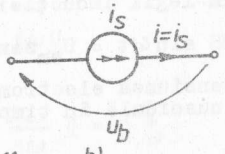


Fig. 9.11


Sursa ideală de curent se mai numeşte şi injector de curent. In fig. 9.11a este prezentat simbolul pentru sursa ideală de tensiune, iar în 9.11b - pentru cea de curent.

9.3.2. Rezistorul ideal, alimentat cu tensiune sinusoidală. Rezistorul la care inductivitatea şi capacitatea electrică a spirelor sînt neglijabile, este un rezistor ideal, caracterizat prin parametrul său numit rezistenţa electrică R. Legătura dintre tensiunea u_R la bornele rezistorului şi curentul i prin rezistor este dată, în orice moment, de legea lui Ohm:

$$i = \frac{u_R}{R} \qquad (9.18)$$

Ca urmare, alimentînd rezistorul cu o tensiune sinusoidală, de fază iniţială zero (fig.9.12), adică:

$$u_R = \sqrt{2} U_R \sin \omega t = U_{Rm} \sin \omega t \qquad (9.19)$$

prin rezistor se stabileşte un curent electric permanent, a cărui intensitate, conform rel.9.18, se scrie:

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{\sqrt{2} U_R}{R} \sin \omega t = \frac{U_{Rm}}{R} \sin \omega t \qquad (9.2o)$$

notînd, $\frac{U_R}{R} = I$, valoarea efectivă a intensităţii curentului electric prin rezistorul de rezistenţă R, alimentat cu tensiunea sinusoidală u_R (rel.9.19);

$\frac{U_{Rm}}{R} = I_m$, amplitudinea aceluiaşi curent electric;

expresia intensităţii curentului i, din rel.9.2o, obţine forma:

$$i = \sqrt{2} I \sin \omega t = I_m \sin \omega t \qquad (9.21)$$

Aşadar, curentul prin rezistorul ideal este în fază cu tensiunea la borne, are valoarea efectivă şi amplitudinea, proporţionale cu a tensiunii şi independente de frecvenţă.

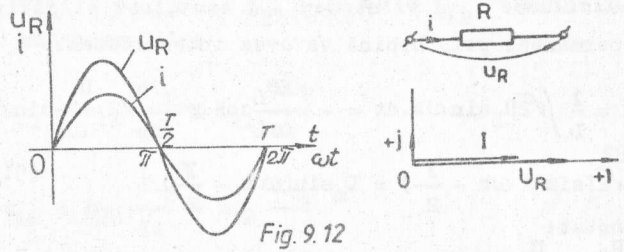


Fig. 9.12

Ca mărimi complexe, tensiunea şi curentul, în cazul rezistorului ideal se scriu (în complex simplificat) sub forma:

$$\underline{U}_R = U_R e^{j0} = U_R \text{ (axa reală)} \qquad (9.22)$$

$$\underline{I} = I e^{j0} = I \text{ (axa reală)}$$

In fig.9.12 s-a reprezentat schematic rezistorul ideal, alimentat cu tensiunea sinusoidală u_R şi parcurs de curentul sinusoidal de intensitate i, precum şi reprezentarea carteziană şi în complex simplificat a celor două mărimi, u_R şi i.

Tensiunea la bornele rezistorului, (rel.9.18), adică:

$$u_R = Ri \quad \text{respectiv} \quad U_R = RI \qquad (9.23)$$

se mai numeşte şi cădere de tensiune ohmică sau rezistivă.

9.3.3. Bobina ideală. Este o bobină la care se neglijează rezistenţa electrică R a celor N spire şi capacitatea C dintre acestea, în raport cu parametrul său, inductivitatea L.

Intr-o bobină ideală de inductivitate $L = \Psi/i$ (constantă) se induce o tensiune electromotoare u_e, atunci cînd prin cele N spire ale ei, există un flux magnetic total $\Psi = N\Phi$, variabil în timp. Conform legii inducţiei electromagnetice, tensiunea electromotoare indusă u_e se scrie:

$$u_e = -\frac{d\Psi}{dt} = -L \frac{di}{dt} \qquad (9.24)$$

Această tensiune electromotoare, luată cu semn schimbat, este egală cu tensiunea u_L de la bornele bobinei, adică:

$$u_L = -u_e = L\frac{di}{dt} \qquad (9.25)$$

relaţie ce reprezintă legătura dintre tensiunea u_L, aplicată la bornele bobinei ideale şi intensitatea curentului i prin aceasta. In cele de mai sus, s-a considerat că L = constantă, ceea ce presupune permeabilitatea magnetică a miezului bobinei ca fiind constantă,adică μ = constant.

Din rel.(9.25), prin integrare, rezultă:

$$i = \frac{1}{L}\int u_L\, dt \qquad (9.26)$$

Ca urmare, cînd o bobină ideală este alimentată cu o tensiune sinusoidală, de fază iniţială zero,

$$u_L = \sqrt{2}U_L \sin\omega t = U_{Lm}\sin\omega t \qquad (9.27)$$

curentul permanent prin bobină va avea intensitatea:

$$i = \frac{1}{L}\int \sqrt{2}U_L \sin\omega t.dt = -\frac{\sqrt{2}U_L}{\omega L}\cos\omega t = \sqrt{2}\frac{U_L}{\omega L}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

sau,

$$i = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = I_m\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \qquad (9.28)$$

unde s-a notat:

$I = \frac{U_L}{\omega L} = \frac{U_L}{X_L}$, valoarea efectivă a intensităţii curentului electric prin bobină;

$X_L = \omega L$, reactanţa inductivă a bobinei, măsurată în ohmi.

De remarcat că intensitatea curentului electric I,prin bobina ideală, este defazat în urma lui U_L cu $\frac{\pi}{2}$, deci în timp cu un sfert de perioadă(fig.9.13).Acest curent este proporţional cu

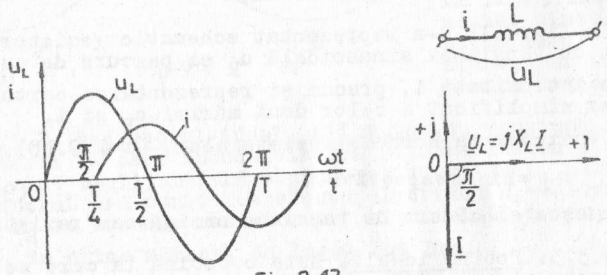


Fig. 9.13

tensiunea U_L aplicată şi invers proporţional cu inductivitatea L şi frecvenţa f (căci $\omega = 2\pi f$). Ca urmare, la frecvenţe f mari, denumite frecvenţe înalte, cînd reactanţa inductivă este mare, rezultă la acelaşi U_L şi L, curent de intensitate mică:

$$I = \frac{U_L}{\omega L} \qquad (9.29)$$

deci bobina ideală împiedică trecerea curentului de frecvenţe înalte şi reprezintă un scurtcircuit la frecvenţe joase.Din acest motiv, nu se conectează bobinele la tensiuni continue,unde f=0.

Ca mărimi complexe (fig.9.13) la bobina ideală se poate scrie:

$$\underline{U}_L = j\omega L\underline{I} = j\, X_L\, \underline{I}$$

iar ca valori efective,

$$U_L = X_L\, I$$

Această tensiune de la bornele bobinei ideale, de inductivitate L şi parcursă de curentul electric de intensitate I,se numeşte cădere de tensiune inductivă şi este defazată cu $\frac{\pi}{2}$ înaintea curentului (fig.9.13).

In cazul a două bobine ideale, cuplate magnetic, deci cu inductivităţile reciproce L_{21} respectiv L_{12}, tensiunile la bornele lor au expresiile:

$$u_{L1} = L_{11}\frac{di_1}{dt} \pm L_{21}\frac{di_2}{dt}$$

respectiv (9.30)

$$u_{L2} = L_{22}\frac{di_2}{dt} \pm L_{12}\frac{di_1}{dt}$$

unde, semnul plus corespunde aceleiaşi orientări a ambilor curenţi faţă de bornele polarizate ale bobinelor, iar cel minus în cazul cînd cei doi curenţi au orientări diferite.

9.3.4. Condensatorul ideal. Este un condensator cu dielectric perfect izolant, prin care nu trece curent electric de conducţie şi care are armăturile perfect conductoare.El se caracterizează prin parametrul său, capacitatea electrică C. Legătura dintre sarcina electrică q de pe armătura pozitivă şi tensiunea electrică u_c, de la bornele condensatorului (adică diferenţa de potenţial dintre armături)este cea cunoscută din capitolele anterioare,adică:

$$q = C\, u_c \qquad (9.31)$$

Intensitatea curentului electric care încarcă respectiv, descarcă condensatorul de capacitate C(constantă)este:

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt} \qquad (9.32)$$

Aceasta reprezintă relaţia între intensitatea curentului electric i şi tensiunea la borne u_c, în cazul condensatorului ideal.

Dacă tensiunea la borne u_c este sinusoidală, de fază iniţială zero,adică:

$$u_c = \sqrt{2}\, U_c \sin\omega t = U_{cm}\sin\omega t \qquad (9.33)$$

atunci intensitatea curentului va fi :

$$i = C\frac{du_c}{dt} = \omega C\sqrt{2}U_c\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = \omega C U_{cm}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

sau,

$$i = \sqrt{2}\,\frac{U_c}{\frac{1}{\omega C}}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2}\,\frac{U_c}{X_c}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{U_{cm}}{X_c}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

respectiv,

$$i = \sqrt{2}\,I\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = I_m\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (9.34)$$

unde s-a notat,

$I = \frac{U_c}{X_c}$, valoarea efectivă a intensităţii curentului prin condensatorul de capacitate C, cînd i s-a aplicat, între armături, tensiunea u_c (rel.9.33);

$I_m = \frac{U_{cm}}{X_c}$, amplitudinea aceluiaşi curent;

$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$, reactanţa capacitivă a condensatorului.

Din rel.(9.34) se vede că intensitatea curentului electric I, prin condensatorul ideal de capacitate C, căruia i s-a aplicat la borne (între armături)tensiunea U_c, este defazat înaintea tensiunii cu $\frac{\pi}{2}$, în timp cu un sfert de perioadă (fig.9.14).

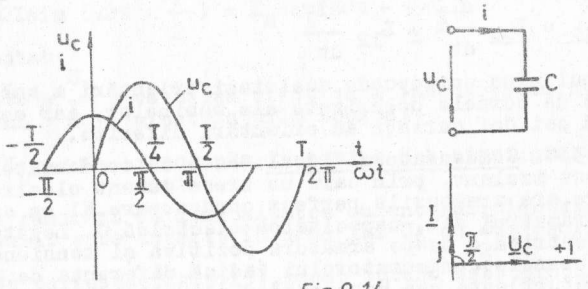


Fig.9.14

Dacă se scrie intensitatea curentului electric I prin condensator sub forma:

$$I = \frac{U_c}{X_c} = \frac{U_c}{\frac{1}{\omega c}} = U_c\,\omega\,C = U_c\,2\pi f\,C \qquad (9.35)$$

atunci se vede că la U_c şi C date,în cazul cînd frecvenţa este mare rezultă I mare, respectiv la f mic, un I mic. Cu alte cuvinte, condensatorul ideal împiedică trecerea curentului la frecvenţe joase, cîtă vreme el reprezintă practic un scurtcircuit(curenţi foarte mari) în cazul frecvenţelor înalte.

Ca mărimi complexe, în cazul condensatorului ideal se poate scrie:

$$\underline{U}_c = -j\,\frac{\underline{I}}{\omega C} = -j\,X_c\underline{I} \qquad (9.36)$$

$$\underline{I} = j\omega C\,\underline{U}_c$$

Aceste mărimi sînt reprezentate în complex simplificat, în fig. 9.14.

Ca valori efective,

$$U_c = IX_c = \frac{I}{\omega C} = \frac{I}{2\pi fC} \qquad (9.37)$$

$$I = \frac{U_c}{X_c} = U_c\,2\pi f\,C$$

Tensiunea la bornele condensatorului $U_c = IX_c$, se mai numeşte şi cădere de tensiune capacitivă (pe condensator).

9.4. Caracterizarea circuitului liniar pasiv, în regim permanent sinusoidal.

Circuitul liniar este constituit din elemente pasive(rezistenţe, bobine, condensatoare)liniare, a căror parametrii(R,L, C)sînt constanţi, nu depind de valorile tensiunilor şi curenţilor. Regimul permanent sinusoidal este caracterizat prin faptul că toate mărimile variabile în timp sînt mărimi sinusoidale de timp.

9.4.1. Impedanţă şi reactanţă. Se consideră circuitul liniar pasiv, realizat prin legarea în serie a celor trei elemente ideale de circuit, caracterizate prin parametrii R.L.C (figura 9.15). Tensiunea aplicată la bornele acestui circuit este sinusoidală şi de fază iniţială zero,adică:

$$u = \sqrt{2}U\sin\omega t = U_m\sin\omega t \qquad (9.38)$$

Această tensiune, determină în circuit, un curent electric

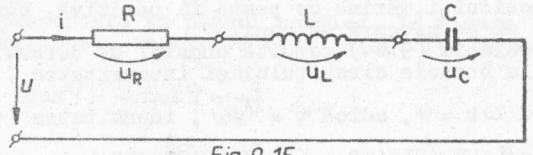


Fig.9.15

de intensitate i, care provoacă pe elementele de circuit căderi de tensiune(egale cu tensiunile la bornele acestor elemente).Ca valori instantanee, aceste căderi de tensiuni se scriu:

$u_R = Ri$, căderea ohmică de tensiune,pe rezistor;

$u_L = L\frac{di}{dt}$, căderea inductivă, pe bobină; (9.40)

$u_c = \frac{1}{C}\int i\,dt + \frac{Q_0}{C}$, căderea capacitivă, pe condensator.

Cum tensiunea u, la bornele circuitului, acoperă toate aceste căderi de tensiune, se poate scrie:

$$u = u_R + u_L + u_C = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt \qquad (9.41)$$

care reprezintă ecuaţia integro—diferenţială a curentului i din circuitul dat.

Deoarece u este o mărime sinusoidală, iar R,L,C constante în timp, rezultă că fiecare cădere de tensiune trebuie să fie o funcţie sinusoidală de timp, de aceeaşi frecvenţă, deoarece numai o sumă de funcţiuni sinusoidale în timp pot da o funcţiune tot sinusoidală. Din acest motiv constanta de integrare din căderea capacitivă s-a considerat egală cu zero. Ca urmare Ri este sinusoidală numai dacă i este sinusoidal. Se încearcă deci, pentru curentul i, o soluţie de forma:

$$i = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi) = I_m \sin(\omega t - \varphi) \qquad (9.42)$$

în care necunoscutele sînt: $I_m = \sqrt{2}I$ şi φ.

Introducînd soluţia în ecuaţia integro-diferenţială, se obţine

$$\sqrt{2}U\sin\omega t = R\sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi) + (X_L - X_C)\sqrt{2}I\cos(\omega t - \varphi) \qquad (9.43)$$

care este o identitate.

Pentru t = 0, identitatea de mai sus devine:

$$0 = R\sqrt{2}\,I\sin(-\varphi) + (X_L - X_C)\sqrt{2}I\cos(-\varphi)$$

sau $$R\sin\varphi = (X_L - X_C)\cos\varphi$$

de unde rezultă:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{X}{R} \qquad (9.44)$$

în care,

R, este rezistenţa ohmică a circuitului dat;

$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}$, este reactanţa totală a circuitului, mărime ce poate fi pozitivă, egală cu zero sau negativă şi se măsoară în ohmi.

Din relaţia (9.44) rezultă unghiul de defazaj φ dintre tensiunea U de la bornele circuitului şi intensitatea I a curentului din circuit.

Pentru $\omega t = \varphi$, adică $t = \varphi/\omega$, identitatea (9.43) devine:

$$\sqrt{2}U\sin\varphi = R\sqrt{2}I\sin 0 + (X_L - X_C)\sqrt{2}I\cos 0$$

sau, $$\frac{U}{I} = \frac{X}{\sin\varphi} = \frac{X}{\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi}}} = \sqrt{R^2+X^2} \qquad (9.45)$$

Mărimea electrică,

$$Z = \sqrt{R^2+X^2} = \frac{U}{I} = \frac{U_m}{I_m} \qquad (9.46)$$

se numeşte impedanţa circuitului, fiind o mărime scalară, derivată, ce se măsoară în ohmi $[\Omega]$.

Impedanţa Z a circuitului, nu depinde de valoarea tensiunii şi a curentului, ci de parametrii R,L,C ai acestuia. Se poate defini impedanţa unui circuit pasiv ca raportul dintre amplitudinea tensiunii la borne (U_m) şi cea a intensităţii curentului (I_m) prin circuit sau ca raportul valorilor lor efective.

Relaţia (9.46), scrisă sub forma:

$$I = \frac{U}{Z} \qquad (9.47)$$

se numeşte (impropriu) legea lui Ohm în regim sinusoidal.

In complex simplificat, cînd:

$$\underline{U} = U e^{j0} \text{ şi } \underline{I} = I e^{-j\varphi}$$

rezultă pentru impedanţa $\underline{Z}$, ca mărime complexă, expresia:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} e^{j\varphi} = Z e^{j\varphi} = Z\cos\varphi + j\,Z\sin\varphi \qquad (9.48)$$

Din relaţiile (9.44) şi (9.46), adică:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X}{R} \text{ şi } Z = \sqrt{R^2+X^2}$$

rezultă că se poate construi un triunghi dreptunghic, ca cel din

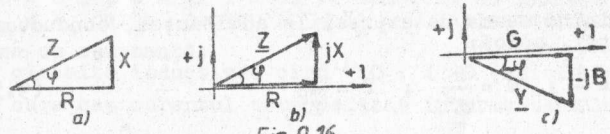


Fig. 9.16

figura 9.16a, denumit triunghiul impedanţei, din care se obţine:

$$R = Z\cos\varphi \text{ şi } X = Z\sin\varphi \qquad (9.49)$$

Impedanţa ca mărime complexă (rel.7.48) se poate scrie acum sub forma:

$$\underline{Z} = Z\cos\varphi + jZ\sin\varphi = R + jX \qquad (9.50)$$

ea fiind reprezentată în planul complex, în figura 9.16b.

Se mai poate scrie, pe baza relaţiilor de mai sus:

$$R = Z\cos\varphi = \frac{U}{I}\cos\varphi = \frac{U_a}{I}$$

$$X = Z\sin\varphi = \frac{U}{I}\sin\varphi = \frac{U_r}{I} \qquad (9.51)$$

unde,

$U_a = U\cos\varphi$, se numeşte componenta activă a tensiunii aplicate la bornele circuitului;

$U_r = U\sin\varphi$, componenta reactivă a aceleiaşi tensiuni.

Cunoscînd pe φ şi Z, se obţine intensitatea curentului electric i, ca valoare instantanee (rel.9.42), sub forma:

$$i = I_m\sin(\omega t - \varphi) = \frac{U_m}{Z}\sin(\omega t - \varphi) = \frac{U_m}{Z}\sin(\omega t - \operatorname{arctg}\frac{X}{R}) \qquad (9.52)$$

9.4.2. Admitanţă, conductanţă şi susceptanţă. Admitanţa y a unui circuit este definită ca fiind valoarea reciprocă (inversă) a impedanţei, adică:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{U} \qquad (9.53)$$

având ca unitate siemensul, simbol $[S]$.

Ca mărime complexă, în complex simplificat, ţinînd seama de rel.(9.48) admitanţa $\underline{Y}$ se scrie:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R+jX} = \frac{R-jX}{R^2+X^2} = \frac{R}{R^2+X^2} - j\frac{X}{R^2+X^2} = G - jB \qquad (9.54)$$

unde s-a notat:

$G = \frac{R}{R^2+X^2} = \frac{R}{Z^2}$, mărimea denumită conductanţa circuitului, avînd ca unitate tot siemensul [S] ca şi admitanţa;

$B = \frac{X}{R^2+X^2} = \frac{X}{Z^2}$, susceptanţa circuitului, mărime ce poate fi pozitivă, egală cu zero sau negativă, după cum reactanţa totală X este pozitivă, egală cu zero sau negativă. Se măsoară în siemens.

Admitanţa ca mărime complexă (rel.9.54) este reprezentată în figura 9.16c.

Ţinînd seama de expresiile admitanţei, conductanţei şi susceptanţei, adică:

$$Y = \frac{1}{Z}\ ;\quad G = \frac{R}{Z^2}\ ;\quad B = \frac{X}{Z^2} \qquad (9.55)$$

se poate scrie:

$$tg\varphi = \frac{X}{R} = \frac{BZ^2}{GZ^2} = \frac{B}{G} \qquad (9.56)$$

$$G^2+B^2 = \frac{R^2}{Z^4} + \frac{X^2}{Z^4} = \frac{Z^2}{Z^4} = \frac{1}{Z^2} = Y^2$$

Din relaţiile obţinute (rel.9.56), rezultă că există şi un triunghi dreptunghic (figura 9.17) al admitanţei, din care se poate scrie:

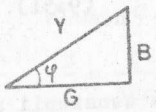


Fig.9.17

$$G = Y\cos\varphi = \frac{I}{U}\cos\varphi = \frac{I_a}{U} \qquad (9.57)$$

$$B = Y\sin\varphi = \frac{I}{U}\sin\varphi = \frac{I_r}{U}$$

în care,

$I_a = I\cos\varphi$, componenta activă (watată) a curentului;

$I_r = I\sin\varphi$, componenta reactivă (dewatată) a curentului.

Dacă se cunosc, conductanţa G şi susceptanţa B, se poate scrie valoarea instantanee a curentului electric (rel.9.42) din circuit sub forma:

$$i = \sqrt{2}I\sin(\omega t-\varphi) = \sqrt{2}UY\sin(\omega t-\varphi) = \sqrt{2}U\sqrt{G^2+B^2}\sin(\omega t - arctg\frac{B}{G}) \qquad (9.58)$$

Din $\underline{YZ} = 1$ (rel.9.54), mai rezultă două relaţii importante,

şi anume:

$$\underline{YZ} = 1 = (G-jB)(R+jX) = (RG+XB) + j(XG-RB) \qquad (9.59)$$

şi de aici, egalînd părţile reale şi imaginare se obţin cele două relaţii:

$$RG + XB = 1 \qquad (9.60)$$

$$XG - RB = 0$$

Ultima relaţie poate fi dedusă şi din relaţia (9.56), adică

$$tg\varphi = \frac{X}{R} = \frac{B}{G}\ .$$

După valorile mărimilor care le caracterizează, la o frecvenţă dată, circuitele de curent alternativ sinusoidal se categorisesc în :

- circuite pur rezistive (pur ohmice) dacă: $\varphi = 0$; $X = 0$ $B = 0$; $Z = R$ şi $Y = G$. De remarcat că $X = 0$ se obţine pentru $X_L = X_C$ dar şi pentru $X_L = X_C = 0$, în primul caz circuitul numindu-se cu rezonanţă;
- circuite inductive, cînd $\varphi > 0$; $X > 0$ (adică $\omega L > \frac{1}{\omega C}$) şi $B > 0$, în care caz curentul este defazat în urma tensiunii cu unghiul φ;
- circuite pur inductive, cînd $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $R = 0$; $G = 0$; $X = \omega L$;
- circuite capacitive, dacă $\varphi < 0$; $X < 0$; ($\omega L < \frac{1}{\omega C}$) şi $B < 0$, în care caz curentul este defazat înaintea tensiunii cu φ;
- circuite pur capacitive, cînd $\varphi = -\frac{\pi}{2}$; $R = 0$; $G = 0$; $X = \frac{1}{\omega C}$.

In figura 9.18 sînt reprezentate diagramele fazoriale

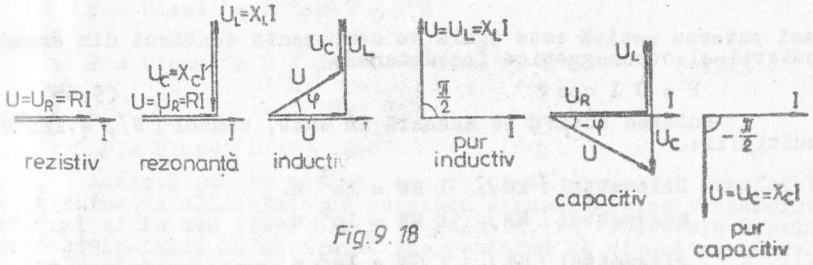


Fig.9.18

pentru cazurile de circuite prezentate mai sus.

9.4.3. Puterile dintr-un circuit electric monofazat aflat în regim permanent sinusoidal. In cazul unui circuit monofazat, alimentat cu o tensiune sinusoidală,

$$u = \sqrt{2}U\sin\omega t \qquad (9.61)$$

şi ca urmare, străbătut de un curent sinusoidal,

$$i = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi) \qquad (9.62)$$

se defineşte puterea electromagnetică instantanee p, sub forma:

$$p = ui = \sqrt{2}U\sin\omega t \cdot \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi) = 2UI\sin\omega t\sin(\omega t - \varphi)$$

sau

$$p = 2UI\,\frac{\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)}{2} = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t - \varphi) \qquad (9.63)$$

Se vede că puterea electromagnetică instantanee este o mărime periodică, avînd o componentă continuă, constantă($UI\cos\varphi$)şi o componentă de frecvenţă dublă faţă de frecvenţa tensiunii de alimentare. In figura 9.19 sînt reprezentate variaţiile în timp ale lui u, i şi p, precum şi componenta continuă P.

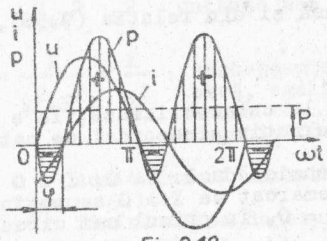


Fig.9.19

La circuitele electrice monofazate, în regim permanent sinusoidal, se mai definesc puterile: activă P; reactivă Q şi aparentă S.

a) Puterea activă P, este prin definiţie, valoarea medie a puterii electromagnetice instantanee în timpul unei perioade, adică:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt \qquad (9.64)$$

Inlocuind puterea electromagnetică instantanee p, cu expresia sa din rel.9.63, se obţine:

$$P = \frac{1}{T}\int\left\{UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t - \varphi)\right\}dt = UI\cos\varphi - 0$$

deci puterea activă este egală cu componenta continuă din expresia puterii electromagnetice instantanee:

$$P = U\,I\cos\varphi \qquad (9.65)$$

Puterea activă se măsoară în watt, simbol [W], avînd ca multiplii:

kilowattul [kW], 1 kW = 10^3 W.

megawattul [MW], 1 MW = 10^6 W.

gigawattul [GW], 1 GW = 10^9 W.

terawattul [TW], 1 TW = 10^{12} W.

b) Puterea reactivă Q, pentru un circuit monofazat în regim permanent sinusoidal se defineşte sub forma:

$$Q = UI\sin\varphi \qquad (9.66)$$

şi se măsoară în voltamper reactiv, simbol [VAr], cu multiplii kVAr ; MVAr ; TVAr. Puterea reactivă nu reprezintă media vreunei componente a puterii electromagnetice instantanee, nu are valoare instantanee, ea fiind numai o mărime de calcul.

c) Puterea aparentă S, este o mărime scalară, care la circuitele monofazate în regim permanent, se defineşte prin relaţia:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \qquad (9.67)$$

Tinînd seama de expresiile puterii active (rel.9.65) şi a celei reactive (rel.9.66), puterea aparentă se poate scrie:

$$S = \sqrt{P^2+Q^2} = \sqrt{U^2I^2\cos^2\varphi + U^2I^2\sin^2\varphi} = UI \qquad (9.68)$$

Puterea aparentă se măsoară în volt-amper, simbol [VA], avînd ca multiplii kVA; MVA; GVA ; TVA.

Din expresiile celor trei puteri, adică:

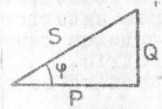


Fig. 9.20

$$P = UI\cos\varphi$$
$$Q = UI\sin\varphi \qquad (9.69)$$
$$S = \sqrt{P^2+Q^2} \text{ respectiv } S^2 = P^2 + Q^2$$

rezultă că acestea, pot reprezenta laturile unui triunghi dreptunghic, ca cel din fig.9.2c, denumit triunghiul puterilor. Din acest triunghi rezultă rel.9.69 precum şi relaţia:

$$tg\varphi = \frac{Q}{P} = \frac{UI\sin\varphi}{UI\cos\varphi} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} \qquad (9.70)$$

d) Exprimarea puterilor electrice în funcţie de parametrii circuitului electric. Puterile prezentate mai sus, se pot exprima şi în funcţie de parametrii circuitului: Z - impedanţă; Y-admitanţă; R- rezistenţă ; G - conductanţă şi B - susceptanţă.

In cazul puterii active, dacă se ţine seama de relaţiile,

$$U = IZ;\ R = Z\cos\varphi;\ G = Y\cos\varphi \text{ şi } I_a = I\cos\varphi \qquad (9.71)$$

se poate scrie:

$$P = UI\cos\varphi = I^2Z\cos\varphi = I^2R$$

sau,

$$P = UI\cos\varphi = U\,\frac{U}{Z}\cos\varphi = U^2Y\cos\varphi = U^2G \qquad (9.72)$$

respectiv,

$$P = UI\cos\varphi = UI_a$$

Această putere activă, absorbită de circuitul monofazat de la sursa de alimentare cu tensiune sinusoidală, se transformă integral şi în mod ireversibil în căldură, în rezistenţa R, prin efect Joule-Lenz. Ea este o mărime pozitivă la circuitele care conţin rezistenţe ohmice (denumite circuite disipative) şi este nulă pentru circuitele nedisipative, adică pur reactive, la care rezistenţele sînt nule.

Pentru puterea reactivă, dacă se ţine seama de relaţiile:

$$U = IZ;\ X = Z\sin\varphi;\ B = Y\sin\varphi \text{ şi } I_r = I\sin\varphi \qquad (9.73)$$

se pot scrie expresiile:

$$Q = UI\sin\varphi = I^2Z\sin\varphi = I^2X$$

sau,

$$Q = UI\sin\varphi = U\,\frac{U}{Z}\sin\varphi = U^2Y\sin\varphi = U^2B \qquad (9.74)$$

respectiv,

$$Q = UI\sin\varphi = UI_r$$

Din expresia puterii reactive, scrisă sub forma:

$$Q = I^2X = U^2B \qquad (9.75)$$

se vede că aceasta poate fi pozitivă, egală cu zero sau negativă, după cum X respectiv B sînt pozitive, egale cu zero sau negative. Puterea reactivă este pozitivă pentru circuitele inductive, cînd $X > 0$ (deci şi $B > 0$), respectiv negativă în cazul circuitelor capacitive, cînd $X < 0$ şi $B < 0$. In cazul circuitelor pur rezistive (pur ohmice), cînd $X = 0$ şi $B = 0$, puterea reactivă este şi ea nulă.

Circuitele capacitive şi în particular condensatoarele electrice, sînt producătoare de putere reactivă, iar cele inductive, cum ar fi bobinele, sînt consumatoare de putere reactivă. In primul caz, $Q < 0$, puterea reactivă fiind cedată spre exterior de circuitul respectiv, iar în al doilea caz, $Q > 0$, puterea reactivă este absorbită din exterior de către circuitul electric.

In cazul unui circuit cu R,L,C, puterea reactivă se mai poate scrie:

$$Q = I^2X = I^2(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 2\omega(\frac{LI^2}{2} - \frac{I^2}{2C\omega^2}) = 2\omega(\frac{LI^2}{2} - \frac{CU_C^2}{2}) \qquad (9.76)$$

unde U_C, reprezintă diferenţa de potenţial (tensiunea) dintre armăturile condensatorului de capacitate C.

Ţinînd seama de relaţiile (7.11) şi (7.4) adică:

$W_m = \frac{LI^2}{2}$, valoarea medie în raport cu o perioadă a energiei magnetice înmagazinate în cîmpul magnetic al unei bobine de inductivitate L şi parcursă de curentul de intensitate I ;

$W_e = \frac{CU_C^2}{2}$, valoarea medie în raport cu o perioadă a energiei electrice înmagazinate în cîmpul electric al condensatorului de capacitate C, cînd între armături există diferenţa de potenţial U_C,

expresia puterii reactive (rel.9.76) se scrie:

$$Q = 2\omega(\frac{LI^2}{2} - \frac{CU_C^2}{2}) = 2\omega(W_m - W_e) \qquad (9.77)$$

Această relaţie permite o interpretare fizică a puterii reactive, în sensul că aceasta reprezintă o măsură a schimburilor interioare de energie între cîmpul electric şi cel magnetic.

Puterea aparentă, poate fi şi ea exprimată în funcţie de parametrii impedanţă sau admitanţă, sub forma:

$$S = UI = IZ.I = I^2Z = U\frac{U}{Z} = U^2Y \qquad (9.78)$$

Spre deosebire de puterea reactivă, puterea aparentă este o mărime pozitivă.

Dacă la un circuit electric, alimentat cu tensiunea sinusoidală de valoare efectivă U = constantă, se modifică astfel parametrii R,L,C încît intensitatea I a curentului electric să fie maximă (Z-minim, adică X=o respectiv $\varphi = o$), atunci puterea aparentă a circuitului reprezintă valoarea maximă a puterii active. Modificarea parametrilor R,L,C înseamnă defazaj variabil, căci:

$$tg\varphi = \frac{X}{R} = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \qquad (9.79)$$

In cazul unor circuite electrice care reprezintă maşini şi aparate electrice, intensitatea curentului electric I este limitată la o anumită valoare maximă admisibilă, pentru ca pierderile prin

efect Joule-Lenz în conductoare (bobinaje) să nu determine o încălzire excesivă a acestora. Pe de altă parte şi tensiunea U este limitată la o valoare maximă, pentru a nu se străpunge izolaţia bobinajelor. Aceasta înseamnă că la maşinile şi aparatele electrice, puterea aparentă S = UI, caracterizează limitele lor de funcţionare şi se indică de obicei, pe plăcuţa de fabricaţie respectivă drept putere nominală.

e) Reprezentarea în complex simplificat a puterilor electrice.

Intrucît puterea electromagnetică instantanee (rel.9.63),

$$p = UI\cos\varphi - UI\cos(2\omega t - \varphi) \qquad (9.80)$$

este o mărime nesinusoidală (fig.9.19), ea nu poate fi reprezentată în complex simplificat după regulile stabilite anterior (vezi cap.9.2.3). Se defineşte însă o putere complexă, din care se pot deduce ulterior foarte uşor puterea activă, reactivă şi aparentă.

Puterea complexă sau puterea aparentă complexă $\underline{S}$ a unui circuit monofazat, se defineşte ca fiind egală cu produsul dintre complexul lui $\underline{U}$ (imaginea în complex a tensiunii la bornele circuitului) şi conjugata complexului lui $\underline{I}$ (imaginea conjugată în complex a intensităţii curentului electric din acelaşi circuit). Conform acestei definiţii se poate scrie:

$$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^* \qquad (9.81)$$

Folosind reprezentarea în complex simplificat (rel.9.13), adică:

$\underline{U} = U e^{j0} = U$, tensiunea la bornele circuitului;

$\underline{I} = I e^{-j\varphi}$, intensitatea curentului din circuit;

$\underline{I}^* = I e^{j\varphi}$, valoarea complex conjugată a lui $\underline{I}$,

puterea complexă (rel.9.81) se scrie:

$$\underline{S} = \underline{U}\underline{I}^* = UIe^{j\varphi} = UI\{\cos\varphi + j\sin\varphi\} = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi$$

adică,

$$\underline{S} = P + jQ \qquad (9.82)$$

Din expresia puterii complexe, se vede că aceasta are:

- modulul UI, egal cu puterea aparentă, S = UI ;
- argumentul φ, egal cu unghiul de defazaj dintre U şi I;
- partea reală egală cu puterea activă, $P = UI\cos\varphi = \mathcal{R}_e\{\underline{U}\underline{I}^*\}$
- partea imaginară egală cu puterea reactivă, $Q = UI\sin\varphi = \mathcal{I}_m\{\underline{U}\underline{I}^*\}$.

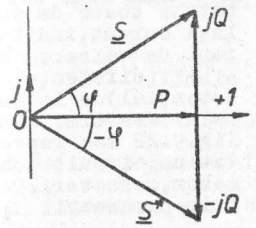


Fig.9.21

Valoarea complex conjugată $\underline{S}^*$ a puterii complexe $\underline{S}$, este

$$\underline{S}^* = \underline{U}^*\,\underline{I} \qquad (9.83)$$

unde,

$\underline{U}^* = U e^{-j0} = U$

$\underline{I} = I e^{-j\varphi}$

rezultînd

$$\underline{S}^* = \underline{U}^*\underline{I} = UIe^{-j\varphi}$$

adică,

$$\underline{S}^* = P - jQ \qquad (9.84)$$

în care,

$$P = \mathcal{R}_e\{\underline{U}_b^*\underline{I}\} \text{ iar } Q = -\mathcal{I}_m\{\underline{U}_b^*\underline{I}\}$$

In figura 9.21 sînt prezentate în planul complex(reprezentare în complex simplificat) atît puterea complexă $\underline{S}$ cît şi conjugata $\underline{S}^*$a acesteia.

Puterea complexă $\underline{S}$,se foloseşte mai ales în cazul circuitelor serie, unde intensitatea curentului este aceeaşi,existînd deci o singură valoare complexă conjugată a curentului. În cazul circuitelor paralel, cînd tensiunea la borne U este aceeaşi se foloseşte puterea complex conjugată $\underline{S}^*$, căci există o singură valoare complexă conjugată a tensiunii.

9.4.4. Energie activă şi reactivă. Corespunzător puterilor activă şi reactivă, se definesc energiile activă şi reactivă.

a) Energia activă W_a,

$$W_a = \int_0^t P\,dt = \int_0^t UI\cos\varphi\,dt \qquad (9.85)$$

care se măsoară în watt-secundă, simbol [Ws] ; watt-oră [Wh] sau kilowatt-oră [kWh]. Măsurarea energiei active se face cu ajutorul contoarelor de energie activă.

Dacă în intervalul de timp (o-t), circuitul monofazat absoarbe de la reţeaua de alimentare o putere activă P constantă, atunci energia activă este:

$$W_a = \int_0^t P\,dt = P\int_0^t dt = UI\cos\varphi\,.t \qquad (9.86)$$

b) Energia reactivă W_r,

$$W_r = \int_0^t Q\,dt = \int_0^t U\,I\sin\varphi\,dt \qquad (9.87)$$

care poate fi măsurată de un contor de energie reactivă.Unitatea de măsură este kilovoltamper reactiv oră, simbol [kVArh] .Dacă Q = constant în intervalul de timp de la 0 la t, atunci energia reactivă din circuitul respectiv este:

$$W_r = \int_0^t Q\,dt = Q\int_0^t dt = Qt = UI\sin\varphi\,.t \qquad (9.88)$$

9.4.5. Impedanţe echivalente

a) Impedanţe conectate (grupate)în serie. Două sau mai multe impedanţe sînt conectate în serie, atunci cînd sînt străbătute toate de acelaşi curent,indiferent de valoarea tensiunii(diferenţei de potenţial)de la bornele acestora. In fig.9.22 s-a reprezentat un circuit consumator,caracterizat prin parametrii R_2, L_2 şi C_2, adică prin impedanţa,

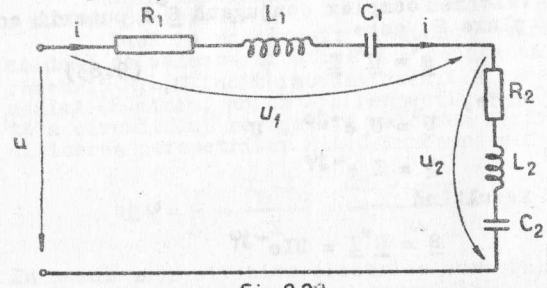


Fig.9.22

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})^2} \qquad (9.89)$$

alimentat de sursa cu tensiune sinusoidală $u = \sqrt{2}U\sin\omega t$,prin intermediul unei linii de transport de energie electromagnetică,ce are parametrii R_1,L_1 şi C_1 concentraţi, deci linia are impedanţa,

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1})^2} \qquad (9.90)$$

Consumatorul şi linia de transport constituie două impedanţe conectate în serie.Ele pot fi înlocuite cu o impedanţă echivalentă,

$$Z_e = \sqrt{R_e^2 + X_e^2} \qquad (9.91)$$

care conectată la aceeaşi tensiune u, absoarbe acelaşi curent i sub acelaşi unghi de defazaj φ.Pentru a determina parametrii R_e şi X_e ai impedanţei echivalente se poate folosi o metodă grafică sau analitică utilizînd reprezentarea în complex simplificat.

In cazul metodei grafice, pentru circuitul electric din fig.9.22, se construieşte diagrama fazorială reprezentată în figura 9.23.

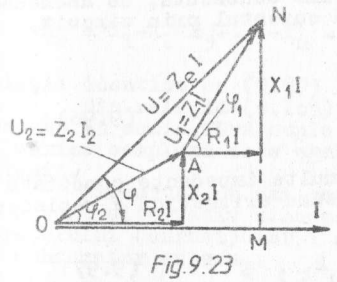


Fig.9.23

Construcţia aceste diagrama se face, pornind de la intensitatea I a curentului electric, care este aceeaşi prin ambele impedanţe.Poziţia lui I se ia arbitrară, reprezentarea făcîndu-se la o anumită scară [A/m.m]. Căderile ohmice de tensiune R_2I şi R_1I sînt în fază cu I,iar cele reactive ,X_2I şi X_1I sînt defazate cu $\frac{\pi}{2}$ faţă de acelaşi I.

S-a notat,

$$X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}$$
$$X_2 = \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \qquad (9.91)$$

Dacă se consideră,

$$X_1 > 0 \text{ adică } \omega L_1 > \frac{1}{\omega C_1}$$
$$X_2 > 0 \text{ adică } \omega L_2 > \frac{1}{\omega C_2} \qquad (9.92)$$

atunci căderile de tensiune reactive sînt defazate cu $\frac{\pi}{2}$ înainte faţă de intensitatea I, în caz contrar, ar fi cu $\frac{\pi}{2}$ în urmă.

Adunînd geometric pe R_2I cu X_2I se obţine segmentul $\overline{OA}$ care, la scara tensiunilor, reprezintă tensiunea la bornele consumatorului, $U_2 = I_2Z_2$. Dacă la U_2 se adună geometric R_1I şi X_1I rezultă segmentul $\overline{AN}$,egal, la scara tensiunilor, cu $U_1 = IZ_1$ şi

care reprezintă căderea de tensiune pe linie. Suma geometrică dintre U_2 și U_1, este tensiunea $U = Z_e I$, de la bornele circuitului.

Segmentul $\overline{OM}$ reprezintă căderea ohmică de tensiune pe impedanța echivalentă (mai exact pe rezistența acesteia R_e) iar $\overline{MN}$ căderea reactivă. Se poate scrie:

$$\overline{OM} = R_2 I + R_1 I = (R_1+R_2)I = R_e I \qquad (9.93)$$

$$\overline{MN} = X_2 I + X_1 I = (X_1+X_2)I = X_e I$$

și ca urmare,

$$R_e = R_1 + R_2 \qquad (9.94)$$

$$X_e = X_1 + X_2$$

Din triunghiul dreptunghic OMN rezultă

$$Z_e^2 I^2 = \overline{OM}^2 + \overline{MN}^2 = R_e^2 I^2 + X_e^2 I^2$$

și de aici,

$$Z_e = \sqrt{R_e^2 + X_e^2} \qquad (9.95)$$

Cum $u = \sqrt{2}U \sin \omega t$ este o mărime cunoscută, de asemenea și parametrii R_1, R_2, X_1 și X_2, rezultă curentul prin circuit,

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \varphi)$$

căci,

$$I = \frac{U}{Z_e} \text{ iar } tg\,\varphi = \frac{X_e}{R_e} \qquad (9.96)$$

Prin urmare, la două sau mai multe impedanțe conectate în serie, rezistența echivalentă este suma aritmetică a rezistențelor din circuit,

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n = \sum_{k=1}^{n} R_k \,, \qquad (9.97)$$

iar reactanța echivalentă este suma algebrică a reactanțelor,

$$X_e = X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n = \sum_{k=1}^{n} X_K \qquad (9.88)$$

O reactanță,

$$X_K = \omega L_K - \frac{1}{\omega C_K} = X_{LK} - X_{CK} \qquad (9.99)$$

poate fi pozitivă, negativă sau zero, după cum X_{LK} este mai mare, mai mică decît X_{CK}, respectiv egală cu X_{CK}.

La aceeași concluzie se ajunge dacă se folosește calculul analitic, utilizînd reprezentarea în complex simplificat. Pentru circuitul reprezentat în fig.9.22, se poate scrie:

$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 \qquad (9.1oo)$$

unde,

$$\underline{U} = \underline{I}\,\underline{Z}_e \;;\; \underline{U}_1 = \underline{I}\,\underline{Z}_1 \;;\; \underline{U}_2 = \underline{I}\,\underline{Z}_2 \qquad (9.1o1)$$

Ca urmare,

$$\underline{U} = \underline{I}\underline{Z}_e = \underline{I}\underline{Z}_1 + \underline{I}\underline{Z}_2 = \underline{I}\left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2\right) \qquad (9.1o2)$$

sau,

$$\underline{Z}_e = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \qquad (9.1o3)$$

Cum,

$$\underline{Z}_e = R_e + j\,X_e$$

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\,X_1 \qquad (9.1o4)$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j\,X_2$$

relația (9.1o3) se scrie:

$$R_e + j\,X_e = (R_1 + R_2) + j\,(X_1 + X_2)$$

și ca urmare,

$$R_e = R_1 + R_2$$

$$X_e = X_1 + X_2$$

sau în cazul a n impedanțe în serie,

$$R_e = R_1+R_2+R_3+\ldots+R_n = \sum_{k=1}^{n} R_k \qquad (9.1o5)$$

$$X_e = X_1+X_2+X_3+\ldots+X_n = \sum_{k=1}^{n} X_k$$

relații identice cu (9.97) și (9.98).

Din relația (9.1o3) rezultă că în cazul impedanțelor conectate în serie, fără cuplaje magnetice, impedanța echivalentă, ca mărime complexă este egală cu suma impedanțelor complexe din circuit.

Circuitul de mai sus reprezintă o linie monofazată scurtă de curent alternativ sinusoidal, u fiind tensiunea la bornele generatorului (sursei) iar i curentul furnizat de acesta. Tensiunea la consumator este u_2.

Se numește pierdere de tensiune δU, diferența algebrică între valorile efective ale tensiunilor U și U_2, adică $\delta U = U - U_2$, iar diferența geometrică adică diferența ca mărimi complexe $\Delta \underline{U} = \underline{U} - \underline{U}_2$, cădere de tensiune pe linie. In figura 9.23, căderea de tensiune este $U_1 = IZ_1$, reprezentată de segmentul AN, la scara tensiunilor.

Pe linia de impedanță $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}$, au loc și pierderi de putere,

$$\text{activă, } \Delta P = I^2 R_1$$

$$\text{reactivă, } \Delta Q = I^2 X_1 \qquad (9.1o6)$$

b) Impedanțe conectate (grupate) în paralel. In fig.9.24 sînt reprezentați doi consumatori, caracterizați prin impedanțele lor,

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2} \qquad (9.1o7)$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2}$$

alimentați cu aceeași tensiune sinusoidală $u = \sqrt{2}U \sin \omega t$, tensiune se stabilește în cei doi consumatori curenții:

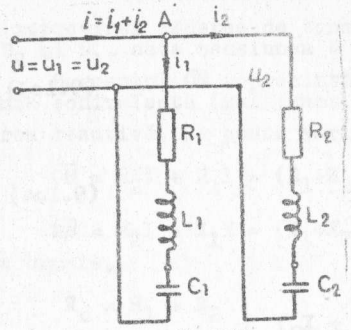


Fig.9.24

$$i_1=\sqrt{2}\,I_1\sin(\omega t-\varphi_1) \qquad (9.108)$$
$$i_2=\sqrt{2}I_2\sin(\omega t-\varphi_2)$$

Cele două impedanţe Z_1 şi Z_2 sînt conectate în paralel, adică au aceeaşi tensiune u la borne, indiferent de curenţii i_1 şi i_2 ce le străbat. Ele pot fi înlocuite cu o impedanţă echivalentă,

$$Z_e = \sqrt{R_e^2 + X_e^2}$$

care conectată la aceeaşi tensiune u, absoarbe acelaşi curent

$$i = i_1 + i_2$$

sub acelaşi unghi de defazaj φ, ca şi cele două impedanţe Z_1 şi Z_2 conectate în paralel.

Se poate construi o diagramă fazorială, pentru circuitul din fig.9.24, pornind de la tensiunea $U = U_1 = U_2$, fixată arbitrar la o anumită scară a tensiunilor [V/mm]. Faţă de această tensiune (fig.9.25) la unghiurile φ_1 şi φ_2 date de relaţiile:

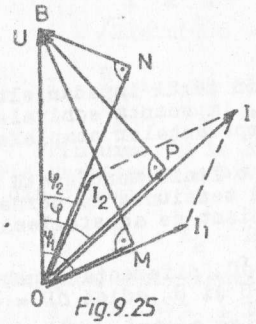


Fig.9.25

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{X_1}{R_1} = \frac{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}}{R_1}$$
$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{X_2}{R_2} = \frac{\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}}{R_2} \qquad (9.109)$$

se reprezintă, la scara curenţilor, intensităţile I_1 şi I_2 ale curenţilor din cele două impedanţe, a căror valoare este:

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} = \frac{U}{Z_1}\ ;\ I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = \frac{U}{Z_2} \qquad (9.110)$$

Făcînd, în baza primei teoreme a lui Kirchhoff, suma algebrică a acestor doi curenţi I_1 şi I_2, se obţine curentul I. Acest curent face unghiul φ cu tensiunea U, unghi dat de relaţia,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{X_e}{R_e}$$

Ducînd din vîrful lui U, (punctul B din fig.9.25), perpendiculare pe direcţiile curenţilor I_1, I_2 şi I, se obţin, la scara tensiunilor, segmentele:

$$\overline{OM} = R_1 I_1 \qquad \overline{ON} = R_2 I_2 \qquad \overline{OP} = R_e I \qquad (9.111)$$
$$\overline{MB} = X_1 I_1 \qquad \overline{NB} = X_2 I_2 \qquad \overline{PB} = X_e I$$

S-a obţinut deci grafic, la scara tensiunilor, $R_e I$ şi $X_e I$. Cunoscînd tot pe cale grafică, la scara curenţilor şi curentul I, se pot determina parametrii impedanţei echivalente:

$$R_e = \frac{R_e I}{I}\ ;\ X_e = \frac{X_e I}{I} \qquad (9.112)$$

şi odată cu aceştia,

$$Z_e = \sqrt{R_e^2 + X_e^2} \qquad (9.113)$$

respectiv,

$$I = \frac{U}{Z_e} \quad \text{şi} \quad \operatorname{tg}\varphi = \frac{X_e}{R_e} \qquad (9.114)$$

devenind cunoscut în felul acesta curentul,

$$i = \sqrt{2}\,I\sin(\omega t - \varphi) \qquad (9.115)$$

odată se cunosc tensiunea şi parametrii circuitului.

Dacă se foloseşte metoda simbolică (calculul cu mărimile reprezentate în complex simplificat) atunci pentru circuitul din figura 9.24, se poate scrie:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \underline{U}\underline{Y}_1$$
$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \underline{U}\underline{Y}_2 \qquad (9.116)$$
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_e} = \underline{U}\underline{Y}_e$$

în care admitanţele au expresiile:

$$\underline{Y}_1 = G_1 - jB_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} - j\frac{X_1}{Z_1^2}$$
$$\underline{Y}_2 = G_2 - jB_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} - j\frac{X_2}{Z_2^2} \qquad (9.117)$$
$$\underline{Y}_e = G_e - jB_e = \frac{R_e}{Z_e^2} - j\frac{X_e}{Z_e^2}$$

Pe baza primei teoreme a lui Kichhoff, pentru nodul A, se poate scrie:

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = \underline{U}\underline{Y}_e = \underline{U}\underline{Y}_1 + \underline{U}\underline{Y}_2 = \underline{U}\{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2\} \qquad (9.118)$$

adică,

$$\underline{Y}_e = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 \qquad (9.119)$$

ceea ce înseamnă,

$$G_e - jB_e = (G_1 + G_2) - j(B_1 + B_2)$$

de unde rezultă :

$$G_e = G_1 + G_2 \qquad (9.120)$$

$$B_e = B_1 + B_2$$

adică, la impedanţe conectate în paralel, necuplate magnetic, se adună conductanţele respectiv susceptanţele pentru a obţine conductanţa, respectiv susceptanţa echivalentă. Altfel spus, la conectarea în paralel a impedanţelor se adună admitanţele, ca mărimi complexe pentru a se obţine admitanţa echivalentă.

Pentru determinarea lui R_e şi X_e se procedează astfel:

- se calculează conductanţa şi susceptanţa echivalentă, fiind cunoscuţi parametrii circuitului, adică:

$$G_e = G_1+G_2 = \frac{R_1}{R_1^2+(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1})^2} + \frac{R_2}{R_2^2+(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})^2} \qquad (9.121)$$

$$B_e = B_1+B_2 = \frac{X_1}{R_1^2+(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1})^2} + \frac{X_2}{R_2^2+(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})^2}$$

- se calculează admitanţa echivalentă,

$$Y_e = \sqrt{Ge^2 + Be^2} \qquad (9.122)$$

- se calculează parametrii impedanţei echivalente, R_e şi X_e

$$R_e = \frac{G_e}{Y_e^2} = \frac{G_e}{G_e^2+B_e^2} \qquad (9.123)$$

$$X_e = \frac{B_e}{Y_e^2} = \frac{B_e}{G_e^2+B_e^2}$$

căci,

$$G_e = \frac{R_e}{Z_e^2} = R_e Y_e^2 \qquad (9.124)$$

$$B_e = \frac{X_e}{Z_e^2} = X_e Y_e^2$$

Ca urmare se pot calcula,

$$I = \frac{U}{Z_e} = UY_e \qquad (9.125)$$

$$tg\varphi = \frac{X_e}{R_e} = \frac{B_e}{G_e}$$

devenind cunoscut curentul,

$$i = \sqrt{2}\, I \sin(\omega t - \varphi)$$

c) Impedanţe în conectare mixtă. In practică, sînt numeroase cazurile cînd circuitele monofazate conţin impedanţe în conectare mixtă, adică impedanţe conectate atît în serie cît şi în paralel. Circuitul electric monofazat, a cărui schemă electrică este reprezentată în figura 9.26 conţine trei impedanţe $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2$ şi $\underline{Z}_\ell$, în conectare mixtă.

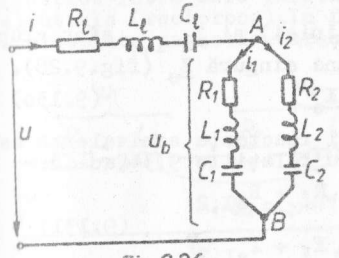


Fig.9.26

Metoda cea mai expeditivă de calcul a unor astfel de circuite electrice, este metoda simbolică, adică folosirea mărimilor electrice în forma complexă simplificată.

Impedanţele $\underline{Z}_1$ şi $\underline{Z}_2$, care reprezintă impedanţele a doi consumatori grupaţi în paralel şi $\underline{Z}_\ell$, -impedanţa liniei prin care se alimentează consumatorii respectivi, se scriu, ca mărimi complexe :

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = R_1 + j\,(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1})$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2 = R_2 + j\,(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}) \qquad (9.126)$$

$$\underline{Z}_\ell = R_\ell + jX_\ell = R_\ell + j(\omega L_\ell - \frac{1}{\omega C_\ell})$$

Cele două impedanţe în paralel, se pot înlocui cu una echivalentă,

$$\underline{Z}_{e1,2} = R_{e1,2} + j\,X_{e1,2} \qquad (9.127)$$

rezultînd schema electrică simplificată din fig. 9.27.

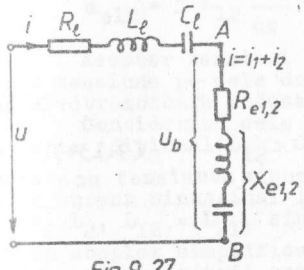


Fig.9.27

Rezistenţa echivalentă $R_{e1,2}$ şi reactanţa echivalentă $X_{e1,2}$ se calculează cu relaţiile 9.123, adică:

$$R_{e1,2} = \frac{G_{e1,2}}{G_{e1,2}^2 + B_{e,1,2}^2} \qquad (9.128)$$

$$X_{e1,2} = \frac{B_{e1,2}}{G_{e\,1,2}^2 + B_{e\,1,2}^2}$$

unde, conductanţa şi susceptanţa echivalentă, în baza rel.9.121, au valorile:

$$G_{e1,2} = G_1+G_2 = \frac{R_1}{R_1^2+(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1})^2} + \frac{R_2}{R_2^2+(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})^2}$$

$$B_{e\,1,2} = B_1 + B_2 = \frac{X_1}{R_1^2+(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1})^2} + \frac{X_2}{R_2^2+(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})^2} \qquad (9,129)$$

Cele două impedanţe, $\underline{Z}_\ell$ (a liniei) şi $\underline{Z}_{e\,1,2}$ sînt grupate în serie, putînd fi înlocuite cu una singură $\underline{Z}_e$ (fig.9.28).

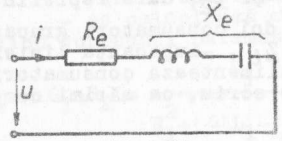


Fig.9.28

$$\underline{Z}_e = R_e + j\,X_e \qquad (9.130)$$

Rezistenţa şi reactanţa echivalentă se calculează cu relaţiile 9.34,adică:

$$R_e = R_\ell + R_{e1,2}$$
$$X_e = X_\ell + X_{e1,2} \qquad (9.131)$$

în care, $X_\ell = \omega L_\ell - \frac{1}{\omega C_\ell}$.

Se poate acum calcula curentul i, absorbit de la sursă,

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$$

căci, $$I = \frac{U}{Z_e} \text{ iar } tg\varphi = \frac{X_e}{R_e} \qquad (9.132)$$

Cunoscînd pe I, rezultă tensiunea la bornele consumatorilor, adică:

$$U_b = V_A - V_B = I\,Z_{e1,2} \qquad (9.133)$$

respectiv curenţii absorbiţi de fiecare consumator,

$$i_1 = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t - \varphi_1)$$
$$i_2 = \sqrt{2}I_2 \sin(\omega t - \varphi_2)$$

căci, $$I_1 = \frac{U_b}{Z_1} = \frac{I\,Z_{e1,2}}{\sqrt{R_1^2+j(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1})^2}} \qquad (9.134)$$

$$I_2 = \frac{U_b}{Z_2} = \frac{I\,Z_{e1,2}}{\sqrt{R_2^2+j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})^2}}$$

$$tg\varphi_1 = \frac{X_1}{R_1} = \frac{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}}{R_1}$$

$$tg\varphi_2 = \frac{X_2}{R_2} = \frac{\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}}{R_2}$$

Se întîlnesc în practică şi circuite în conectare complexă, adică mai "complicată", în formă de poligon sau stea.Impedanţa echivalentă în aceste cazuri se poate determina numai după ce în prealabil s-au efectuat unele transfigurări,din poligon în stea sau invers. Transfigurarea de la triunghi la stea şi invers, se face ca şi în cazul circuitelor de curent continuu, doar că în locul rezistenţelor apar impedanţele ca mărimi complexe.

d) Impedanţe cuplate magnetic. După cum s-a văzut,(cap. 6.3) cuplajul magnetic se realizează prin intermediul bobinelor electrice între care există inductivităţi (denumite şi inductanţe)mutuale (reciproce).In figura 9.29 sînt reprezentate două bobine cuplate magnetic,caracterizate prin rezistenţele lor ohmice

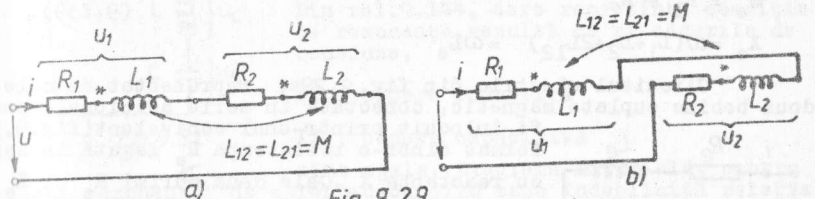


Fig. 9.29

R_1 şi R_2, inductivităţile proprii L_1 şi L_2, respectiv inductivitatea mutuală (reciprocă) $M = L_{12} = L_{21}$.Cele două bobine sînt conectate în serie adiţional (fig.9.29a) respectiv serie opoziţional (fig. 9.29b). Inductivitatea mutuală poate fi pozitivă sau negativă (vezi cap.6.3.3).Prin intermediul inductivităţilor reciproce (mutuale) apare o tensiune electromotoare indusă în prima bobină de către fluxul magnetic creat prin ea de curentul variabil din a doua bobină,

$$u_{e21} = \pm L_{21}\frac{di_2}{dt} \qquad (9.135)$$

respectiv în a doua bobină, o tensiune electromotoare indusă de fluxul magnetic creat prin aceasta de curentul variabil din prima bobină,

$$u_{e12} = \pm L_{12}\frac{di_1}{dt} \qquad (9.136)$$

Acestor tensiuni electromotoare induse le corespund căderi de tensiune pe cele două bobine, egale şi de semn opus tensiunilor electromotoare induse.

Considerînd cele două bobine cuplate magnetic,conectate în serie adiţional($L_{12} > 0$), aşa ca în fig. 9.29a, ca fiind alimentate cu tensiunea sinusoidală $u = \sqrt{2}U\sin\omega t$, ele vor fi parcurse de un curent sinusoidal $i = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi)$, dacă parametrii R_1, L_1, R_2,L_2, $L_{12} = L_{21}$, sînt mărimi constante. Folosind reprezentarea în complex simplificat, pentru circuitul electric din fig. 9.29a, cu parametrii constanţi, se poate scrie:

$$\underline{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1)\underline{I} + j\omega L_{12}\underline{I}$$
$$\underline{U}_2 = (R_2 + j\omega L_2)\underline{I} + j\omega L_{21}\underline{I} \qquad (9.137)$$
$$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 = \left\{(R_1+R_2) + j\,\omega\,(L_1+L_2+2L_{12})\right\}\underline{I}$$

rezultînd impedanţa complexă echivalentă a circuitului, sub forma:

$$\underline{Z}_e = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = (R_1+R_2)+j\omega(L_1+L_2+2L_{12}) \qquad (9.138)$$

respectiv,

$$R_e = R_1 + R_2 \qquad (9.139)$$

$$X_e = \omega(L_1+L_2+2L_{12}) = \omega L_e$$

Circuitul electric din fig.9.29a, reprezentat de cele două bobine cuplate magnetic, conectate în serie adiţional, poate fi înlocuit printr-unul echivalent(fig.9.3o), format dintr-o rezistenţă R_e legată în serie cu reactanţa X_e.Cele două mărimi R_e şi X_e au valorile date de rel.9.139.

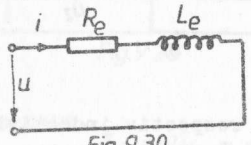


Fig.9.30

In cazul a două bobine cuplate magnetic,conectate în serie opoziţional, rel.9.137,se scriu:

$$\underline{U}_1 = (R_1+j\omega L_1)\underline{I} - j\omega L_{12}\underline{I} \qquad (9.14o)$$

$$\underline{U}_2 = (R_2+j\omega L_2)\underline{I} - j\omega L_{21}\underline{I}$$

rezultînd,

$$R_e = R_1 + R_2$$

$$X_e = \omega(L_1+L_2-2L_{12}) = \omega L_e \qquad (9.141)$$

Cunoscînd tensiunea de alimentare $u = \sqrt{2}U\sin\omega t$ şi parametrii, R_1, L_1, R_2, L_2 şi $L_{12} = L_{21}$ (ca mărimi constante)se poate calcula curentul,

$$i = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi)$$

căci

$$I = \frac{U}{Z_e} = \frac{U}{\sqrt{R_e^2+X_e^2}} = \frac{U}{\sqrt{(R_1+R_2)^2+\left\{\omega(L_1+L_2\pm 2L_{12})\right\}^2}} \qquad (9.142)$$

$$tg\varphi = \frac{X_e}{R_e} = \frac{\omega(L_1+L_2\pm 2L_{12})}{R_e}$$

Bobinele cuplate magnetic pot aparţine unor circuite distincte (fără legături electrice între ele)cum este cazul circuitului primar şi cel secundar al unui transformator monofazat.

9.5. Rezonanţa din circuitele electrice în regim permanent sinusoidal.

Fenomenul de rezonanţă are loc numai în circuitele ce conţin elemente de circuit reactive, adică bobine respectiv condensatoare, şi anume atunci cînd reactanţa echivalentă X_e(sau susceptanţa echivalentă B_e)este nulă.

9.5.1.Rezonanţa de tensiune. Apare în circuitele monofazate realizate prin legarea în serie a elementelor reactive de circuit. Un astfel de circuit este reprezentat în figura 9.31,pentru care se poate scrie reactanţa echivalentă,

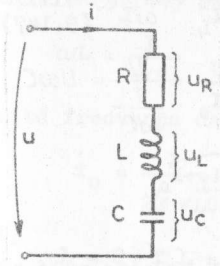


Fig.9.31

$$X_e = \omega L - \frac{1}{\omega C} = X_L - X_C \qquad (9.143)$$

aceasta devenind egală cu zero,dacă,

$$X_L = X_C \text{ respectiv } \omega L = \frac{1}{\omega C} \qquad (9.144)$$

Din rel.9.144, care reprezintă condiţia de rezonanţă,rezultă că şi căderile de tensiune,

IX_L, cădere inductivă

IX_C, cădere capacitivă

sînt egale. Diagrama fazorială, pentru cazul rezonanţei de curent,deci cînd este îndeplinită relaţia (9.144),arată ca în fig.9.32.

Se observă că la rezonanţă de tensiune, circuitul serie are următoarele proprietăţi:

- defazajul între tensiunea la borne U şi curentul din circuit I, este nul, adică $\varphi = 0$;
- impedanţa sa este minimă,

$$Z = \sqrt{R^2+(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = R \qquad (9.145)$$

iar intensitatea curentului electric devine maximă,

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}$$

- căderea de tensiune ohmică de pe rezistor,$U_R = RI$,este egală şi în fază cu tensiunea la borne: $U = U_R = RI$.

De remarcat că pentru U dat, în cazul rezonanţei de tensiune, la bornele elementelor reactive pot apărea căderi de tensiune inductivă ($X_L I$)respectiv capacitivă ($X_C I$) mari,periculoase pentru izolaţia bobinelor şi a dielectricului condensatoarelor.Valoarea relativă a acestor căderi de tensiuni,raportată la tensiunea de alimentare U,poate fi evaluată cu ajutorul factorului de calitate al circuitului,notat cu Q:

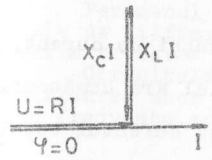


Fig.9.32

$$Q = \frac{X_L I}{U} = \frac{X_C I}{U} \qquad (9.146)$$

sau,

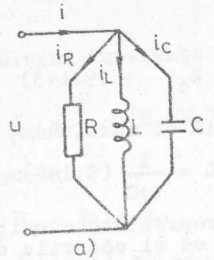
$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R}$$

căci,

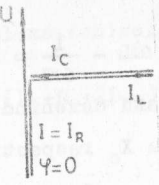
$$U = U_R = RI$$

9.5.2. Rezonanţa de curent. Apare în circuitele monofazate cu elemente de circuit reactive legate în paralel.Un astfel de circuit este reprezentat în figura 9.33a.

Pentru acest circuit se poate scrie :



a)



b)

$$I_R = \frac{U}{R}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{\omega L} \qquad (9.147)$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = U\omega C$$

$$\overbrace{I = I_R + I_L + I_C}$$

Fig.9.33

La rezonanţă, susceptanţa echivalentă B_e este nulă,adică:

$$B_e = B_L + B_C = 0 \qquad (9.148)$$

unde,

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$$

$$B_C = -\frac{1}{X_C} = -\omega C$$

rezultînd pentru rezonanţa de curent,

$$B_e = \frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} = 0$$

adică,

$$X_L = X_C \text{ respectiv } \omega L = \frac{1}{\omega C} \qquad (9.149)$$

condiţie de rezonanţă identică cu cea dată de rel.9.144,pentru cazul rezonanţei de tensiune.

La rezonanţa de curent, din rel.(9.147),mai rezultă

$$I_L = I_C \text{ şi } I = I_R$$

Diagrama fazorială, pentru cazul rezonanţei de curent, este cea reprezentată în figura 9.33b.

La rezonanţa de curent, circuitul paralel are următoarele proprietăţi:

-defazajul dintre tensiunea la borne U şi curentul total I este nul, adică $\varphi = 0$;

- admitanţa echivalentă Y_e este minimă,

$$Y_e = \sqrt{Ge^2 + Be^2} = Ge \qquad (9.150)$$

căci $B_e = 0$, ceea ce înseamnă impedanţă echivalentă maximă,respectiv intensitatea curentului total minimă;

$$I = \frac{U}{Z_e} = U\,Y_e = U\,Ge; \qquad (9.151)$$

- intensitatea curentului electric total este egală,ca valoare efectivă, cu cea a curentului prin rezistorul R,adică $I = I_R$.

In ambele cazuri de rezonanţă(tensiune sau curent)din

relaţiile (9.144) respectiv (9.149) adică,

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \qquad (9.152)$$

rezultă frecvenţa de rezonanţă f_0:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (9.153)$$

căci,

$$L = 2\pi f_0 L = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f_0 C}$$

La un circuit electric monofazat ce conţine elemente de circuit reactive (bobine şi condensatoare), grupate în serie sau paralel, rezonanţa de tensiune respectiv de curent, poate fi realizată:

- prin variaţia frecvenţei tensiunii de alimentare,pînă se asigură satisfacerea condiţiei 9.153, adică,

$$f = f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- prin modificarea valorii parametrilor L şi C, la frecvenţa $f = f_0$ = constantă, pînă la satisfacerea aceleiaşi condiţii,

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- prin conectarea în serie sau paralel cu circuitul dat a unor elemente reactive cu caracter complimentar (capacitive la circuit inductiv şi inductive la cel capacitiv), a căror parametrii să satisfacă condiţia de rezonanţă dată de rel.9.153.

Această ultimă metodă se foloseşte la îmbunătăţirea factorului de putere în reţelele electrice.

Fenomenul de rezonanţă are aplicaţii practice şi în circuitele de filtrare, acestea avînd rolul de a favoriza sau a defavoriza trecerea mărimilor electrice de anumite frecvenţe.

Circuitele cu rezonanţă de tensiune pot fi folosite la amplificarea unor tensiuni sinusoidale de valoare redusă, dar care au frecvenţa egală cu frecvenţa de rezonanţă a acestor circuite.

9.6. Metode de rezolvare în complex ale circuitelor monofazate în regim sinusoidal permanent

Reprezentarea în complex a mărimilor sinusoidale, face posibilă folosirea unor metode de rezolvare a circuitelor electrice monofazate aflate în regim sinusoidal permanent, analoge cu cele folosite în curent continuu. O analogie perfectă se poate realiza numai în cazurile cînd nu există cuplaje magnetice inductive între diferitele laturi ale circuitului.

Figura 9.34 prezintă schematic, analogia dintre mărimile

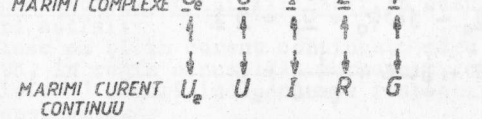


Fig.9.34

complexe şi mărimile din curent continuu, atunci cînd nu există cuplaje magnetice între laturi de circuit electric.S-a notat:

U_e, tensiune electromotoare;

U, tensiune la borne;

I, intensitatea curentului ;

R, rezistenţă electrică;

Z, impedanţă ;

G, conductanţa ;

Y, admitanţa.

9.6.1. Legea lui Ohm în formă complexă.Pentru un circuit monofazat liniar, pasiv şi aflat în regim sinusoidal permanent, pe baza relaţiei de definiţie a impedanţei ca mărime complexă (rel.9.48) se poate scrie:

$$\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I} \qquad (9.154)$$

Relaţia (9.154) reprezintă forma complexă a legii lui Ohm analogă cu cea din curent continuu (rel.4.13).

Dacă se consideră o latură activă a unui circuit liniar, care este cuplată inductiv cu alte laturi(fig.9.35),atunci se poate scrie, în baza teoremei a doua a lui Kirchhoff următoarea ecuaţie:

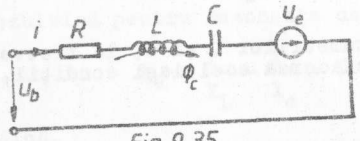


Fig.9.35

$$u_e - \frac{d\phi}{dt} = Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt - u_b \qquad (9.155)$$

în care,

u_e , tensiunea electromotoare a sursei,din latura respectivă;

ϕ , fluxul total înlănţuit de latură, el fiind format din fluxul propriu al bobinei de inductivitate L şi cel produs de laturi vecine ϕ_c (cuplajul magnetic)

R,L,C ,parametrii elementelor ce compun latura respectivă, consideraţi ca fiind constanţi;

i, intensitatea curentului electric prin latură;

u_b, tensiunea la bornele laturii.

Inlocuind $\phi = Li + \phi_c$, în rel.9.155,se obţine:

$$u_e - \frac{d}{dt}\left\{Li + \phi_c\right\} = Ri + \frac{1}{C}\int idt - u_b$$

sau
$$u_e - \frac{d\phi_c}{dt} + u_b = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt \qquad (9.156)$$

Ca mărimi complexe, rel.9.156, se scrie:

$$\underline{U}_e - j\omega\phi_c + \underline{U}_b = \underline{Z}\,\underline{I} \qquad (9.157)$$

căci,
$$R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \underline{Z}$$

Relaţia 9.157 reprezintă forma complexă generalizată a legii lui Ohm, valabilă pentru circuite liniare, cu laturi pasive($U_e = 0$) sau active ($U_e \neq 0$) , cuplate ($\phi_c \neq 0$) sau necuplate($\phi_c = 0$) magnetic.

9.6.2. Forma complexă a teoremelor lui Kirchhoff.Teorema continuităţii liniilor de curent (rel.4.27) este valabilă şi în regim cvasistaţionar (sinusoidal).Ca urmare, pentru o suprafaţă închisă S_i, ce închide un nod de circuit electric în regim sinusoidal permanent, se poate scrie:

$$\int_{S_i} \bar{J}.\bar{ds} = 0 = \sum_{k=1}^{k} i_k \qquad (9.158)$$

adică suma algebrică a valorilor instantanee a intensităţilor curenţilor dintr-un nod este egală cu zero. La efectuarea sumei, se consideră pozitive intensităţile curenţilor care ies din nod şi negative pentru care intră în acelaşi nod. Relaţia 9.158 reprezintă prima teoremă a lui Kirchhoff în valori instantanee.

Folosind reprezentarea în complex a mărimilor sinusoidale, pe baza rel.9.158, se poate scrie forma complexă a primei teoreme a lui Kirchhoff, astfel:

$$\sum_{k=1}^{k} \underline{I}_k = 0 \qquad (9.159)$$

adică, suma algebrică a imaginilor în complex,ale intensităţilor curenţilor din cele k laturi ale unui circuit monofazat în regim sinusoidal permanent, care converg într-un nod, este egală cu zero.

Forma complexă a celei de a doua teoreme a lui Kirchhoff, teoremă ce se referă la un ochi de reţea, pentru cazul cînd laturile ochiului nu sînt cuplate magnetic între ele sau cu altele ce nu aparţin ochiului respectiv, se scrie:

$$\sum_{k=1}^{k} \underline{U}_{ek} = \sum_{k=1}^{k} \underline{Z}_k \underline{I}_k \qquad (9.16o)$$

unde,

$\underline{U}_{eK}$, tensiunea electromotoare a sursei din latura k,care face parte din ochiul de reţea pentru care se scrie teorema a doua a lui Kirchhoff;

$\underline{Z}_K$, impedanţa laturii k;

$\underline{I}_K$, intensitatea curentului electric din latura k.

Dacă între laturile circuitului monofazat, în regim sinusoidal permanent, există cuplaje magnetice inductive, atunci forma complexă a celei de a doua teoreme a lui Kirchhoff se scrie:

$$\sum_{k=1}^{k} \underline{U}_{ek} = \sum_{k=1}^{k} \left\{ \underline{Z}_k \underline{I}_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq k}}^{l} \underline{Z}_{kj} \underline{I}_j \right\} \qquad (9.161)$$

unde,

$\underline{Z}_{Kj}$, impedanţa complexă corespunzătoare inductivităţii mutuale L_{kj} dintre latura k şi latura j;

$\underline{I}_j$, intensitatea curentului din latura j.

Sumele din rel.(9.16o) şi (9.161) sînt sume algebrice, ca şi în curent continuu.

9.6.3. Metoda teoremelor lui Kirchhoff.In cazul acestei metode se procedează astfel:

- se stabilesc ca şi în curent continuu,pentru circuitul (reţeaua) monofazată, în regim sinusoidal permanent, cu parametrii constanţi, cele $(n-1)$ noduri independente respectiv cele $(l-n+1)$ ochiuri independente.

- se fixează arbitrar, sensul curenţilor sinusoidali prin cele ℓ laturi ale circuitului precum şi sensul de parcurgere a ochiurilor independente;
- se scriu impedanţele ca mărimi complexe, pentru fiecare din cele ℓ laturi, precum şi tensiunile electromotoare din aceleaşi laturi, tot ca mărimi complexe;
- pentru cele (n-1) noduri independente se scrie prima teoremă a lui Kirchhoff în formă complexă (rel.9.159) iar pentru cele $(\ell-n+1)$ ochiuri independente, cea de a doua teoremă (rel. 9.160 respectiv 9.161), rezultînd un sistem cu

$$(n-1)+(\ell-n+1)=\ell \qquad (9.162)$$

ecuaţii independente, cu ℓ necunoscute care sînt intensităţile curenţilor din cele ℓ laturi;
- se rezolvă sistemul de ℓ ecuaţii algebrice (ca mărimi complexe) prin metodele cunoscute, de obicei prin metoda Kramer, obţinîndu-se imaginile în complex ale intensităţilor curenţilor din cele ℓ laturi pe care le conţine circuitul dat;
- se determină valorile instantanee ale intensităţilor curenţilor din laturile circuitului, în baza relaţiei (9.1o), adică:

$$\mathcal{I}_m\{\underline{I}\}=I_m \sin(\omega t-\varphi)=i. \qquad (9.163)$$

O verificare a calculelor efectuate se poate face cu ajutorul bilanţului puterilor, în sensul că suma puterilor debitate de generatoare trebuie să fie egală cu suma puterilor absorbite de consumatori. Acest bilanţ se referă atît la puterile active cît şi la cele reactive.

9.6.4. Metoda superpoziţiei. Ca şi în cazul circuitelor de curent continuu, metoda superpoziţiei (a suprapunerii efectelor) se bazează pe principiul că intensitatea curentului electric dintr-o latură a unui circuit electric liniar, în regim sinusoidal permanent, este în orice moment egală cu suma algebrică a intensităţilor curenţilor produşi de fiecare sursă de tensiune electromotoare existentă în circuit, dacă ar acţiona singură, celelalte surse rămînînd reprezentate în circuit numai de impedanţele lor proprii. Principiul suprapunerii efectelor rezultă din caracterul liniar al ecuaţiilor scrise pe baza teoremelor lui Kirchhoff, pentru cazul circuitelor liniare, adică circuite cu parametrii constanţi.

In scopul rezolvării unui circuit (reţea), în regim sinusoidal permanent, prin metoda superpoziţiei, se procedează astfel:
- în reţeaua (circuitul) dată, se anulează toate tensiunile electromotoare ale generatoarelor din reţea, cu excepţia uneia, obţinîndu-se o reţea mai simplă, cu o singură sursă, celelalte generatoare rămînînd reprezentate în reţea numai prin impedanţele proprii;
- se calculează intensităţile curenţilor din fiecare latură, pentru acest caz particular cînd în reţea acţionează o singură sursă de tensiune electromotoare;
- se repetă cele de mai sus pentru fiecare sursă de tensiune electromotoare în parte, rezultînd în fiecare latură atîtea intensităţi ale curentului cîte surse de tensiune electromotoare conţine reţeaua;
- se calculează curentul real din fiecare latură, făcînd suma algebrică a curenţilor obţinuţi în latura respectivă, cînd în reţea au acţionat, pe rînd, numai cîte o sursă de tensiune electromotoare.

9.6.5. Metoda bazată pe teorema generatorului de tensiune echivalent.

Se foloseşte în cazul circuitelor monofazate, liniare, în regim sinusoidal permanent, fără cuplaje magnetice. Asemenea circuit (care este dipolar) este echivalent cu un generator de tensiune ideal, ce are tensiunea electromotoare $\underline{U}_{eg}$ şi impedanţa proprie interioară $\underline{Z}_{io}$.

In concordanţă cu cele prezentate în cap.8.4.4., intensitatea curentului electric $\underline{I}_{mn}$, printr-o latură pasivă de impedanţă $\underline{Z}$ şi cuprinsă între nodurile m şi n, este dată de relaţia:

$$\underline{I}_{mn}=\frac{\underline{U}_{mno}}{\underline{Z}+\underline{Z}_{io}} \qquad (9.164)$$

în care,

$\underline{U}_{mno}=\underline{U}_{eg}$, tensiunea între nodurile m şi n, cînd impedanţa laturii în care se calculează curentul electric este infinită (latura întreruptă, eliminată din circuit);

$\underline{Z}_{io}$, impedanţa echivalentă între nodurile m-n, pasivizînd circuitul monofazat, adică toate sursele se consideră de tensiune electromotoare nulă şi impedanţă interioară cea reală, iar $\underline{Z}=\infty$.

Ca urmare pentru folosirea acestei metode, se procedează astfel:
- din circuitul dat, se elimină latura cuprinsă între nodurile m-n, în care urmează a se calcula intensitatea curentului electric $\underline{I}_{mn}$, ceea ce înseamnă $\underline{Z}=\infty$;
- se calculează în aceste condiţii tensiunea $\underline{U}_{eg}=\underline{U}_{mno}$ şi impedanţa $\underline{Z}_{io}$;
- se calculează $\underline{Z}$, impedanţa laturii pasive, funcţie de parametrii acesteia;
- cu ajutorul relaţiei (9.164) se obţine imaginea în complex $\underline{I}_{mn}$ a intensităţii curentului electric din latura pasivă de impedanţă $\underline{Z}$ şi cuprinsă între nodurile m-n;
- se determină valoarea instantanee a intensităţii curentului electric din latura respectivă, conform rel(9.1o) adică:

$$\mathcal{I}_m\{\underline{I}_{mn}\}=I_{m\cdot mn}\sin(\omega t-\varphi)=i_{mn} \qquad (9.165)$$

9.6.6. Metoda transfigurării. Calculul unor circuite monofazate, fără cuplaje magnetice (inductivităţile mutuale sînt nule) se simplifică mult dacă trei impedanţe conectate în stea sînt înlocuite cu trei impedanţe echivalente conectate în triunghi, cu condiţia ca pentru orice tensiune între borne, fie la triunghi, fie la stea, să se obţină aceeiaşi curenţi în conductorii de legătură la ambele conexiuni. Altfel spus între cîte două borne corespondente din cele două conexiuni, cînd cea de a treia este în gol (borna e liberă) impedanţele echivalente să fie egale.

Dacă se consideră transfigurarea stea-triunghi din figura 9.36 atunci pe baza celor de mai sus (vezi şi rel.8.15) se poate scrie:

Intre bornele: 1-2; $\dfrac{\underline{Z}_{12}(\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31})}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}}=\underline{Z}_{1o}+\underline{Z}_{2o}$

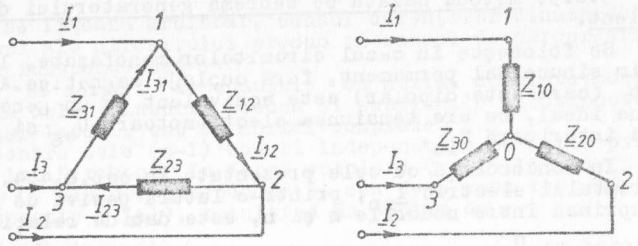


Fig. 9.36

$$2\text{-}3\ ;\ \frac{\underline{Z}_{23}(\underline{Z}_{31}+\underline{Z}_{12})}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}} = \underline{Z}_{2o} + \underline{Z}_{3o}$$

$$3\text{-}1\ ;\ \frac{\underline{Z}_{31}(\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23})}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}} = \underline{Z}_{3o} + \underline{Z}_{1o}$$

Rezolvînd acest sistem de ecuaţii, se obţin impedanţele conexiunii triunghi:

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{1o} + \underline{Z}_{2o} + \frac{\underline{Z}_{1o}\underline{Z}_{2o}}{\underline{Z}_{3o}}$$

$$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{2o} + \underline{Z}_{3o} + \frac{\underline{Z}_{2o}\underline{Z}_{3o}}{\underline{Z}_{1o}} \qquad (9.167)$$

$$\underline{Z}_{31} = \underline{Z}_{3o} + \underline{Z}_{1o} + \frac{\underline{Z}_{3o}\underline{Z}_{1o}}{\underline{Z}_{2o}}$$

atunci cînd se cunosc impedanţele conexiunii stea, respectiv se obţin impedanţele conexiunii stea:

$$\underline{Z}_{1o} = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}}$$

$$\underline{Z}_{2o} = \frac{\underline{Z}_{23}\underline{Z}_{12}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}} \qquad (9.168)$$

$$\underline{Z}_{3o} = \frac{\underline{Z}_{31}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12}+\underline{Z}_{23}+\underline{Z}_{31}}$$

cînd se cunosc impedanţele conexiunii triunghi.

De remarcat că rel. 9.167 şi 9.188 sînt analoge relaţiilor 8.17 şi 8.16 din cazul curentului continuu.

In literatura de specialitate sînt prezentate şi alte metode de rezolvare a circuitelor monofazate, cum ar fi: metoda curenţilor ciclici; metoda generatorului de curent echivalent; metoda potenţialelor la noduri; metoda separării puterilor; metoda grafurilor de transmisie; iar în cazul circuitelor cu multe laturi şi noduri se folosesc calculatoarele electronice cifrice şi analogice.

9.7. Linia monofazată scurtă în regim sinusoidal

In cazurile practice de alimentare a consumatorilor industriali, se folosesc aşa numitele linii scurte caracterizate prin faptul că parametrii lor (rezistenţă, inductivitate şi capacitate) pot fi consideraţi concentraţi. La liniile lungi, aceşti parametrii se consideră repartizaţi de-a lungul lungimii acestor linii.

La liniile de transport şi distribuţie a energiei electrice cu frecvenţa de 50 Hz, cu tensiuni pînă la 35 kV şi de lungimi nu prea mari, se poate neglija parametrul capacitate electrică.

Ca urmare, în condiţiile de mai sus, linia monofazată scurtă poate fi înlocuită cu schema echivalentă, caracterizată prin rezistenţa liniei R_ℓ şi reactanţa inductivă a acesteia $X_\ell = \omega L_\ell$. Prin L_ℓ s-a notat inductivitatea liniei.

In figura 9.37 este reprezentată schematic o sursă de energie electrică caracterizată prin tensiunea la borne U_s, de la

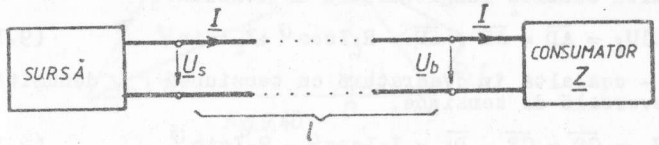


Fig. 9.37

care se alimentează un consumator caracterizat de tensiunea la borne U_b, curentul I şi impedanţa Z, prin intermediul unei linii monofazate scurte de lungime ℓ, avînd impedanţa:

$$Z = \sqrt{R_\ell^2 + (\omega L_\ell)^2} \qquad (9.169)$$

Schema echivalentă a liniei scurte monofazate, poate fi reprezentată ca în fig. 9.38.

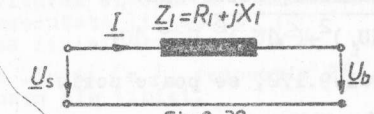


Fig. 9.38

Consumatorul se mai caracterizează prin:

- puterea activă $P = U_b I \cos\varphi$;
- puterea reactivă $Q = U_b I \sin\varphi$;
- factorul de putere, $\cos\varphi$, în general inductiv.

Pierderea de tensiune pe linie δU este definită ca fiind diferenţa dintre valorile efective ale tensiunii la începutul liniei U_s şi la sfîrşitul acesteia, U_b, adică:

$$\delta U = U_s - U_b \qquad (9.170)$$

La liniile monofazate scurte, această pierdere de tensiune, denumită şi variaţie de tensiune, este limitată la valori sub 5% din U_s.

Căderea de tensiune pe linie $\Delta\underline{U}$ este definită ca diferenţa imaginilor în complex ale celor două tensiuni $\underline{U}_s$ şi $\underline{U}_b$, adică:

$$\Delta\underline{U} = \underline{U}_s - \underline{U}_b = R_\ell \underline{I} + j X_\ell \underline{I} = \underline{Z}_\ell \underline{I} \qquad (9.171)$$

In fig.9.39 s-a reprezentat diagrama fazorială a tensiunilor liniei monofazate scurte, în care, segmentul $\overline{AC}$, la scara

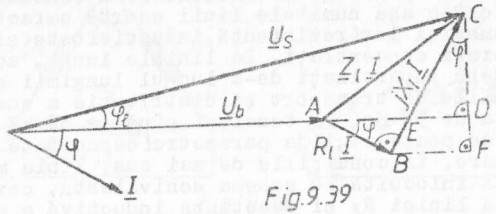


Fig.9.39

tensiunilor, reprezintă căderea de tensiune pe linie. Această cădere de tensiune, are două componente:

- una în fază cu tensiunea U_b, de la bornele consumatorului, numită căderea longitudinală de tensiune,

$$\Delta U_\ell = \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = R_\ell I\cos\varphi + X_\ell I\sin\varphi \qquad (9.172)$$

- cealaltă în cvadratură cu tensiunea U_b, denumită cădere transversală de tensiune,

$$\Delta U_t = \overline{CD} = \overline{CF} - \overline{DF} = X_\ell I\cos\varphi - R_\ell I\sin\varphi \qquad (9.173)$$

Pentru pierderea de tensiune (rel.9.17o), pe baza diagramei din figura 9.39, se poate scrie:

$$\delta U = U_s - U_b = \sqrt{(U_b + \Delta U_\ell)^2 + (\Delta U_t)^2} - U_b \qquad (9.174)$$

Intrucît căderile de tensiune sînt foarte mici, cîteva procente din U_b, deasemenea și unghiul φ_ℓ dintre U_b și U_s este foarte mic, în rel.9.174 se poate neglija $(\Delta U_t)^2$ față de celălalt termen de sub radical, rezultînd:

$$\delta U = \sqrt{(U_b + \Delta U_\ell)^2 + (\Delta U_t)^2} - U_b \simeq \Delta U_\ell \qquad (9.175)$$

și ținînd seama de rel.9.172, se poate scrie:

$$\delta U = R_\ell I\cos\varphi + X_\ell I\sin\varphi \qquad (9.176)$$

Din expresiile puterilor,

$$P = U_b I\cos\varphi$$

$$Q = U_b I\sin\varphi$$

rezultă

$$I\cos\varphi = \frac{P}{U_b}$$

$$I\sin\varphi = \frac{Q}{U_b}$$

care înlocuite în 9.175, conduc la :

$$\delta U = R_\ell \frac{P}{U_b} + X_\ell \frac{Q}{U_b} = \frac{R_\ell P + X_\ell Q}{U_b} \qquad (9.177)$$

Relația (9.177), evidențiază influența puterilor activă și reactivă, transmise de la sursă la consumator prin intermediul liniei, asupra pierderii de tensiune δU de pe linie. Se remarcă faptul că atunci:

- cînd consumatorul are caracter ohmic sau inductiv ($P>o$, $Q>0$) rezultă o cădere de tensiune pe linie $\delta U > 0$;
- cînd consumatorul are caracter capacitiv ($P>0$, $Q<0$) atunci poate rezulta o cădere de tensiune negativă, dacă $|R_\ell P| < |X_\ell Q|$. In aceste condiții, deci a unui defazaj capacitiv a lui I față de U_b, rezultă $U_b > U_s$, la $\delta U < 0$. Diagrama fazorială pentru acest caz este cea reprezentată în figura 9.4o.

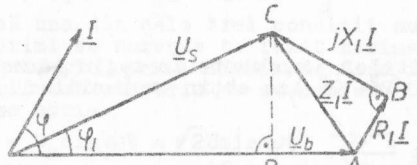


Fig.9.40

In cazul unor anumite instalații electrice, cum ar fi cele interioare sau la linii aeriene, cu factor de putere apropiat de unitate, reactanța liniei se poate considera nulă și ca urmare, pierderea de tensiune (rel.9.177) se poate scrie:

$$\Delta U = R_\ell \frac{P}{U_b} = \rho \frac{2\ell P}{SU_b} \qquad (9.178)$$

unde,

ρ , rezistivitatea electrică a materialului conductor din care e executată linia [Ωm] ;
S , secțiunea liniei electrice [m^2];
ℓ , lungimea liniei [m], respectiv 2ℓ , lungimea celor două conductoare ale liniei.

Relația (9.178) poate servi la determinarea secțiunii unei linii scurte, la care se poate considera reactanța egală cu zero și cînd se cunosc:

P - puterea activă a consumatorului alimentat prin intermediul liniei respective [W] ;
U_b - tensiunea la care funcționează consumatorul [V] ;
ℓ, ρ - lungimea liniei [m] și rezistivitatea acesteia [Ωm];
δU_{adm} - pierderea de tensiune admisă [V] .

Pierderea de tensiune se dă de obicei în procente, putîndu-se scrie pentru căderea maximă admisibilă [%] , expresia:

$$\delta U_{adm}[\%] = \frac{\delta U_{adm}[V]}{U_b} \cdot 100 \qquad (9.179)$$

Tinînd seama de rel.9.178, se mai poate scrie:

$$\delta U_{adm}[\%] = \frac{2\rho\ell P}{SU_b^2} 100 \qquad (9.18o)$$

de unde rezultă secţiunea conductorului liniei:

$$S = \frac{2\rho\ell P}{U_b^2 \cdot \delta U_{adm}\%} 100 \text{, în } m^2 \qquad (9.181)$$

Pentru pierderile de putere pe linie,

- activă , $\Delta P = I^2 R_\ell$
- reactivă, $\Delta Q = I^2 X_\ell$

dacă se înlocuieşte curentul, în funcţie de puteri, adică ,

$$I^2 = \frac{P^2+Q^2}{U_b^2}$$

(căci în cazul circuitelor monofazate în regim permanent, puterea aparentă, $S = U_b I = \sqrt{P^2+Q^2}$),se obţin expresiile:

$$\Delta P = I^2 R_\ell = R_\ell \frac{P^2+Q^2}{U_b^2} \qquad (9.182)$$

$$\Delta Q = I^2 X_\ell = X_\ell \frac{P^2+Q^2}{U_b^2}$$

din care rezultă că pierderile de putere pe linie sînt produse de transportul atît a puterii active cît şi a celei reactive. Pe baza relaţiilor 9.177 şi 9.182 se poate trage concluzia că, în cazul unui consumator de putere activă dată, alimentat printr-o linie monofazată scurtă, căderea de tensiune şi pierderile de putere pe linie sînt cu atît mai mici cu cît puterea reactivă transmisă pe linie este mai mică.

C A P I T O L U L X.

CIRCUITE ELECTRICE TRIFAZATE IN REGIM PERMANENT SINUSOIDAL

1o.1. Sisteme trifazate simetrice de mărimi sinusoidale

Grupul ordonat, format din trei mărimi sinusoidale,de exemplu tensiunile:

$$u_1 = U_{1m}\sin(\omega_1 t+\alpha_1) = \sqrt{2}U_1\sin(\omega_1 t+\alpha_1)$$
$$u_2 = U_{2m}\sin(\omega_2 t+\alpha_2) = \sqrt{2}U_2\sin(\omega_2 t+\alpha_2) \qquad (1o.1)$$
$$u_3 = U_{3m}\sin(\omega_3 t+\alpha_3) = \sqrt{2}U_3\sin(\omega_3 t+\alpha_3)$$

constituie un sistem trifazat simetric, de succesiune directă, dacă sînt îndeplinite condiţiile:

- frecvenţele să fie egale, adică:

$$f_1 = f_2 = f_3 = f$$

ceea ce înseamnă pulsaţii egale:

- valorile efective să fie egale, adică:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U$$

ceea ce conduce la amplitudini egale,

$$U_{1m} = U_{2m} = U_{3m} = U_m = \sqrt{2}U$$

- defazajele egale cu $\frac{2\pi}{3}$, adică o treime de perioadă ($\frac{T}{3}$),astfel încît u_2 este în urma lui u_1, iar u_3 în urma lui u_2.

Diferenţele relative de fază în aceste condiţii,sînt:

$$\alpha_1-\alpha_2 = \alpha_2-\alpha_3 = \alpha_3-\alpha_1 = \frac{2\pi}{3}$$

Dacă una din cele trei condiţii nu este îndeplinită,sistemul de mărimi se numeşte trifazat nesimetric.

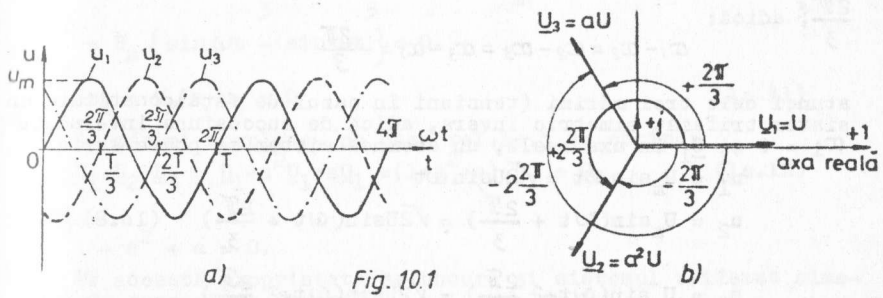
Considerînd prima mărime, de fază iniţială zero($\alpha_1 = 0$), sistemul trifazat simetric de succesiune directă, ca valori instantanee, se scrie:

$$u_1 = U_m\sin\omega t = \sqrt{2}U\sin\omega t$$
$$u_2 = U_m\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) = \sqrt{2}U\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \qquad (1o.2)$$
$$u_3 = U_m\sin(\omega t - 2\frac{2\pi}{3}) = \sqrt{2}U\sin(\omega t - 2\frac{2\pi}{3})$$

sau, exprimînd defazajul în funcţie de perioada T,

$$u_1 = U_m\sin\omega t = \sqrt{2}U\sin\omega t$$
$$u_2 = U_m\sin\omega(t - \frac{T}{3}) = \sqrt{2}U\sin\omega(t - \frac{T}{3}) \qquad (1o.3)$$
$$u_3 = U_m\sin\omega(t - 2\frac{T}{3}) = \sqrt{2}U\sin\omega(t - 2\frac{T}{3})$$

Intr-o reprezentare carteziană, un astfel de sistem trifazat simetric de succesiune directă, arată ca în fig.1o.1a.



a) Fig. 10.1 b)

Dacă se introduce operatorul complex

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (1o.4)$$

de modul egal cu unitatea şi de rotaţie cu $\frac{2\pi}{3}$ în sens direct, atunci sistemul de tensiuni trifazat simetric de succesiune directă, se poate scrie ca mărimi complexe sub forma:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_1$$
$$\underline{U}_2 = a^2\underline{U}_1 \qquad (1o.5)$$
$$\underline{U}_3 = a\underline{U}_1$$

iar dacă se consideră prima tensiune ca fiind în axa reală, rezultă forma:

$$\underline{U}_1 = Ue^{j0} = U$$
$$\underline{U}_2 = Ue^{-j\frac{2\pi}{3}} = a^2U \qquad (1o.6)$$
$$\underline{U}_3 = Ue^{-j2\frac{2\pi}{3}} = aU$$

Figura 1o.1b prezintă reprezentarea în planul complex a sistemului de tensiuni trifazat simetric de succesiune directă (rel.1o.6).

Operatorul complex satisface unele relaţii, cum sînt:

$$a = a^4 = a^{-2} = a^{3n+1} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$a^2 = a^5 = a^{-1} = a^{3n+2} = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (1o.7)$$
$$a^3 = a^6 = a^0 = a^{3n} = e^{j2\pi} = e^{j0} = 1$$
$$1 + a + a^2 = 0$$

. In aceste relaţii, n reprezintă un număr întreg arbitrar.

Dacă la grupul de trei mărimi sinusoidale, reprezentat de rel.1o.1, sînt satisfăcute cele trei condiţii, doar că mărimea u_2 e înaintea lui u_1 cu $\frac{2\pi}{3}$ respectiv u_3 înaintea lui u_2 ,tot cu $\frac{2\pi}{3}$, adică:

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_2 - \alpha_3 = \alpha_3 - \alpha_1 = -\frac{2\pi}{3}$$

atunci cele trei mărimi (tensiuni în cazul de faţă) constituie un sistem trifazat simetric invers, adică de succesiune inversă. Cu $\alpha_1 = 0$ şi $\underline{U}_1$ în axa reală, un asemnea sistem se poate scrie:

$$u_1 = U_m\sin\omega t = \sqrt{2}U\sin\omega t$$
$$u_2 = U_m\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) = \sqrt{2}U\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \qquad (1o.8)$$
$$u_3 = U_m\sin(\omega t+2\frac{2\pi}{3}) = \sqrt{2}U\sin(\omega t+2\frac{2\pi}{3})$$

respectiv,

$$u_1 = U_m\sin\omega t = \sqrt{2}U\sin\omega t$$
$$u_2 = U_m\sin\omega(t + \frac{T}{3}) = \sqrt{2}U\sin\omega(t + \frac{T}{3}) \qquad (1o.9)$$
$$u_3 = U_m\sin\omega(t + 2\frac{T}{3}) = \sqrt{2}U\sin\omega(t + 2\frac{T}{3})$$

sau ca mărimi complexe,

$$\underline{U}_1 = Ue^{j0} = U$$
$$\underline{U}_2 = Ue^{j\frac{2\pi}{3}} = aU \qquad (1o.1o)$$
$$\underline{U}_3 = Ue^{j2\frac{2\pi}{3}} = a^2U$$

In studiul circuitelor trifazate nesimetrice se mai întîlneşte şi sistemul trifazat omopolar, un sistem de trei mărimi sinusoidale (ca cel dat de rel.1o.1), cu satisfacerea celor trei condiţii (specifice sistemului trifazat simetric de succesiune directă) doar că:

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_2 - \alpha_3 = \alpha_3 - \alpha_1 = 0$$

ceea ce conduce la $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$, adică cele trei mărimi sînt în fază.

Sistemele trifazate simetrice, de succesiune directă, sînt cele mai des întîlnite în studiul reţele electrice trifazate ele prezentînd unele proprietăţi importante, prezentate mai jos.

1o.1.1 Suma celor trei mărimi (ca valori instantanee, respectiv ca mărimi complexe) este identic nulă:

Intr-adevăr,

$$u_1+u_2+u_3 = U_m\left\{\sin\omega t+\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})+\sin(\omega t - 2\frac{2\pi}{3})\right\} =$$
$$= U_m\left\{\sin\omega t +\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3})+\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3})\right\} =$$
$$= U_m\left\{(\sin\omega t\cos 0^o-\cos\omega t.\sin 0^o)+(\sin\omega t\cos\frac{2\pi}{3} -\cos\omega t\sin\frac{2\pi}{3})\right.$$
$$\left.+(\sin\omega t\cos\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{2\pi}{3}\cos\omega t)\right\} = U_m\left\{\sin\omega t+2\sin\omega t.\cos\frac{2\pi}{3}\right\} =$$
$$= U_m\left\{\sin\omega t - \sin\omega t\right\} = 0.$$

deci,

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0 \qquad (1o.11)$$

Ca mărimi complexe, pe baza rel.1o.5, se obţine:

$$\underline{U}_1+\underline{U}_2+\underline{U}_3 = \underline{U}_1+a^2\underline{U}_1+a\underline{U}_1 = (1+a^2+a).\underline{U}_1 = 0 \qquad (1o.12)$$

căci,

$$1 + a^2 + a = 0.$$

De această proprietate se bucură şi sistemul trifazat simetric de succesiune inversă.

1o.1.2. Diferenţa dintre o mărime a acestui sistem şi o a doua, care este defazată cu $\frac{2\pi}{3}$ în urma primei, este o mărime amplificată cu $\sqrt{3}$ şi defazată cu $\frac{\pi}{6}$ înaintea primei mărimi.

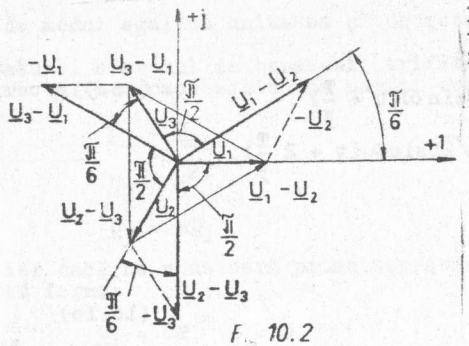


Fig. 10.2

Intr-adevăr, considerînd pe $\underline{U}_1$ în axa reală a planului complex (fig.1o.2), o asemenea diferenţă se scrie:

$$\underline{U}_1 - \underline{U}_2 = \underline{U}_1 - a^2\underline{U}_1 = \underline{U}_1(1-a^2) = U_1\left\{1 - \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\} =$$

$$= U_1\left\{\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right\} = \sqrt{3}U_1\left\{\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right\} =$$

$$= \sqrt{3}U_1\left\{\cos\frac{\pi}{6} + j\sin\frac{\pi}{6}\right\} = \sqrt{3}U_1 e^{j\frac{\pi}{6}}$$

deci,

$$\underline{U}_1 - \underline{U}_2 = \sqrt{3}.U_1 e^{j\frac{\pi}{6}} \qquad (1o.13)$$

1o.2. Producerea unui sistem de tensiuni trifazat simetric

Dacă în locul unei singure spire (bobine) din fig.9.8 se rotesc trei bobine identice (ca număr de spire şi dimensiuni geometrice) dar cu planurile decalate în spaţiu, succesiv, cu unghiul de $\frac{2\pi}{3}$, atunci în aceste bobine se vor induce tensiunile electromotoare u_{e1}, u_{e2} şi u_{e3}, care au aceeaşi valoare efectivă, dar sînt defazate în timp cu $\frac{2\pi}{3}$ radiani, respectiv o treime de perioadă, $\frac{T}{3}$. Cele trei tensiuni electromotoare induse formează un sistem trifazat simetric de succesiune directă, care se poate scrie, ca valori instantanee:

$$u_{e1} = \sqrt{2}U_e \sin\omega t$$

$$u_{e2} = \sqrt{2}U_e \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}\,U_e \sin\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) \qquad (1o.14)$$

$$u_{e3} = \sqrt{2}U_e \sin\left(\omega t - 2\,\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}U_e \sin\omega\left(t - 2\,\frac{T}{3}\right)$$

iar ca mărimi complexe,

$$\underline{U}_{e1} = U_e e^{j0} = U_e$$

$$\underline{U}_{e2} = U_e e^{-j\frac{2\pi}{3}} = a^2 U_e \qquad (1o.15)$$

$$\underline{U}_{e3} = U_e e^{-j2\frac{2\pi}{3}} = aU_e$$

Figura 1o.3 reprezintă diagrama fazorială a valorilor efective pentru cele trei tensiuni.

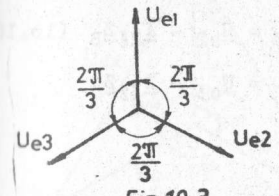


Fig.10.3

Asemenea sisteme de tensiuni se produc cu ajutorul generatoarelor sincrone trifazate, care echipează centralele termo şi hidroelectrice. Cele trei bobine ale generatorului sincron trifazat, în care se induc tensiunile electromotoare u_{e1}, u_{e2}, u_{e3}, se numesc fazele generatorului trifazat.

Cu acest sistem trifazat de tensiuni electromotoare se poate alimenta (prin intermediul a 6 conductoare) un consumator trifazat (receptor trifazat), avînd cele trei impedanţe pe faze: $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ (fig.1o.4)

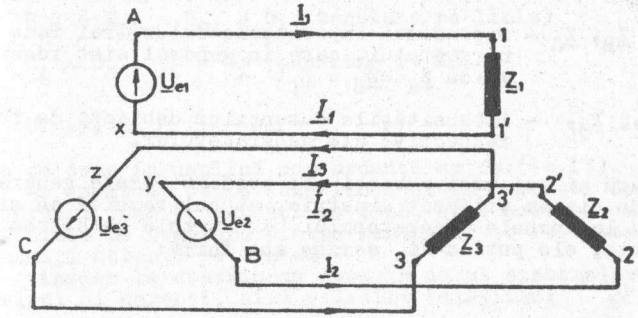


Fig. 10.4

Un asemenea transport de energie pentru alimentarea consumatorilor trifazaţi nu este economic, fiind necesare 6 conductoare.

1o.3. Conexiunea fazelor generatoarelor şi receptoarelor trifazate

La transportul şi distribuţia energiei electrice se foloseşte conexiunea stea sau triunghi a fazelor generatoarelor şi receptoarelor trifazate, prin aceasta numărul conductoarelor reducîndu-se la patru sau chiar la trei, în loc de şase.

1o.3.1. Conexiunea în stea a fazelor generatorului trifazat. În acest caz, sfîrşiturile x,y,z, a fazelor generatorului se leagă împreună, constituind punctul O, numit neutru (nulul) generatorului (fig.1o.5). Sistemul de tensiuni electromotoare $\underline{U}_{e1}, \underline{U}_{e2}, \underline{U}_{e3}$, reprezintă un sistem trifazat simetric de succesiune directă.

Tensiunile la bornele fazelor generatorului, numite tensiuni pe faze, sînt:

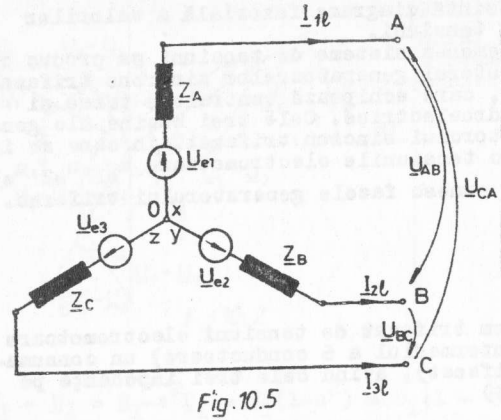


Fig.10.5

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{e1} - \underline{I}_{1\ell}\underline{Z}_A$$
$$\underline{U}_B = \underline{U}_{e2} - \underline{I}_{2\ell}\underline{Z}_B \quad \text{(1o.16)}$$
$$\underline{U}_C = \underline{U}_{e3} - \underline{I}_{3\ell}\underline{Z}_C$$

unde,

$\underline{Z}_A$, $\underline{Z}_B$, $\underline{Z}_C$ - reprezintă impedanţele celor trei faze ale generatorului, care în general sînt identice, adică $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$;

$\underline{I}_{1\ell}$, $\underline{I}_{2\ell}$, $\underline{I}_{3\ell}$ - intensităţile curenţilor debitaţi de fazele respective ale generatorului.

Dacă şi cei trei curenţi ce străbat fazele generatorului formează un sistem trifazat simetric, atunci rezultă că şi tensiunile de la bornele generatorului, constituie un sistem trifazat simetric, ele putînd fi scrise sub forma:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_A$$
$$\underline{U}_B = a^2\underline{U}_A \quad \text{(1o.17)}$$
$$\underline{U}_C = a\,\underline{U}_C$$

Diferenţele de potenţial dintre începuturile fazelor generatorului,

$$U_{AB} = V_A - V_B$$
$$U_{BC} = V_B - V_C \quad \text{(1o.18)}$$
$$U_{CA} = V_C - V_A$$

se numesc tensiuni pe linie sau tensiuni înlănţuite. Pe baza figurii 1o.5 tensiunile pe linie se pot scrie,ca mărimi complexe, sub forma:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B$$
$$\underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C \quad \text{(1o.19)}$$
$$\underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A$$

constituind şi ele un sistem de tensiuni trifazat simetric şi reprezentînd laturile unui triunghi echilateral, după a cărui

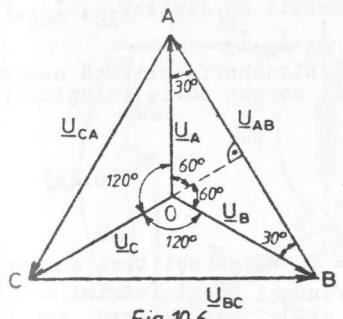


Fig.10.6

mediane (mediatoare, bisectoare, înălţimi) se află tensiunile de fază $\underline{U}_A$, $\underline{U}_B$, şi $\underline{U}_C$. (fig.1o.6).Din triunghiurile isoscele formate,spre exemplu ΔAOB, se poate scrie:

$$U_{AB} = \sqrt{3}U_A$$

iar din celelalte două,

$$U_{BC} = \sqrt{3}U_B$$
$$U_{CA} = \sqrt{3}\,U_C$$

Cum,

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\ell \text{ (tensiune pe linie)}$$
$$U_A = U_B = U_C = U_f \text{ (tensiune pe fază)}$$

rezultă,

$$U_\ell = \sqrt{3}\,U_f \quad \text{(1o.2o)}$$

relaţie ce este în deplină concordanţă cu rel(1o.13).

De remarcat că la conexiunea stea, curenţii din fazele generatorului, numiţi curenţi pe fază, sînt aceeaşi cu cei din conductoarele de legătură dintre generator şi receptor aceştia fiind numiţi curenţi pe linie.

Aşadar la conexiunea stea,în cazul sistemelor simetrice de tensiuni şi curenţi, sînt valabile relaţiile:

$$U_\ell = \sqrt{3}\,U_f \quad \text{(1o.21)}$$
$$I_\ell = I_f$$

1o.3.2. Conexiunea în triunghi a fazelor generatorului. La această conexiune, sfîrşitul primei faze (x) se leagă cu începutul fazei a doua (B); sfîrşitul fazei a doua(y)cu începutul fazei a treia(C) şi sfîrşitul fazei a treia(z) cu începutul fazei întîi(A).Fazele generatorului constituie,în această conexiune,laturile unui triunghi (fig.1o.7), neexistînd un punct de nul.Se vede că în acest caz, tensiunile pe linie sînt şi tensiuni pe fază,adică:

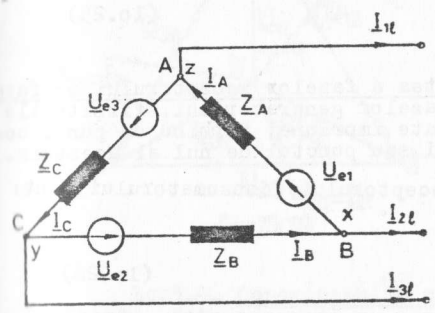


Fig. 10.7

$$U_A = U_{AB}$$
$$U_B = U_{BC} \quad \text{(1o.22)}$$
$$U_C = U_{CA}$$

Aceste tensiuni constituie un sistem trifazat simetric,

de succesiune directă. In schimb curenţii de linie: $\underline{I}_{1\ell}$, $\underline{I}_{2\ell}$, $\underline{I}_{3\ell}$ sînt diferiţi de curenţii din faze: $\underline{I}_A$, $\underline{I}_B$, $\underline{I}_C$.

In baza primei teoreme a lui Kirchhoff, aplicată nodurilor ce constituie vîrfurile triunghiului, se pot scrie relaţiile:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{1\ell} &= \underline{I}_A - \underline{I}_C \\ \underline{I}_{2\ell} &= \underline{I}_B - \underline{I}_A \\ \underline{I}_{3\ell} &= \underline{I}_C - \underline{I}_B \end{aligned} \qquad (1o.23)$$

Se vede că $\underline{I}_{1\ell} + \underline{I}_{2\ell} + \underline{I}_{3\ell} = 0$, adică cei trei curenţi de linie, întotdeauna formează un triunghi închis (mărimi complexe).

Dacă atît curenţii de linie cît şi cei de fază, constituie sisteme trifazate simetrice, de succesiune directă, atunci ei pot fi reprezentaţi ca în fig.1o.8, unde φ reprezintă unghiul de defazaj dintre tensiunile şi curenţii corespunzători unei faze.

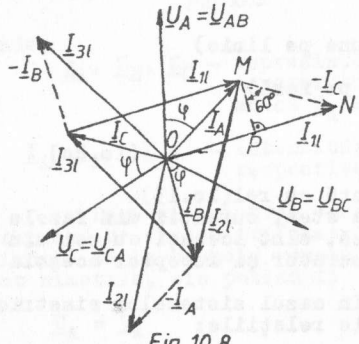


Fig. 10.8

Din triunghiul isoscel OMN, ducînd înălţimea MP, rezultă imediat relaţia:

$$\underline{I}_{1\ell} = \sqrt{3}\, \underline{I}_A,$$

adică,

$$I_{linie} = \sqrt{3}\, I_{fază} \qquad (1o.24)$$

căci,

$$I_{1\ell} = I_{2\ell} = I_{3\ell} = I_{linie}$$
$$I_A = I_B = I_C = I_{fază}$$

Aşadar, la conexiunea în triunghi, atunci cînd atît curenţii cît şi tensiunile constituie sisteme trifazate simetrice de succesiune directă, între mărimile de fază şi de linie există relaţiile:

$$\begin{aligned} U_\ell &= U_f \\ I_\ell &= \sqrt{3} I_f \end{aligned} \qquad (1o.25)$$

1o.3.3. Conexiunea în stea a fazelor receptorului trifazat. Aceasta este analogă cu cea a fazelor generatorului, sfîrşiturile (1'-2'-3') fazelor fiind legate împreună, formînd un punct comun N, numit neutru receptorului sau punctul de nul al acestuia. (fig.1o.9).

Tensiunile pe fazele receptorului (consumatorului) sînt:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1f} &= \underline{I}_{1f}\, \underline{Z}_1 \\ \underline{U}_{2f} &= \underline{I}_{2f}\, \underline{Z}_2 \\ \underline{U}_{3f} &= \underline{I}_{3f}\, \underline{Z}_3 \end{aligned} \qquad (1o.26)$$

iar cele pe linie, în baza schemei din fig.1o.9, se pot scrie sub forma:

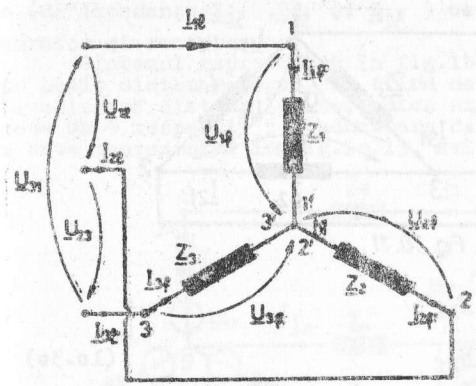


Fig. 10.9

$$\begin{aligned} \underline{U}_{12} &= \underline{V}_1 - \underline{V}_2 = \underline{U}_{1f} - \underline{U}_{2f} \\ \underline{U}_{23} &= \underline{V}_2 - \underline{V}_3 = \underline{U}_{2f} - \underline{U}_{3f} \\ \underline{U}_{31} &= \underline{V}_3 - \underline{V}_1 = \underline{U}_{3f} - \underline{U}_{1f} \end{aligned} \qquad (1o.27)$$

Prin $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ s-au notat impedanţele celor trei faze ale receptorului (consumatorului) trifazat.

Curenţii pe linie sînt identici cu cei din fazele receptorului, adică:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{1\ell} &= \underline{I}_{1f} \\ \underline{I}_{2\ell} &= \underline{I}_{2f} \\ \underline{I}_{3\ell} &= \underline{I}_{3f} \end{aligned} \qquad (1o.28)$$

In cazul cînd tensiunile (de fază respectiv de linie) şi curenţii, constituie sisteme trifazate simetrice de succesiune directă, acestea pot fi reprezentate ca în fig.1o.1o.

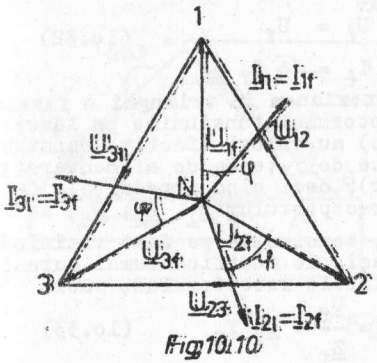


Fig. 10.10

Acest lucru se întîmplă dacă receptorul este echilibrat (adică $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$) şi tensiunile de alimentare $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$ formează un sistem trifazat simetric de succesiune directă.

Se constată uşor, că şi în acest caz, sînt satisfăcute relaţiile (1o.21) ale conexiunii în stea a fazelor generatorului, adică:

$$\begin{aligned} U_\ell &= \sqrt{3} U_f \\ I_\ell &= I_f \end{aligned} \qquad (1o.29)$$

1o.3.4. Conexiunea în triunghi a fazelor receptorului trifazat. Este identică cu cea a fazelor generatorului, aşa cum se vede din fig.1o.11. Tensiunile de linie sînt egale cu cele de pe faze, adică:

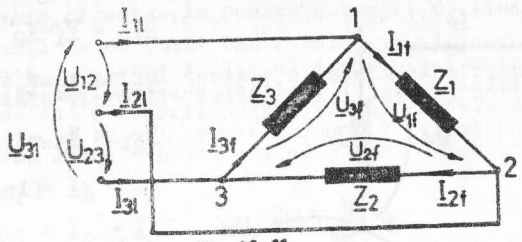


Fig. 10.11

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2 = \underline{U}_{1f}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_2 - \underline{V}_3 = \underline{U}_{2f} \qquad (10.30)$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_3 - \underline{V}_1 = \underline{U}_{3f}$$

iar curenţii pe linie sînt diferiţi de cei de pe faze.

Aplicînd prima teoremă a lui Kirchhoff nodurilor 1,2,3 din figura 10.11 (vîrfurile triunghiului) se poate scrie:

$$\underline{I}_{1\ell} = \underline{I}_{1f} - \underline{I}_{3f}$$

$$\underline{I}_{2\ell} = \underline{I}_{2f} - \underline{I}_{1f} \qquad (10.31)$$

$$\underline{I}_{3\ell} = \underline{I}_{3f} - \underline{I}_{2f}$$

In cazul receptorului echilibrat ($\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}_f$), conectat în triunghi, alimentat cu un sistem de tensiuni trifazat simetric şi curenţii, pe linie şi faze, formează sisteme trifazate simetrice (fig.10.12), rămînînd deci valabile relaţiile(10.25), adică:

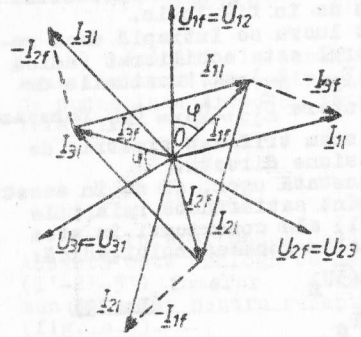


Fig. 10.12

$$U_\ell = U_f \qquad (10.32)$$

$$I_\ell = \sqrt{3}\, I_f$$

La conexiunea în triunghi a fazelor receptorului tensiunile pe faze(rel. 10-30) au valori efective constante, fixate de reţeaua de alimentare(generator), deci cînd impedanţele fazelor receptorului $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$, se modifică, tensiunile pe fază rămînînd aceleaşi, se modifică numai curenţii din fazele receptorului, căci,

$$\underline{I}_f = \frac{\underline{U}_f}{\underline{Z}_f} = \underline{U}_f\, \underline{Y}_f \qquad (10.33)$$

10.4 Sisteme de circuite trifazate

Ansamblul de circuite electrice în care acţionează un sistem trifazat (simetric sau nesimetric) de tensiuni electromotoare reprezintă (constituie) un sistem trifazat de circuite. El este constituit din bobinele fazelor generatorului trifazat, (circuitul trifazat al generatorului), fazele receptorului trifazat

(circuitul trifazat al receptorului) şi conductoarele de linie (de impedanţe $\underline{Z}_{1\ell}$, $\underline{Z}_{2\ell}$ şi $\underline{Z}_{3\ell}$) care fac legătura între generator şi receptor.

Sistemul reprezentat în fig.10.4(avînd 6 conductoare) este numit sistem nelegat, el fiind neeconomic. În practică se realizează sisteme legate, adică sisteme de circuite trifazate cu 4 respectiv 3 conductoare de linie. Un astfel de sistem este reprezentat în fig.10.13, avînd conexiunea stea atît

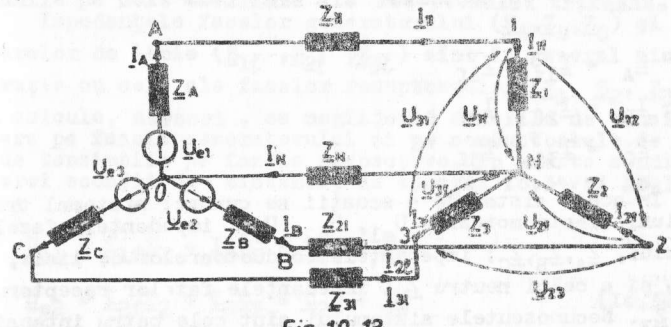


Fig. 10.13

la generator cît şi la receptor. Cele două puncte de nul (0 de la generator şi N dela consumator) sînt legate printr-un conductor de impedanţă $\underline{Z}_N$, denumit conductor neutru, obţinîndu-se în acest fel sistemul legat cu 4 conductoare. Dacă conductorul neutru lipseşte ($\underline{Z}_N = \infty$) atunci sistemul de circuite trifazat legat, cu ambele conexiuni în stea, are numai trei conductoare.

Figura 10.14, reprezintă schema electrică a unui sistem legat de circuite trifazate, cu ambele conexiuni (generator şi receptor) în triunghi, el avînd numai trei conductoare.

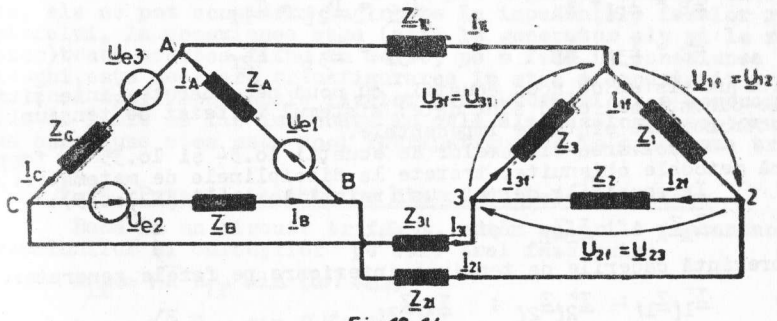


Fig.10.14

Utilizînd calculul cu mărimi complexe, în baza celor două teoreme ale lui Kirchhoff, se poate obţine un anumit sistem de ecuaţii.

10.4.1. Pentru cazul circuitelor trifazate, reprezentate în fig.10.13, acest sistem de ecuaţii este:

$$\underline{U}_{e1} = \underline{I}_A\underline{Z}_A + \underline{I}_{1\ell}\underline{Z}_{1\ell} + \underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 + \underline{I}_N\underline{Z}_N$$
$$\underline{U}_{e2} = \underline{I}_B\underline{Z}_B + \underline{I}_{2\ell}\underline{Z}_{2\ell} + \underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 + \underline{I}_N\underline{Z}_N \qquad (1o.34)$$
$$\underline{U}_{e3} = \underline{I}_C\underline{Z}_C + \underline{I}_{3\ell}\underline{Z}_{3\ell} + \underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 + \underline{I}_N\underline{Z}_N$$
$$\underline{I}_N = \underline{I}_{1\ell} + \underline{I}_{2\ell} + \underline{I}_{3\ell}$$

unde,

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{1\ell} = \underline{I}_{1f}$$
$$\underline{I}_B = \underline{I}_{2\ell} = \underline{I}_{2f}$$
$$\underline{I}_C = \underline{I}_{3\ell} \quad \underline{I}_{3f}$$

In acest sistem de 4 ecuaţii se cunosc: sistemul trifazat de tensiuni electromotoare $\underline{U}_{e1}$, $\underline{U}_{e2}$, $\underline{U}_{e3}$; impedanţele fazelor generatorului, $\underline{Z}_A$,$\underline{Z}_B$,$\underline{Z}_C$; impedanţele conductoarelor de linie, $\underline{Z}_{1\ell}$, $\underline{Z}_{2\ell}$, $\underline{Z}_{3\ell}$ şi a celui neutru $\underline{Z}_N$; impedanţele fazelor receptorului, $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$. Necunoscutele sistemului sînt cele patru intensităţi ale curenţilor $\underline{I}_{1\ell}$, $\underline{I}_{2\ell}$, $\underline{I}_{3\ell}$ şi $\underline{I}_N$.

1o.4.2. Pentru cazul circuitelor trifazate, reprezentate în fig.1o.14, se obţine sistemul de ecuaţii:

$$\underline{U}_{e1} = \underline{I}_A\underline{Z}_A + \underline{I}_{1\ell}\underline{Z}_{1\ell} + \underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 - \underline{I}_{2\ell}\underline{Z}_{2\ell}$$
$$\underline{U}_{e2} = \underline{I}_B\underline{Z}_B + \underline{I}_{2\ell}\underline{Z}_{2\ell} + \underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 - \underline{I}_{3\ell}\underline{Z}_{3\ell}$$
$$\underline{U}_{e3} = \underline{I}_C\underline{Z}_C + \underline{I}_{3\ell}\underline{Z}_{3\ell} + \underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 - \underline{I}_{1\ell}\underline{Z}_{1\ell} \qquad (1o.35)$$
$$\underline{I}_A = \underline{I}_{1\ell} + \underline{I}_C \qquad \underline{I}_{1f} = \underline{I}_{1\ell} + \underline{I}_{3f}$$
$$\underline{I}_B = \underline{I}_{2\ell} + \underline{I}_A \qquad \underline{I}_{2f} = \underline{I}_{2\ell} + \underline{I}_{1f}$$
$$\underline{I}_C = \underline{I}_{3\ell} + \underline{I}_B \qquad \underline{I}_{3f} = \underline{I}_{3\ell} + \underline{I}_{2f}$$

adică un sistem de nouă ecuaţii, cu nouă necunoscute (intensităţile curenţilor) cînd sînt date: sistemul trifazat de tensiuni electromotoare şi toate impedanţele.

Rezolvarea sistemelor de ecuaţii 1o.34 şi 1o.35 se face după metodele obişnuite, tratate la disciplinele de matematici.

In ecuaţiile de mai sus (relaţiile 1o.34 şi 1o.35):

$$\underline{I}_A\underline{Z}_A \; ; \quad \underline{I}_B\underline{Z}_B \quad \text{şi} \quad \underline{I}_C\underline{Z}_C$$

reprezintă căderile de tensiune interioare pe fazele generatorului;

$$\underline{I}_{1\ell}\underline{Z}_{1\ell} \; ; \quad \underline{I}_{2\ell}\underline{Z}_{2\ell} \; ; \quad \underline{I}_{3\ell}\underline{Z}_{3\ell}$$

căderile de tensiune pe conductoarele de linie;

$$\underline{I}_N\underline{Z}_N = \underline{U}_N \qquad (1o.36)$$

căderea de tensiune pe conductorul neutru, adică diferenţa de potenţial dintre neutrul conexiunii stea la generator (O) şi neutru dela receptor (N), denumită şi deplasarea neutrului; iar,

$$\underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 = \underline{U}_{1f}$$
$$\underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 = \underline{U}_{2f} \qquad (1o.37)$$
$$\underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 = \underline{U}_{3f}$$

tensiunile pe cele trei faze ale receptorului trifazat.

Impedanţele fazelor generatorului ($\underline{Z}_A$,$\underline{Z}_B$,$\underline{Z}_C$) şi a conductoarelor de linie ($\underline{Z}_{1\ell}$,$\underline{Z}_{2\ell}$,$\underline{Z}_{3\ell}$) sînt în general mici, în comparaţie cu cele ale fazelor receptoarelor ($\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$)astfel că în calcule, deseori , se neglijează căderile de tensiune interioare pe fazele generatorului şi pe conductoarele de linie, faţă de tensiunile pe fazele respective. In aceste condiţii,primele trei ecuaţii din sistemele de ecuaţii 1o.34 şi 1o.35 se scriu :

$$\underline{U}_{e1} = \underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 + \underline{I}_N\underline{Z}_N = \underline{U}_{1f} + \underline{U}_N$$
$$\underline{U}_{e2} = \underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 + \underline{I}_N\underline{Z}_N = \underline{U}_{2f} + \underline{U}_N \qquad (1o.38)$$
$$\underline{U}_{e3} = \underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 + \underline{I}_N\underline{Z}_N = \underline{U}_{3f} + \underline{U}_N$$

respectiv

$$\underline{U}_{e1} = \underline{U}_{12} = \underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 = \underline{U}_{1f}$$
$$\underline{U}_{e2} = \underline{U}_{23} = \underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 = \underline{U}_{2f} \qquad (1o.39)$$
$$\underline{U}_{e3} = \underline{U}_{31} = \underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 = \underline{U}_{3f}$$

Dacă aceste impedanţe nu se pot neglija, atunci, în calcule, ele se pot considera înglobate în impedanţele fazelor receptorului, la conexiunea stea (atît la generator cît şi la receptor)toate acestea fiind în serie, pe o fază.La conexiunea triunghi,este necesară transfigurarea în stea a conexiunii triunghi, ca apoi impedanţele fazelor generatorului şi a conductoarelor de linie să fie înglobate în cele ale fazelor receptorului. Noua conexiune stea este apoi retransfigurată în conexiune triunghi.

1o.5. Puterile electrice din circuitele trifazate

Dacă la un circuit trifazat, notăm valorile instantanee ale tensiunilor şi curenţilor pe cele trei faze prin:

$$u_{1f} = \sqrt{2}\, U_{1f} \sin(\omega t + \alpha_1)$$
$$u_{2f} = \sqrt{2}\, U_{2f} \sin(\omega t + \alpha_2)$$
$$u_{3f} = \sqrt{2}\, U_{3f} \sin(\omega t + \alpha_3)$$
$$i_{1f} = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t + \alpha_1 - \varphi_1)$$
$$i_{2f} = \sqrt{2} I_{2f} \sin(\omega t + \alpha_2 - \varphi_2)$$
$$i_{3f} = \sqrt{2} I_{3f} \sin(\omega t + \alpha_3 - \varphi_3)$$

atunci puterea electromagnetică totală (pe cele trei faze) ca valoare instantanee, se scrie:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = u_{1f}i_{1f} + u_{2f}i_{2f} + u_{3f}i_{3f}$$

Puterea activă P, dintr-un circuit electric trifazat, definită ca valoarea medie a puterii electromagnetice instantanee pe un interval de timp egal cu o perioadă, este:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p.dt = \frac{1}{T}\int_0^T (u_{1f}i_{1f} + u_{2f}i_{2f} + u_{3f}i_{3f})dt =$$

$$= U_{1f}I_{1f}\cos\varphi_1 + U_{2f}I_{2f}\cos\varphi_2 + U_{3f}I_{3f}\cos\varphi_3 \quad (1o.4o)$$

adică $P = P_1 + P_2 + P_3$, suma puterilor active din cele trei faze ale circuitului trifazat.

Puterea reactivă dintr-un circuit electric trifazat, este

$$Q = Q_1+Q_2+Q_3 = U_{1f}I_{1f}\sin\varphi_1 + U_{2f}I_{2f}\sin\varphi_2 + U_{3f}I_{3f}\sin\varphi_3$$

iar puterea aparentă: $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$ (1o.41)

Dacă sistemul de tensiuni pe cele trei faze şi sistemul de curenţi din aceleaşi faze, constituie sisteme de mărimi trifazate simetrice, atunci:

$$U_{1f} = U_{2f} = U_{3f} = U_f$$

$$I_{1f} = I_{2f} = I_{3f} = I_f \quad (1o.42)$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$$

iar puterile date de rel.1o.4o şi 1o.41, se scriu:

$$P = 3U_fI_f\cos\varphi$$

$$Q = 3U_fI_f\sin\varphi \quad (1o.43)$$

$$S = 3U_fI_f$$

Condiţiile date de rel.1o.42 sînt îndeplinite în cazul unui receptor trifazat echilibrat ($\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$ adică $X_1=X_2=X_3=X$ şi $R_1 = R_2 = R_3 = R$) alimentat cu un sistem de tensiuni trifazat simetric.

La acelaşi rezultat se ajunge şi dacă se foloseşte calculul cu mărimi complexe, cînd:

- sistemul de tensiuni trifazat simetric, de succesiune directă, se scrie (luînd pe $\underline{U}_{1f}$ în axa reală):

$$\underline{U}_{1f} = U_{1f}e^{j0} = U_f$$

$$\underline{U}_{2f} = U_fe^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{U}_{3f} = U_fe^{-j2\frac{2\pi}{3}} = U_fe^{j\frac{2\pi}{3}}$$

- sistemul de curenţi trifazat simetric, din fazele receptorului trifazat este :

$$\underline{I}_{1f} = I_fe^{-j\varphi}$$

$$\underline{I}_{2f} = I_fe^{-j(\varphi+\frac{2\pi}{3})}$$

$$\underline{I}_{3f} = I_fe^{-j(\varphi+2\frac{2\pi}{3})} = I_fe^{-j(\varphi-\frac{2\pi}{3})}$$

- respectiv conjugatele acestor curenţi:

$$\underline{I}^*_{1f} = I_fe^{j\varphi}$$

$$\underline{I}^*_{2f} = I_fe^{j(\varphi+\frac{2\pi}{3})}$$

$$\underline{I}^*_{3f} = I_fe^{j(\varphi-\frac{2\pi}{3})}$$

Cu acestea, puterea complexă totală $\underline{S} = P + jQ$, ca sumă a puterilor complexe pe cele trei faze, se scrie:

$$\underline{S} = \underline{S}_1+\underline{S}_2+\underline{S}_3 = \underline{U}_{1f}\underline{I}^*_{1f}+\underline{U}_{2f}\underline{I}^*_{2f}+\underline{U}_{3f}\underline{I}^*_{3f} = U_{1f}I_{1f}\left\{e^{j\varphi} + e^{j\varphi} + e^{j\varphi}\right\}$$

$$\underline{S} = 3U_fI_fe^{j\varphi} = 3U_fI_f\cos\varphi + j3U_fI_f\sin\varphi = P + jQ \quad (1o.44)$$

adică:

$$P = 3U_fI_f\cos\varphi$$

$$Q = 3U_fI_f\sin\varphi$$

rezultînd şi,

$$S = \sqrt{P^2+Q^2} = 3U_fI_f$$

relaţii identice cu (1o.4o).

Avînd în vedere că atît la conexiunea stea cît şi la cea triunghi, sînt mult mai accesibile tensiunile şi curenţii pe linie, decît cele de pe faze, pentru cazul receptorului echilibrat, alimentat cu un sistem de tensiuni trifazat simetric, puterile se exprimă funcţie de mărimile de linie şi nu de fază. Ţinînd seama, de faptul că la conexiunea stea:

$$I_\ell = I_f$$

$$U_\ell = \sqrt{3}\,U_f$$

iar la cea în triunghiu,

$$I_\ell = \sqrt{3}I_f$$

$$U_\ell = U_f$$

expresiile puterilor, date de rel.1o.4o, pentru conexiunea stea, se scriu sub forma:

$$P = 3U_fI_f\cos\varphi = 3\frac{U_\ell}{\sqrt{3}}I_\ell\cos\varphi = \sqrt{3}U_\ell I_\ell\cos\varphi$$

$$Q = 3U_f I_f \sin\varphi = 3\frac{U_\ell}{\sqrt{3}} I_\ell \sin\varphi = \sqrt{3}U_\ell I_\ell \sin\varphi \qquad (10.45)$$

$$S = 3U_f I_f = 3\frac{U_\ell}{\sqrt{3}} I_\ell = \sqrt{3}U_\ell I_\ell$$

respectiv pentru cea triunghi:

$$P = 3U_f I_f \cos\varphi = 3U_\ell \frac{I_\ell}{\sqrt{3}} \cos\varphi = \sqrt{3}U_\ell I_\ell \cos\varphi$$

$$Q = 3U_f I_f \sin\varphi = 3U_\ell \frac{I_\ell}{\sqrt{3}} \sin\varphi = \sqrt{3}U_\ell I_\ell \sin\varphi \qquad (10.46)$$

$$S = 3U_\ell I_\ell = 3U_\ell \frac{I_\ell}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}U_\ell I_\ell$$

Se vede că expresiile puterilor, pentru cele două conexiuni sînt aceleași. De remarcat că în relațiile 10.45 și 10.46, deși U_f și I_f sînt mărimi de linie, totuși unghiul φ, a rămas unghiul de defazaj dintre tensiunea și curentul de fază.

10.6. Calculul circuitelor trifazate alimentate cu un sistem de tensiuni trifazat simetric, de succesiune directă

A calcula un asemenea circuit trifazat, înseamnă a determina curenții, tensiunile și puterile pe cele trei faze ale unui receptor, atunci cînd se cunoaște atît sistemul de tensiuni trifazat simetric, (în general ca tensiuni de linie) cu care este alimentat receptorul, cît și impedanțele $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3$ ale fazelor receptorului.

10.6.1. Receptor cu fazele în conexiune stea. Un receptor trifazat se numește echilibrat, dacă impedanțele pe cele trei faze

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j X_1$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j X_2 \qquad (10.47)$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + j X_3$$

sînt egale ca mărimi complexe, adică:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z} = R + j X \qquad (10.48)$$

ceea ce înseamnă,

$$R_1 = R_2 = R_3 = R \qquad (10.49)$$

$$X_1 = X_2 = X_3 = X$$

iar,

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{X_1}{R_1} = \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{X_2}{R_2} = \operatorname{tg}\varphi_3 = \frac{X_3}{R_3} = \operatorname{tg}\varphi = \frac{X}{R}$$

respectiv,

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi \qquad (10.50)$$

a) Receptor echilibrat conectat în stea cu conductor neutru. Conductorul neutru este reprezentat prin impedanța $\underline{Z}_N = R_N + jX_N$ și leagă neutrul sursei (0) cu neutrul receptorului (N).

In baza schemei reprezentate în fig.10.15, folosind teoremele lui Kirchhoff se pot scrie relațiile (vezi rel.10.38):

$$\underline{U}_{1o} = \underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 + \underline{I}_N\underline{Z}_N = \underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 + \underline{U}_N$$

$$\underline{U}_{2o} = \underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 + \underline{I}_N\underline{Z}_N = \underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 + \underline{U}_N \qquad (10.51)$$

$$\underline{U}_{3o} = \underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 + \underline{I}_N\underline{Z}_N = \underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 + \underline{U}_N$$

$$\underline{I}_{1f} + \underline{I}_{2f} + \underline{I}_{3f} = \underline{I}_N = \frac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N}$$

care sînt valabile atît pentru receptorul echilibrat cît și pentru cel dezechilibrat.

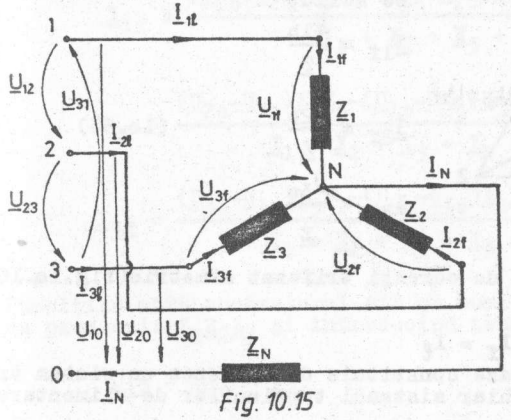


Fig. 10.15

Din primele trei ecuații rezultă expresiile curenților pe cele trei faze sub forma:

$$\underline{I}_{1f} = \frac{\underline{U}_{1o} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{I}_{2f} = \frac{\underline{U}_{2o} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_2} \qquad (10.52)$$

$$\underline{I}_{3f} = \frac{\underline{U}_{3o} - \underline{U}_N}{\underline{Z}_3}$$

curenți ce devin cunoscuți, dacă se cunoaște $\underline{U}_N$.

Inlocuind curenții dați de rel.(10.52) în cea de a patra ecuație din (10.51), se obține:

$$\underline{U}_N = \frac{\dfrac{\underline{U}_{1o}}{\underline{Z}_1} + \dfrac{\underline{U}_{2o}}{\underline{Z}_2} + \dfrac{\underline{U}_{3o}}{\underline{Z}_3}}{\dfrac{1}{\underline{Z}_1} + \dfrac{1}{\underline{Z}_2} + \dfrac{1}{\underline{Z}_3} + \dfrac{1}{\underline{Z}_N}} = \frac{\underline{U}_{1o}\underline{Y}_1 + \underline{U}_{2o}\underline{Y}_2 + \underline{U}_{3o}\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_N} \qquad (10.53)$$

Receptorul fiind echilibrat, admitanțele vor fi egale, ca mărimi complexe:

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \underline{Y}_3 = \underline{Y}$$

putîndu-se scrie:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{Y}(\underline{U}_{1o} + \underline{U}_{2o} + \underline{U}_{3o})}{3\underline{Y} + \underline{Y}_N}$$

Cum sistemul de tensiuni este trifazat simetric, rezultă:

$$\underline{U}_{1o} + \underline{U}_{2o} + \underline{U}_{3o} = 0$$

adică,

$$\underline{U}_N = \underline{I}_N \underline{Z}_N = 0$$

ceea ce înseamnă ,

$$\underline{I}_N = \frac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N} = 0 \qquad \text{(1o.54)}$$

Aşadar, în cazul receptorului trifazat echilibrat, conectat în stea, conductorul neutru nu are nici un rol, curentul I_N prin el fiind zero, deci acesta poate lipsi.

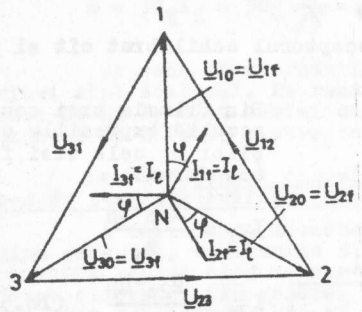


Fig.10.16

Dacă $\underline{U}_N = 0$, atunci curenţii pe cele trei faze, daţi de rel.1o.52 se scriu,

$$\underline{I}_{1f} = \frac{\underline{U}_{1o}}{\underline{Z}}$$

$$\underline{I}_{2f} = \frac{\underline{U}_{2o}}{\underline{Z}} \qquad \text{(1o.55)}$$

$$\underline{I}_{3f} = \frac{\underline{U}_{3o}}{\underline{Z}}$$

şi reprezintă un sistem de curenţi trifazat simetric (fig.1o.16), adică:

$$I_{1f} = I_{2f} = I_{3f} = I_f = I_\ell$$

Tensiunile pe faze constituie de asemenea un sistem trifazat simetric, fiind chiar sistemul tensiunilor de alimentare, căci:

$$\underline{U}_{1f} = \underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 = \underline{U}_{1o}$$

$$\underline{U}_{2f} = \underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 = \underline{U}_{2o} \qquad \text{(1o.56)}$$

$$\underline{U}_{3f} = \underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 = \underline{U}_{3o}$$

relaţii obţinute din (1o.51) pentru cazul cînd $\underline{U}_N = 0$.

Puterile totale se scriu (vezi rel.1o.45) sub forma:

$$P = 3U_{1o}I_f\cos\varphi = 3U_fI_f\cos\varphi = \sqrt{3}U_{12}I_\ell\cos\varphi$$

$$Q = 3U_{1o}I_f\sin\varphi = 3U_fI_f\sin\varphi = \sqrt{3}U_{12}I_\ell\sin\varphi \qquad \text{(1o.57)}$$

$$S = 3U_{1o}I_f = 3U_fI_f = \sqrt{3}U_{12}I_\ell$$

Un astfel de circuit, se spune că se rezolvă pe o singură fază, în sensul că se determină numai $I_{1f} = I_f = I_\ell$ (rel.1o.55), ceilalţi doi curenţi de pe faze (I_{2f} şi I_{3f}), obţinîndu-se prin rotirea lui I_{1f} cu $\frac{2\pi}{3}$ în urmă, respectiv înainte.

b) Receptor dezechilibrat, conectat în stea cu conductor neutru. In acest caz, $\underline{Z}_1 \neq \underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3$, rămînînd valabile relaţiile 1o.51 şi 1o.53. Inlocuind pe $\underline{U}_N$ cu valoarea sa dată de rel.1o.53 în relaţiile 1o.52, se obţin curenţii pe cele trei faze,

$$\underline{I}_{1f} = \frac{\underline{U}_{1o}-\underline{U}_N}{\underline{Z}_1} = \underline{Y}_1(\underline{U}_{1o}-\underline{U}_N)$$

$$\underline{I}_{2f} = \frac{\underline{U}_{2o}-\underline{U}_N}{\underline{Z}_2} = \underline{Y}_2(\underline{U}_{2o}-\underline{U}_N)$$

$$\underline{I}_{3f} = \frac{\underline{U}_{3o}-\underline{U}_N}{\underline{Z}_3} = \underline{Y}_3(\underline{U}_{3o}-\underline{U}_N)$$

care după efectuarea calculelor devin:

$$\underline{I}_{1f} = \frac{(\underline{U}_{1o}-\underline{U}_{2o})\underline{Y}_1\underline{Y}_2-(\underline{U}_{3o}-\underline{U}_{1o})\underline{Y}_3\underline{Y}_1+\underline{U}_{1o}\underline{Y}_1\underline{Y}_N}{\underline{Y}_1+\underline{Y}_2+\underline{Y}_3+\underline{Y}_N}$$

$$\underline{I}_{2f} = \frac{(\underline{U}_{2o}-\underline{U}_{3o})\underline{Y}_2\underline{Y}_3-(\underline{U}_{1o}-\underline{U}_{2o})\underline{Y}_1\underline{Y}_2+\underline{U}_{2o}\underline{Y}_2\underline{Y}_N}{\underline{Y}_1+\underline{Y}_2+\underline{Y}_3+\underline{Y}_N} \qquad \text{(1o.58)}$$

$$\underline{I}_{3f} = \frac{(\underline{U}_{3o}-\underline{U}_{1o})\underline{Y}_3\underline{Y}_1-(\underline{U}_{2o}-\underline{U}_{3o})\underline{Y}_2\underline{Y}_3+\underline{U}_{3o}\underline{Y}_N\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1+\underline{Y}_2+\underline{Y}_3+\underline{Y}_N}$$

Inmulţind atît numărătorul cît şi numitorul fracţiilor de mai sus cu produsul: $\underline{Z}_1\underline{Z}_2\underline{Z}_3$ şi introducînd tensiunile de linie,

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{1o} - \underline{U}_{2o}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{2o} - \underline{U}_{3o}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{3o} - \underline{U}_{1o}$$

expresiile curenţilor din (1o.58) rezultă sub forma:

$$\underline{I}_{1f} = \frac{\underline{U}_{12}\underline{Z}_3-\underline{U}_{31}\underline{Z}_2+\underline{U}_{1o}\frac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_N}}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_2\underline{Z}_3+\underline{Z}_3\underline{Z}_1+\frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_N}}$$

$$\underline{I}_{2f} = \frac{\underline{U}_{23}\underline{Z}_1-\underline{U}_{12}\underline{Z}_3+\underline{U}_{2o}\frac{\underline{Z}_3\underline{Z}_1}{\underline{Z}_N}}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_2\underline{Z}_3+\underline{Z}_3\underline{Z}_1+\frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_N}} \qquad \text{(1o.59)}$$

$$\underline{I}_{3f} = \frac{\underline{U}_{31}\underline{Z}_2 - \underline{U}_{23}\underline{Z}_1 + \underline{U}_{30}\dfrac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_N}}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1 + \dfrac{\underline{Z}_1\,\underline{Z}_2\,\underline{Z}_3}{\underline{Z}_N}}$$

care nu mai formează un sistem trifazat simetric, ei făcînd cu tensiunile de faze: $\underline{U}_{1f}$, $\underline{U}_{2f}$, $\underline{U}_{3f}$, unghiurile $\varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3$, date de:

$$tg\,\varphi_1 = \frac{X_1}{R_1}\ ;\quad tg\,\varphi_2 = \frac{X_2}{R_2}\ ;\quad tg\,\varphi_3 = \frac{X_3}{R_3} \qquad (1o.6o)$$

In acest caz, tensiunile de pe cele trei faze ale receptorului nu mai formează nici ele un sistem trifazat simetric ci unul nesimetric, nesimetria fiind cu atît mai mare cu cît deplasarea punctului neutru N al receptorului faţă de punctul neutru O al generatorului (adică $\underline{U}_N = \underline{I}_N\underline{Z}_N$) este mai mare (fig.1o.17).

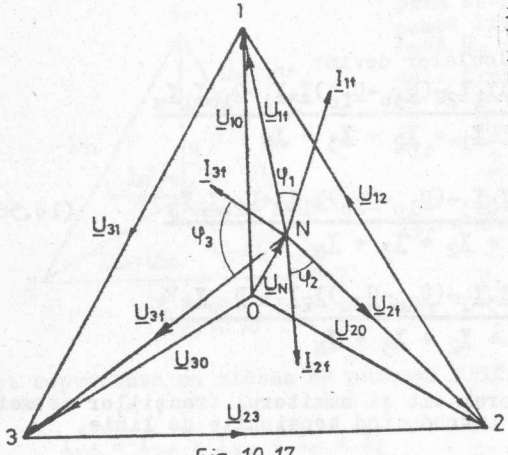


Fig. 10.17

In ceea ce priveşte puterile rămîn valabile expresiile date de rel. 1o.4o şi 1o.41.

Dacă se asigură ca acel conductor neutru, să aibe o impedanţă $\underline{Z}_N$ foarte mică, practic $\underline{Z}_N \simeq 0$, atunci $\underline{Y}_N = \dfrac{1}{\underline{Z}_N} \simeq \infty$, şi din rel. 1o.53 rezultă $\underline{U}_N = 0$. In aceste condiţii din rel. 1o.51 se obţin pentru curenţii de fază, expresiile :

$$\underline{I}_{1f} = \frac{\underline{U}_{1o}}{\underline{Z}_1}\ ;\quad \underline{I}_{2f} = \frac{\underline{U}_{2o}}{\underline{Z}_2}\ ;\quad \underline{I}_{3f} = \frac{\underline{U}_{3o}}{\underline{Z}_3} \qquad (1o.61)$$

care însă nu mai constituie un sistem trifazat simetric căci $\underline{Z}_1 \neq \underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3$. Tensiunile pe faze, pentru cazul $\underline{Z}_N \simeq 0$, devin:

$$\underline{U}_{1f} = \underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 = \underline{U}_{1o}$$
$$\underline{U}_{2f} = \underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 = \underline{U}_{2o} \qquad (1o.62)$$
$$\underline{U}_{3f} = \underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 = \underline{U}_{3o}$$

adică ele reprezintă sistemul trifazat simetric de alimentare, cu toate că receptorul este dezechilibrat (fig.1o.18).

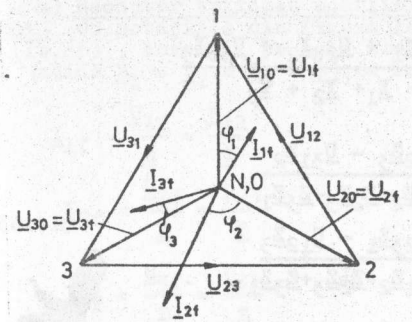


Fig. 10.18

De reţinut faptul că, deplasarea neutrului ($\underline{U}_N$) e neglijabilă, în cazul folosirii unui conductor neutru, de secţiune suficient de mare, chiar dacă receptorul este foarte dezechilibrat. Prin aceasta se asigură aplicarea unor tensiuni pe fază, practic simetrice (rel.1o.62) receptorilor monofazaţi, conectaţi în stea, cu toate că aceştia constituie receptor trifazat dezechilibrat.

Instalaţiile de iluminat electric reprezintă receptori monofazaţi (becurile se alimentează cu 22o V) conectaţi în stea cu conductor neutru, constituind în acest fel un receptor trifazat dezechilibrat. Corpurile de iluminat se conectează între un conductor de linie şi conductorul neutru. O fază a receptorului trifazat este constituită dintr-un anumit număr de corpuri de iluminat (becuri). Cum numărul de becuri nu poate fi acelaşi şi de aceeaşi putere pe toate fazele (nu toţi consumatorii de energie electrică aprind becurile deodată) rezultă că receptorul trifazat astfel obţinut (fig.1o.19) este într-adevăr dezechilibrat. Conductorul neutru avînd rolul de a simetriza tensiunile pe fază la receptorul conectat în stea, atunci cînd acesta este dezechilibrat, asigură ca la fiecare corp de iluminat să fie tensiunea de fază normală (22o V). Dacă ar lipsi conductorul neutru, atunci tensiunile pe fază nu ar mai fi egale şi unele becuri ar ilumina prea puternic, arzîndu-se (pe faza cu becuri mai puţine) iar altele nu ar ilumina corespunzător (faza cu becuri mai multe).

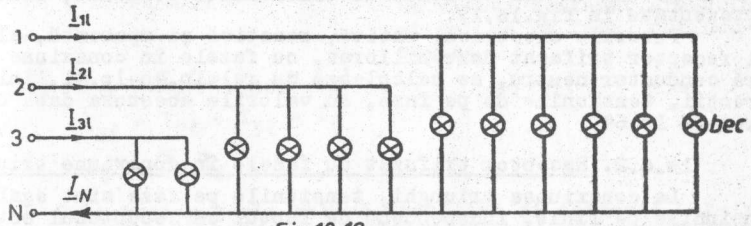


Fig.10.19

Iluminatul public (pe străzi) se face, folosind un conductor de linie şi conductorul neutru şi este independent de reţeaua trifazată ce alimentează alte tipuri de receptori trifazaţi, cum ar fi motoarele electrice trifazate.

Pentru receptorul trifazat dezechilibrat, cu fazele conectate în stea, avînd conductor neutru, puterile electrice: activă, reactivă şi aparentă, au expresiile prezentate în cap.1o.5, cazul general (rel.1o.4o-1o.41) .

c) Receptor dezechilibrat, conectat în stea fără conductor neutru. Lipsa conductorului neutru înseamnă $\underline{Z}_N = \infty$, respectiv $\underline{Y}_N = 0$. In acest caz deplasarea neutrului $\underline{U}_N$, (rel.1o.53) şi curenţii pe cele trei faze (rel.1o.59) au expresiile:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{U}_{10}\underline{Y}_1 + \underline{U}_{20}\underline{Y}_2 + \underline{U}_{30}\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

$$\underline{I}_{1f} = \frac{\underline{U}_{12}\underline{Z}_3 - \underline{U}_{31}\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_2\underline{Z}_3+\underline{Z}_3\underline{Z}_1}$$

$$\underline{I}_{2f} = \frac{\underline{U}_{23}\underline{Z}_1 - \underline{U}_{12}\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_2\underline{Z}_3+\underline{Z}_3\underline{Z}_1} \qquad (1o.63)$$

$$\underline{I}_{3f} = \frac{\underline{U}_{31}\underline{Z}_2 - \underline{U}_{23}\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_2\underline{Z}_3+\underline{Z}_3\underline{Z}_1}$$

Sistemul de tensiuni pe linie $\underline{U}_{12}$, $\underline{U}_{23}$, $\underline{U}_{31}$, este simetric, de succesiune directă şi cunoscut, căci cu el se alimentează receptorul trifazat dezechilibrat. De asemenea se cunosc impedanţele $\underline{Z}_1 \neq \underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3$. Cei trei curenţi nu mai constituie un sistem trifazat simetric.

Odată cunoscuţi curenţii din fazele receptorului dezechilibrat (rel.1o.63) se pot calcula tensiunile pe faze:

$$\underline{U}_{1f} = \underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 \; ; \quad \underline{U}_{2f} = \underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 \; ; \quad \underline{U}_{3f} = \underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 \qquad (1o.64)$$

care nu mai constituie nici ele, un sistem trifazat simetric, ca şi cei trei curenţi pe faze (rel.1o.63). Aceste două sisteme nesimetrice, împreună cu cel simetric al tensiunilor pe linie, sînt reprezentate în fig.1o.17.

Puterile electrice: activă, reactivă şi aparentă, ale acestui receptor trifazat dezechilibrat, cu fazele în conexiune stea, fără conductor neutru, se calculează cu rel.1o.4o-1o,41, înlocuind curenţii, tensiunile de pe faze, cu valorile acestora date de rel. 1o.63-şi 1o.64.

1o.6.2. Receptor trifazat cu fazele în conexiune triunghi.

La conexiunea triunghi, tensiunile pe faze sînt egale cu tensiunile pe linie, independent de faptul că receptorul este echilibrat sau dezechilibrat.

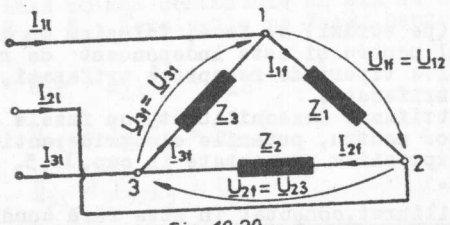


Fig. 10.20

Cum sistemul de tensiuni de linie este trifazat simetric şi cunoscut, (fiind sistemul de tensiuni cu care se alimentează receptorul) în ambele cazuri tensiunile pe fazele receptorului (fig.1o.2o) sînt:

$$\underline{U}_{1f} = \underline{U}_{12}$$

$$\underline{U}_{2f} = \underline{U}_{23} \qquad (1o.65)$$

$$\underline{U}_{3f} = \underline{U}_{31}$$

ele constituind un sistem trifazat simetric, de succesiune directă

a) Receptor trifazat echilibrat cu fazele conectate în triunghi. Cu notaţiile din figura 1o.2o şi ţinînd seama de relaţiile (1o.65), curenţii pe cele trei faze ale receptorului echilibrat (adică $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$), se scriu:

$$\underline{I}_{1f} = \frac{\underline{U}_{1f}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}}$$

$$\underline{I}_{2f} = \frac{\underline{U}_{2f}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}} \qquad (1o.66)$$

$$\underline{I}_{3f} = \frac{\underline{U}_{3f}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}}$$

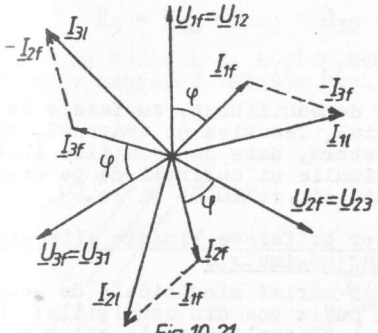


Fig.10.21

ei formînd un sistem trifazat simetric, (fig.1o.21) fiind defazaţi cu acelaşi unghi $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$ faţă de tensiunile pe faze (care sînt tensiunile de alimentare). Aplicînd teorema I a lui Kirchhoff nodurilor 1,2 şi 3, (fig.1o.2o) rezultă curenţii pe linie, în funcţie de cei de fază, sub forma:

$$\underline{I}_{1l} = \underline{I}_{1f} - \underline{I}_{3f}$$

$$\underline{I}_{2l} = \underline{I}_{2f} - \underline{I}_{1f} \qquad (1o.67)$$

$$\underline{I}_{3l} = \underline{I}_{3f} - \underline{I}_{2f}$$

Si curenţii de linie formează un sistem trifazat simetric, ca şi cei de pe faze, putîndu-se scrie:

$$I_{1f} = I_{2f} = I_{3f} = I_f;$$
$$I_{1l} = I_{2l} = I_{3l} = I_l \qquad (1o.68)$$
$$I_l = \sqrt{3}\, I_f$$

Cele trei puteri: activă, reactivă şi aparentă, ale receptorului trifazat echilibrat, cu fazele în conexiune triunghi, se determină cu ajutorul rel.1o.45, în care curenţii şi tensiunile pe faze au valorile date de expresiile 1o.66 şi 1o.65.

b) Receptor trifazat dezechilibrat cu fazele conectate în triunghi. În acest caz impedanţele celor trei faze ale receptorului nu mai sînt egale ca mărimi complexe, adică $\underline{Z}_1 \neq \underline{Z}_2 \neq \underline{Z}_3$. Ca urmare, curenţii pe faze (rel.1o.66) se scriu:

$$\underline{I}_{1f} = \frac{\underline{U}_{1f}}{\underline{Z}_1} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{I}_{2f} = \frac{\underline{U}_{2f}}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_2} \qquad (1o.69)$$

$$\underline{I}_{3f} = \frac{\underline{U}_{3f}}{\underline{Z}_3} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_3}$$

ei ne mai constituind un sistem trifazat simetric de curenţi (fig.1o.22).

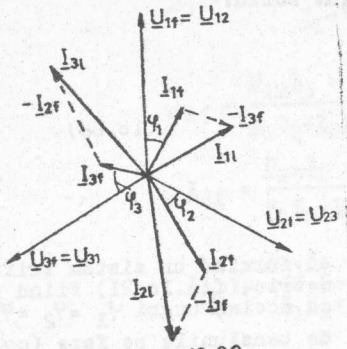


Fig.10.22

Curenţii de pe faze(rel.1o.69) sînt defazaţi faţă de tensiunile de pe aceleaşi faze(care sînt egale cu tensiunile pe linie) cu unghiurile diferite, $\varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3$ a căror valoare este dată de rel. 1o-69.
Pentru curenţii de pe linii $I_{1\ell}$, $I_{2\ell}$ şi $I_{3\ell}$, rămîn valabile expresiile 1o.67, numai că nici aceştia nu mai constituie un sistem trifazat simetric(fig.1o.22)

La un receptor trifazat dezechilibrat, cu fazele în conexiune triunghi, puterile: activă, reactivă şi aparentă, se determină folosind expresiile acestora, date de relaţiile 1o.4o-1o.41 .In aceste expresii, tensiunile şi curenţii de pe faze se inlocuiesc prin valorile obţinute din rel.1o.65 şi 1o.69.

1o.7. Calculul circuitelor trifazate liniare alimentate cu un sistem de tensiuni trifazat nesimetric

Ansamblul format din trei mărimi sinusoidale de aceeaşi frecvenţă, care îndeplinesc cel puţin una din condiţiile:
- valorile efective (deci şi amplitudinile)celor trei mărimi să fie diferite între ele,
- defazajele dintre două mărimi consecutive să fie diferite între ele,

se numeşte sistem de mărimi trifazat nesimetric.

Un sistem de tensiuni trifazat nesimetric, poate apărea în exploatarea sistemelor electrice trifazate, în caz de:scurt circuit între două faze(sau conductoare de linie) ; punere la pămînt a unei faze; întreruperea unei faze (impedanţa pe faza respectivă devenind infinită). Uneori în mod intenţionat se creiază regimuri nesimetrice de funcţionare a receptoarelor trifazate, cum e cazul la pornirea şi reglarea turaţiei motorului asincron, cînd acesta se alimentează cu un sistem de tensiuni trifazat nesimetric.

Calculul circuitelor trifazate alimentate cu un sistem de tensiuni trifazat nesimetric poate fi efectuat uneori mai simplu, dacă se utilizează „ componente simetrice".

1o.7.1. Descompunerea unui sistem de tensiuni trifazat nesimetric în componente simetrice

Metoda componentelor simetrice are la bază teorema lui Fortesque, prin care se arată că orice sistem nesimetric,ordonat, de mărimi sinusoidale de aceeaşi frecvenţă, se poate descompune univoc în trei sisteme trifazate simetrice şi anume:
- de succesiune directă (direct), în care cele trei mărimi sînt egale ca valori efective şi fiecare dintre mărimi este defazată <u>în urma</u> celei care îi succede cu $\frac{2\pi}{3}$;

- de succesiune inversă (invers), cînd cele trei mărimi sînt egale ca valori efective, şi fiecare dintre mărimi este defazată înaintea celei care îi succede cu $\frac{2\pi}{3}$;
- omopolar, unde cele trei mărimi sînt egale ca valori efective şi în fază (defazajele dintre două mărimi fiind 0 sau 2π).

Dacă se consideră sistemul de tensiuni trifazat nesimetric $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$, $\underline{U}_3$ (cunoscut), cu care se alimentează un receptor trifazat, atunci în baza teoremei de mai sus, acesta se poate scrie, descompus în cele trei sisteme simetrice, sub forma:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_{1d} + \underline{U}_{1i} + \underline{U}_{1o}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_{2d} + \underline{U}_{2i} + \underline{U}_{2o} = a^2\underline{U}_{1d} + a\underline{U}_{1i} + \underline{U}_{1o} \qquad (1o.7o)$$

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_{3d} + \underline{U}_{3i} + \underline{U}_{3o} = a\underline{U}_{1d} + a^2\underline{U}_{1i} + \underline{U}_{1o}$$

în care indicii d, i şi o ,semnifică sistemul direct, invers respectiv omopolar. Aceste trei sisteme sînt reprezentate în figura 1o-23.

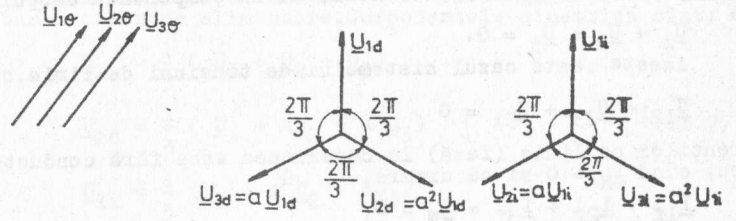


Fig.10.23

Sistemul de trei ecuaţii 1o.7o, cu trei necunoscute ($\underline{U}_{1d}$, $\underline{U}_{1i}$, $\underline{U}_{1o}$) are determinantul fundamental:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{vmatrix} = j\,3\sqrt{3} \qquad (1o.71)$$

adică diferit de zero. Asta înseamnă că sistemul este compatibil, pentru $\underline{U}_{1d}$, $\underline{U}_{1i}$, şi $\underline{U}_{1o}$ existînd o singură soluţie şi deci descompunerea este univocă.

Nesimetria unui sistem trifazat se apreciază după:

-gradul de disimetrie, $\mathcal{E}_i$ definit ca $\mathcal{E}_i\% = \frac{U_{1i}}{U_{1d}} \cdot 1oo\%$

-gradul de asimetrie $\mathcal{E}_h$,definit ca $\mathcal{E}_h\% = \frac{U_{1o}}{U_{1d}} \cdot 1oo\%$

Un sistem trifazat (în cazul de mai sus-tensiuni)se consideră practic simetric, dacă ε_i și ε_h nu depășesc 5%.

1o.7.2. Determinarea componentelor simetrice, cînd se dă sistemul trifazat nesimetric.

Fie sistemul de tensiuni trifazat nesimetric al tensiunilor de alimentare, $\underline{U}_1$, $\underline{U}_2$, $\underline{U}_3$, descompus în cele trei sisteme simetrice, conform rel.1o.7o.

a)Pentru determinarea componentei omopolare $U_{1\theta}$,se adună cele trei ecuații (rel.1o.7o), obținîndu-se :

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = (1+a^2+a)\underline{U}_{1d} + (1+a+a^2)\underline{U}_{1i} + 3U_{1\theta}$$

cum, $(1+a+a^2)=0$

se obține,

$$\underline{U}_{1\theta} = \frac{1}{3}(\underline{U}_1+\underline{U}_2+\underline{U}_3) = \underline{U}_{2\theta} = \underline{U}_{3\theta} \qquad (1o.72)$$

Din rel.1o.72,rezultă că acele sisteme de mărimi sinusoidale nesimetrice (tensiuni,curenți,etc) ale căror sumă geometrică (deci ca mărimi complexe) este zero, nu au componentă omopolară căci,

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0.$$

Acesta este cazul sistemului de tensiuni de linie,cînd:

$$\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31} = 0$$

a curenților pe linie (fază) la conexiunea stea fără conductor neutru, cînd $\underline{I}_N = 0$ și ca urmare,

$$\underline{I}_{1f} + \underline{I}_{2f} + \underline{I}_{3f} = \underline{I}_N = 0,$$

a curenților pe linie la conexiunea triunghi, cînd:

$$\underline{I}_{1\ell} + \underline{I}_{2\ell} + \underline{I}_{3\ell} = 0$$

b) Pentru determinarea componentei directe $\underline{U}_{1d}$, ecuația a doua a sistemului 1o.7o se înmulțește cu a, iar cea de a treia cu a^2(prima ecuație rămînînd neschimbată) și apoi se adună cele trei ecuații, obținîndu-se :

$$\underline{U}_1+a\underline{U}_2+a^2\underline{U}_3 = \underline{U}_{1d}(1+a^3+a^3)+\underline{U}_{1i}(1+a^2+a^4)+\underline{U}_{1\theta}(1+a+a^2) = 3\underline{U}_{1d}$$

căci $a^3 = 1$; $a^4 = a^3.a = a$; $(1 + a + a^2) = 0$

Rezultă: $\underline{U}_{1d} = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + a\underline{U}_2 + a^2\underline{U}_3)$ (1o.73)

Sistemul simetric de succesiune directă se scrie:

$$\underline{U}_{1d} = \frac{1}{3}(\underline{U}_1+a\underline{U}_2+a^2\underline{U}_3)$$

$$\underline{U}_{2d} = a^2\underline{U}_{1d} = \frac{1}{3}(a^2\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + a\underline{U}_3) \qquad (1o.74)$$

$$\underline{U}_{3d} = a\underline{U}_{1d} = \frac{1}{3}(a\underline{U}_1 + a^2\underline{U}_2 + \underline{U}_3)$$

c) Pentru determinarea componentei inverse $\underline{U}_{1i}$,ecuația a doua se înmulțește cu a^2, cea de a treia cu a,(prima rămîne tot neschimbată) și apoi se adună cele trei ecuații,rezultînd:

$$\underline{U}_1+a^2\underline{U}_2+a\underline{U}_3 = \underline{U}_{1d}(1+a^4+a^2)+\underline{U}_{1i}(1+a^3+a^3)+\underline{U}_{1\theta}(1+a^2+a) = 3\underline{U}_{1i}$$

respectiv,

$$\underline{U}_{1i} = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + a^2\underline{U}_2 + a\underline{U}_3) \qquad (1o.75)$$

Sistemul trifazat, de succesiune inversă,se scrie:

$$\underline{U}_{1i} = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + a^2\underline{U}_2 + a\underline{U}_3)$$

$$\underline{U}_{2i} = a\underline{U}_{1i} = \frac{1}{3}(a\underline{U}_1+\underline{U}_2+a^2\underline{U}_3) \qquad (1o.76)$$

$$\underline{U}_{3i} = a^2\underline{U}_{1i} = \frac{1}{3}(a^2\underline{U}_1+a\underline{U}_2+\underline{U}_3)$$

Relațiile (1o.72),(1o.73) și (1o.75), determină așadar univoc, componentele simetrice,dacă se cunosc tensiunile $\underline{U}_1$,$\underline{U}_2$,$\underline{U}_3$ (ca mărimi complexe)care constituie sistemul trifazat nesimetric, al tensiunilor de alimentare.Componentele simetrice sînt:

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3)$$

$$\underline{U}_{1d} = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + a\underline{U}_2 + a^2\underline{U}_3) \qquad (1o.77)$$

$$\underline{U}_{1i} = \frac{1}{3}(\underline{U}_1 + a^2\underline{U}_2 + a\underline{U}_3)$$

Cînd se cunosc, în planul complex, mărimile $\underline{U}_1$,$\underline{U}_2$,$\underline{U}_3$, se pot determina și grafic componentele simetrice, scriind:

$$3\underline{U}_{1\theta} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3$$

$$3\underline{U}_{1d} = \underline{U}_1 + a\underline{U}_2 + a^2\underline{U}_3 \qquad (1o.78)$$

$$3\underline{U}_{1i} = \underline{U}_1 + a^2\underline{U}_2 + a\underline{U}_3$$

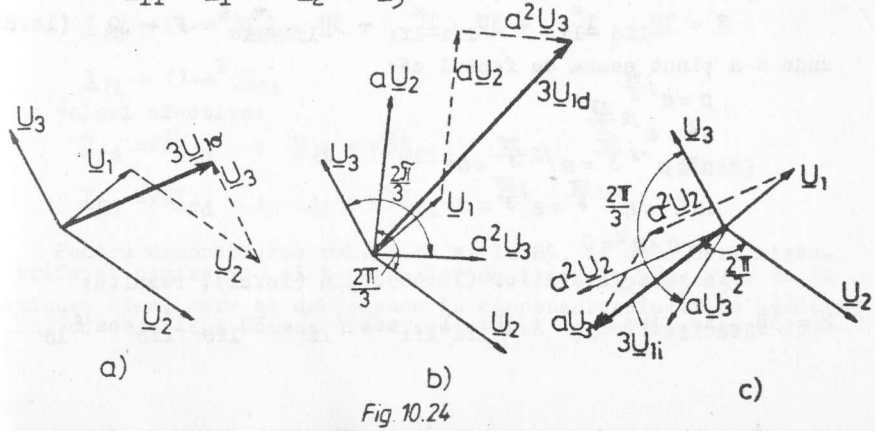


Fig. 10.24

şi făcînd grafic aceste sume, aşa cum se vede în fig. Io.24a, componenta omopolară; Io.24b, pentru cea directă şi Io.24c, cea inversă.

Pentru claritatea figurii Io.24, construcţia grafică s-a făcut numai pentru prima fază, adică $3\underline{U}_{1\theta}$, $3\underline{U}_{1d}$ şi $3\underline{U}_{1i}$.

Io.7.3. Exprimarea puterii cu ajutorul componentelor simetrice.

Pentru un receptor trifazat, cu tensiunile pe faze $\underline{U}_{1f}$, $\underline{U}_{2f}$, $\underline{U}_{3f}$ şi curenţii pe faze $\underline{I}_{1f}$, $\underline{I}_{2f}$, $\underline{I}_{3f}$, puterea complexă se exprimă, (rel.Io.44) sub forma:

$$\underline{S} = P + jQ = \underline{U}_{1f}\underline{I}^*_{1f} + \underline{U}_{2f}\underline{I}^*_{2f} + \underline{U}_{3f}\underline{I}^*_{3f} \qquad (Io.79)$$

Dacă tensiunile şi curenţii pe faze, constituie sisteme trifazate nesimetrice, atunci acestea pot fi descompuse (conform relaţiilor Io.7o) în componente simetrice:

$$\begin{aligned}
\underline{U}_{1f} &= \underline{U}_{1fd} + \underline{U}_{1fi} + \underline{U}_{1f\theta} \\
\underline{U}_{2f} &= a^2\underline{U}_{1fd} + a\underline{U}_{1fi} + \underline{U}_{1f\theta} \\
\underline{U}_{3f} &= a\underline{U}_{1fd} + a^2\underline{U}_{1fi} + \underline{U}_{1f\theta} \\
\underline{I}_{1f} &= \underline{I}_{1fd} + \underline{I}_{1fi} + \underline{I}_{1f\theta} \\
\underline{I}_{2f} &= a^2\underline{I}_{1fd} + a\underline{I}_{1fi} + \underline{I}_{1f\theta} \\
\underline{I}_{3f} &= a\underline{I}_{1fd} + a^2\underline{I}_{1fi} + \underline{I}_{1f\theta} \\
\underline{I}^*_{1f} &= \underline{I}^*_{1fd} + \underline{I}^*_{1fi} + \underline{I}^*_{1f\theta} \\
\underline{I}^*_{2f} &= (a^2\underline{I}_{1fd})^* + (a\underline{I}_{1fi})^* + \underline{I}^*_{1f\theta} \\
\underline{I}^*_{3f} &= (a\underline{I}_{1fd})^* + (a^2\underline{I}_{1fi})^* + \underline{I}^*_{1f\theta}
\end{aligned} \qquad (Io.8o)$$

Înlocuind aceste expresii a tensiunilor şi curenţilor (conjugaţi) în rel.Io.79, se obţine puterea complexă, în funcţie de componentele simetrice, sub forma:

$$\underline{S} = 3\underline{U}_{1fd}\underline{I}^*_{1fd} + 3\underline{U}_{1fi}\underline{I}^*_{1fi} + 3\underline{U}_{1f\theta}\underline{I}^*_{1f\theta} = P + jQ \qquad (Io.81)$$

unde s-a ţinut seama de faptul că:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$
$$a^2 = e^{j2\frac{2\pi}{3}}$$
$$a^* = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = e^{j2\frac{2\pi}{3}} = a^2$$
$$(a^2)^* = e^{-2\frac{2\pi}{3}} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = a$$
$$1 + a + a^2 = 0$$

Pe baza relaţiilor (Io.44), din (Io.81), rezultă:

$$P = 3U_{1fd}I_{1fd}\cos\varphi_{1d} + 3U_{1fi}I_{1fi}\cos\varphi_{1i} + 3U_{1f\theta}I_{1f\theta}\cos\varphi_{1\theta}$$

$$Q = 3U_{1fd}I_{1fd}\sin\varphi_{1d} + 3U_{1fi}I_{1fi}\sin\varphi_{1i} + 3U_{1f\theta}I_{1f\theta}\sin\varphi_{1\theta} \qquad (Io.82)$$

unde s-a notat prin φ_{1d}, φ_{1i} şi $\varphi_{1\theta}$, defazajele dintre componentele simetrice de acelaşi nume ale tensiunilor şi curenţilor de pe aceeaşi fază.

Aşadar, puterea activă, respectiv cea reactivă, la un receptor trifazat, în cazul cel mai general de nesimetrie, este egală cu suma puterilor active, respectiv reactive, corespunzătoare sistemelor componente simetrice de acelaşi nume (direct, invers sau omopolar) ale tensiunilor şi curenţilor pe faze.

Din expresiile Io.82, ale puterilor activă şi reactivă, lipsesc termenii ce conţin componente omopolare, dacă receptorul este în conexiune:

- triunghi, cînd tensiunile pe faze sînt aceleaşi cu cele de linie, şi deci constituie un sistem trifazat de tensiuni fără componentă omopolară (rel.Io.72)
- stea, fără conductor neutru, cînd curenţii pe linie (egali cu cei pe faze), constituie tot un sistem trifazat de curenţi, fără componentă omopolară (rel.Io.72).
- triunghi, cînd cei trei curenţi pe linie, formează sistem trifazat, fără componentă omopolară.

Pentru aceste cazuri, expresiile puterilor (rel.Io.82) devin:

$$\begin{aligned}
P &= 3U_{1fi}I_{1fd}\cos\varphi_{1d} + 3U_{1fi}I_{1fi}\cos\varphi_{1i} \\
Q &= 3U_{1fd}I_{1fd}\sin\varphi_{1d} + 3U_{1fi}I_{1fi}\sin\varphi_{1i}
\end{aligned} \qquad (Io.83)$$

In cazul receptoarelor trifazate echilibrate (indiferent de conexiunea fazelor) alimentate cu un sistem de tensiuni trifazat simetric de succesiune directă, în expresiile Io.82, rămîne numai primul termen (componente directe) căci în astfel de cazuri atît componenta omopolară cît şi cea inversă este nulă.

Io.7.4. Relaţii între componentele simetrice ale mărimilor (tensiuni, curenţi) pe linie şi faze

Componentele simetrice ale unor mărimi (tensiuni, curenţi) trifazate de linie se pot exprima în funcţie de componentele simetrice ale mărimilor de pe faze, sub forma:

$$\begin{aligned}
\underline{U}_{\ell d} &= (1-a^2)\underline{U}_{fd} \\
\underline{U}_{\ell i} &= (1-a^2)\underline{U}_{fi} \\
\underline{I}_{\ell d} &= (1-a^2)\underline{I}_{fd} \\
\underline{I}_{\ell i} &= (1-a^2)\underline{I}_{fi}
\end{aligned} \qquad (Io.84)$$

iar ca valori efective:

$$\begin{aligned}
\underline{U}_{\ell d} &= \sqrt{3}\underline{U}_{fd} \quad ; \quad \underline{U}_{\ell i} = \sqrt{3}\underline{U}_{fi} \\
\underline{I}_{\ell d} &= \sqrt{3}\underline{I}_{fd} \quad ; \quad \underline{I}_{\ell i} = \sqrt{3}\underline{I}_{fi}
\end{aligned} \qquad (Io.85)$$

Pentru demonstrarea rel.Io.84 şi Io.85, se consideră sistemul trifazat nesimetric al tensiunilor de linie $\underline{U}_{12}, \underline{U}_{23}, \underline{U}_{31}$, de la conexiunea stea, care se descompune în componente simetrice conform rel.Io.7o, rezultînd componenta directă (dată de rel.Io.73) sub forma :

$$\underline{U}_{12d} = \frac{1}{3}\left\{\underline{U}_{12}+a\underline{U}_{23}+a^2\underline{U}_{31}\right\} = \frac{1}{3}\left\{(\underline{U}_{1f}-\underline{U}_{2f})+a(\underline{U}_{2f}-\underline{U}_{3f})+a^2(\underline{U}_{3f}-\underline{U}_{1f})\right\} \tag{1o.86}$$

Inlocuind în această expresie a lui $\underline{U}_{12d}$, tensiunile de pe faze, descompuse în componente simetrice, conform rel.1o.8o, şi ţinînd seama de faptul că:

$$(1-a^2) = \left\{1 - \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\} = \sqrt{3}\left\{\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right\} = \sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{6}}$$

se obţine,

$$\underline{U}_{12d} = \frac{1}{3}\left\{3\underline{U}_{1fd} - 3a^2\underline{U}_{1fd}\right\} = (1 - a^2)\underline{U}_{1fd} = \sqrt{3}\underline{U}_{1fd}e^{j\frac{\pi}{6}} \tag{1o.87}$$

respectiv ca valori efective:

$$U_{12d} = \sqrt{3}U_{1fd} \tag{1o.88}$$

Relaţiile (1o.87) şi (1o.88) , sînt identice cu cele din (1o.84) şi (1o.85).

Procedînd analog pentru componenta inversă a tensiunii de linie, de la aceeaşi conexiune stea cît şi pentru componenta directă şi inversă a curentului pe linie, de la conexiunea triunghi se obţin relaţiile (1o.84) respectiv (1o.85).

In aceste condiţii, puterile activă şi reactivă, date de rel.1o.83 se pot exprima şi în funcţie de componentele simetrice ale mărimilor de linie, sub forma:

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3}U_{\ell d}I_{\ell d}\cos\varphi_d + \sqrt{3}U_{\ell i}I_{\ell i}\cos\varphi_i \\ Q &= \sqrt{3}U_{\ell d}I_{\ell d}\sin\varphi_d + \sqrt{3}U_{\ell i}I_{\ell i}\sin\varphi_i \end{aligned} \tag{1o.89}$$

1o.7.5. Calculul circuitelor trifazate liniare, alimentate cu un sistem de tensiuni trifazat nesimetric, folosind metoda componentelor simetrice

Circuitele trifazate liniare conţin numai elemente de circuit (rezistor, bobină, condensator) cu parametrii(R,L,C)constanţi.

Calculul unor asemenea circuite trifazate, alimentate cu un sistem de tensiuni trifazat nesimetric $\underline{U}_{12}$,$\underline{U}_{23}$,$\underline{U}_{31}$(care se descompune în cele trei sisteme trifazate simetrice,conform rel.1o.77) se reduce la calculul a trei circuite trifazate liniare(avînd aceleaşi impedanţe pe faze ca cel dat)alimentate cu sisteme de tensiuni trifazate simetrice (vezi rel.1o.72,1o.74 şi 1o.76):

- primul,alimentat cu cel de succesiune directă:

$$\underline{U}_{12d} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{12}+a\underline{U}_{23}+a^2\underline{U}_{31})$$

$$\underline{U}_{23d} = a^2\underline{U}_{12d} = \frac{1}{3}(a^2\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + a\underline{U}_{31})$$

$$\underline{U}_{31d} = a\underline{U}_{12d} = \frac{1}{3}(a\underline{U}_{12}+a^2\underline{U}_{23}+\underline{U}_{31})$$

- al doilea, cu cel de succesiune inversă:

$$\underline{U}_{12i} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{12} + a^2\underline{U}_{23} + a\underline{U}_{31})$$

$$\underline{U}_{23i} = a\underline{U}_{12i} = \frac{1}{3}(a\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + a^2\underline{U}_{31})$$

$$\underline{U}_{31i} = a^2\underline{U}_{12i} = \frac{1}{3}(a^2\underline{U}_{12} + a\underline{U}_{23} + \underline{U}_{31})$$

- al treilea, cu cel omopolar :

$$\underline{U}_{12\theta} = \underline{U}_{23\theta} = \underline{U}_{31\theta} = \frac{1}{3}(\underline{U}_{12} + \underline{U}_{23} + \underline{U}_{31})$$

Cele trei circuite se studiază ca în cazurile precedente, fiind tensiunile de alimentare constituiau un sistem trifazat simetric, obţinîndu-se pe fazele receptorului trifazat, corespunzător celor trei sisteme simetrice de tensiuni direct, invers şi omopolar, curenţii:

$\underline{I}_{1fd}$, $\underline{I}_{2fd}$ şi $\underline{I}_{3fd}$,determinaţi de sistemul simetric de tensiuni cu succesiune directă;

$\underline{I}_{1fi}$,$\underline{I}_{2fi}$ şi $\underline{I}_{3fi}$, determinaţi de sistemul cu succesiune inversă;

$\underline{I}_{1f}$,$\underline{I}_{2f\theta}$ şi $\underline{I}_{3f\theta}$, determinaţi de sistemul omopolar.

Folosind metoda superpoziţiei (circuitul fiind liniar)se pot determina curenţii pe fazele receptorului dat(şi pe linie):

$$\begin{aligned} \underline{I}_{1f} &= \underline{I}_{1fd} + \underline{I}_{1fi} + \underline{I}_{1f\theta} \\ \underline{I}_{2f} &= \underline{I}_{2fd} + \underline{I}_{2fi} = \underline{I}_{2f\theta} \\ \underline{I}_{3f} &= \underline{I}_{3fd} + \underline{I}_{3fi} + \underline{I}_{3f\theta} \end{aligned} \tag{1o.9o}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{1\ell} &= \underline{I}_{1f} - \underline{I}_{3f} \\ \underline{I}_{2\ell} &= \underline{I}_{2f} - \underline{I}_{1f} \\ \underline{I}_{3\ell} &= \underline{I}_{3f} - \underline{I}_{2f} \end{aligned}$$

respectiv, **se calculează** tensiunile pe fazele receptorului dat (a cărui impedanţe pe faze sînt $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ şi $\underline{Z}_3$):

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1f} &= \underline{I}_{1f}\underline{Z}_1 \\ \underline{U}_{2f} &= \underline{I}_{2f}\underline{Z}_2 \\ \underline{U}_{3f} &= \underline{I}_{3f}\underline{Z}_3 \end{aligned} \tag{1o.91}$$

Cu acestea, se **pot exprima** şi puterile, cu expresiile cunoscute:

$$\begin{aligned} P &= U_{1f}I_{1f}\cos\varphi_1 + U_{2f}I_{2f}\cos\varphi_2 + U_{3f}I_{3f}\cos\varphi_3 \\ Q &= U_{1f}I_{1f}\sin\varphi_1 + U_{2f}I_{2f}\sin\varphi_2 + U_{3f}I_{3f}\sin\varphi_3 \end{aligned} \tag{1o.92}$$

$$S = U_{1f}I_f + U_{2f}I_{2f} + U_{3f}I_{3f}$$

Unghiurile φ_1, φ_2, φ_3, sînt defazajele dintre tensiunile şi curenţii de pe fazele respective.

Metoda componentelor simetrice este avantajoasă la calculul circuitelor trifazate alimentate cu un sistem de tensiuni trifazat nesimetric, receptorul fiind echilibrat($\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$)precum şi în cazul unor receptoare „parţial" dezechilibrate, cum ar fi punerea la pământ a unei faze a receptorului, întreruperea unei faze, etc.

CAPITOLUL XI

CIRCUITE ELECTRICE IN REGIM NESINUSOIDAL

11.1. Definirea regimului nesinusoidal

In cazul circuitelor electrice, mono şi trifazate, studiate anterior, s-a considerat că mărimile electrice şi magnetice au o variaţie sinusoidală în timp. Studiul efectuat constituie o aproximaţie, deoarece în practică aceste mărimi nu au o variaţie riguros sinusoidală, datorită unor cauze, cum ar fi:

- La generatoarele sincrone, cu toate măsurile luate, nu se poate asigura, în întrefierul maşinii, o repartiţie a inducţiei magnetice B, riguros sinusoidală, şi nici o aşezare continuă (alăturată) a conductoarelor în crestăturile indusului. Ca urmare şi tensiunile electromotoare induse vor fi nesinusoidale. Alimentînd cu aceste tensiuni nesinusoidale receptoare electrice, curenţii prin acestea vor fi nesinusoidali (deformaţi), chiar dacă receptoarele conţin numai elemente de circuit liniare.

- Existenţa unor receptoare (consumatori) deformante, care alimentate cu tensiune sinusoidală, absorb curenţi nesinusoidali (deformaţi) şi invers, dacă sînt străbătute de curenţi sinusoidali, produc căderi de tensiune (tensiuni la borne) nesinusoidale. Este cazul bobinelor cu miez de fier, a redresoarelor, rezistoare neliniare, cuptoare cu arc, etc. Asemenea receptoare, sînt numite receptoare deformante de prima categorie. Receptoarele deformante de categoria a doua, sînt reprezentate de bobina fără miez feromagnetic şi de condensatoare (elemente liniare cu parametrii L şi C constanţi în timp) care alimentate cu tensiuni nesinusoidale (deformante), accentuează deformarea curenţilor (condensatoarele) respectiv o reduc pe aceasta (bobinele).

Regimul nesinusoidal (denumit şi regim deformant) este regimul permanent de funcţionare a circuitelor (reţelelor) electrice de curent alternativ, în care cel puţin una din mărimile electrice (tensiune sau curent) este nesinusoidală.

In sistemul energetic, regimul deformant are efecte negative asupra transportului, distribuţiei şi utilizării energiei electrice, ca de exemplu: cuplul electromagnetic al motoarelor asincrone şi factorul de putere sînt mai mici; apariţia unor rezonanţe cu consecinţe defavorabile asupra izolaţiei etc...

Studiul circuitelor electrice mono şi trifazate, în regim nesinusoidal, se poate efectua cu metodele cunoscute din regimul sinusoidal, dacă mărimile nesinusoidale se descompun în sume de termeni sinusoidali, (denumiţi armonici), conform „analizei armonice a funcţiilor periodice de timp" (problemă tratată la disciplina de Matematici speciale).

11.2. Noţiuni generale privind analiza armonică a funcţiilor periodice de timp

11.2.1 Descompunerea în armonici a mărimilor periodice de timp.

Mărimile nesinusoidale, dar periodice în timp, care satisfac condiţiile lui Dirichlet (să fie mărginite, de-a lungul unei perioade să aibă un număr finit de discontinuităţi de prim ordin şi de maxime, respectiv minime) se poate descompune într-o serie trigonometrică (serie Fourier) de forma:

$$u(t) = \frac{A_o}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t) \qquad (11.1)$$

unde,

$$A_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t).\cos n\omega t.dt \qquad (11.2)$$

$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\sin n\omega t.dt$$

$\frac{A_o}{2} = U_o$, componenta continuă a lui u(t).

Componenta continuă U_o reprezintă valoarea medie de-a lungul unei perioade. Dacă $U_o \neq 0$, mărimea u(t) se numeşte periodică cu componenta continuă (cu termen constant) iar cînd $U_o = 0$, - funcţie alternativă

Coeficienţii Fourier (A_n, B_n) se pot calcula cu rel.11.2, cînd se cunoaşte u(t) ca expresie analitică, respectiv prin metode grafo-analitice, dacă u(t) este dată sub formă de grafic.

Ţinînd seama de identitatea trigonometrică:

$$A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t = \sqrt{2}U_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \qquad (11.3)$$

în care:

$\sqrt{2}\,U_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$, şi reprezintă amplitudinea armonicii de ordinul n;

$\alpha_n = \operatorname{arctg}\frac{A_n}{B_n}$, faza iniţială a aceleiaşi armonici, (11.4)

descompunerea dată de rel.11.2, se poate scrie:

$$u(t) = U_o + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2}\,U_n \sin(n\omega t + \alpha_n) \qquad (11.5)$$

Se vede că termenii în cosinus şi sinus de acelaşi ordin n, au fost contopiţi, pe baza rel.11.3, într-unul singur (în sinus).

Relaţia 11.5 reprezintă o sumă de funcţiuni sinusoidale, de perioade T; T/2; T/3...T/n, în care n este întreg şi pozitiv, adică de frecvenţe $f = \frac{1}{T}$; 2f;...nf, respectiv pulsaţii $\omega = 2\pi f$; 2ω; 3ω; ...$n\omega$, frecvenţe şi pulsaţii ce cresc în progresie aritmetică.

Funcţiunile sinusoidale de pulsaţie $n\omega$, poartă denumirea

de armonice superioare de ordinul n, ale lui u(t). Armonica corespunzătoare lui n = 1, se numeşte fundamentala funcţiei periodice u(t).

Dacă se consideră nule fazele iniţiale ale armonicilor (deci $\alpha_n = 0$), relaţia 11.3 se scrie sub forma:

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{2}\,U_n \sin n\omega t =$$

$$= U_0 + \sqrt{2}U_1\sin\omega t + \sqrt{2}U_2\sin 2\omega t + \ldots + \sqrt{2}\,U_n\sin n\omega t + \ldots \quad (11.6)$$

sau, $$u(t) = U_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots \quad (11.7)$$

La studiul circuitelor electrice, în regim permanent nesinusoidal, funcţiile u(t) respectiv i(t) des întîlnite, nu conţin decît fundamentala şi cîteva armonici de ordin superior, ale căror amplitudini sînt mai accentuate, celelalte armonici fiind practic neglijabile.

11.2.2. Valorile efective ale tensiunii şi intensităţii curentului, cînd acestea sînt mărimi periodice nesinusoidale

Tensiunea şi curentul electric, ca funcţii periodice nesinusoidale, se pot scrie sub forma:

$$u(t) = U_0 + \sqrt{2}U_1\sin\omega t + \sqrt{2}U_2\sin 2\omega t + \ldots \sqrt{2}U_n\sin n\omega t + \ldots$$

$$= U_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n + \ldots \quad (11.8)$$

$$i(t) = I_0 + \sqrt{2}I_1\sin(\omega t - \varphi_1) + \sqrt{2}I_2\sin(2\omega t - \varphi_2) + \ldots$$

$$+\sqrt{2}I_n\sin(n\omega t - \varphi_n) + \ldots = i(t) = I_0 + i_1 + i_2 + \ldots + i_n + \ldots$$

unde φ_n este unghiul de defazaj dintre armonica de ordinul n a tensiunii şi armonica de acelaşi ordin a curentului.

Valoarea efectivă şi a unei mărimi periodice nesinusoidale (tensiune, curent) se defineşte ca în cazul mărimilor sinusoidale, adică:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t).dt} \quad (11.9)$$

respectiv,

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t).dt}$$

în care ţinînd seama de relaţiile 11.8, se poate scrie:

$$u^2(t) = U_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty}(\sqrt{2}U_n\sin n\omega t)^2 +$$

$$+ \sum_{n\neq m;\, n=1;m=1}^{\infty} 2(\sqrt{2}U_m\sin m\omega t).(\sqrt{2}U_n\sin n\omega t); \quad (11.10)$$

$$i^2(t) = I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty}\{(\sqrt{2}I_n\sin(n\omega t - \varphi_n)\}^2 +$$

$$+ \sum_{n\neq m;\, n=1;m=1}^{\infty} 2\{\sqrt{2}I_m\sin(m\omega t - \varphi_m).\sqrt{2}I_n\sin(n\omega t - \varphi_n)\}.$$

Inlocuind expresiile date de 11.10 în rel.11.9 se obţine:

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty}U_n^2} = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 \ldots + U_n^2 + \ldots}$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty}I_n^2} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \ldots + I_n^2 + \ldots} \quad (11.11)$$

căci:

$$\frac{1}{T}\int_0^T U_0^2\,.dt = U_0^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T \sqrt{2}U_n\sin n\omega t)^2.dt = U_n^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T 2.(\sqrt{2}U_m\sin m\omega t)\,.(\sqrt{2}U_n\sin n\omega t).dt = 0$$

deoarece integrala unei funcţiuni sinusoidale (cosinusoidale) efectuată pe o perioadă T, este întotdeauna zero.

Asemănător se poate demonstra şi expresia valorii efective a intensităţii curentului electric.

Aşadar, valoarea efectivă a unei mărimi periodice nesinusoidale de timp(tensiune sau intensitate de curent) este egală cu rădăcina patrată a sumei patratelor valorilor efective ale armonicilor şi a componentei continue.

Cu ajutorul valorilor efective ale mărimilor nesinusoidale dar periodice în timp, se poate exprima aşa numitul coeficient de distorsiune K_d, al unei astfel de mărimi. Acest coeficient caracterizează abaterea de la forma sinusoidală a mărimii nesinusoidale şi este definit de relaţia:

$$K_d = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + \cdots + U_n^2 + \cdots}}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \cdots + U_n^2 + \cdots}} = \sqrt{\frac{\sum_{n=2}^{\infty}U_n^2}{\sum_{n=1}^{\infty}U_n^2}} = \sqrt{\frac{U^2 - (U_0^2 + U_1^2)}{U^2 - U_0^2}} \quad (11.12)$$

mărimea $U_d = \sqrt{U^2 - (U_0^2 + U_1^2)}$, se numeşte reziduu deformant, ca valoare efectivă.

In expresiile 11.12, după cum se vede, se scade componenta continuă din expresia valorilor efective. Aceasta se datoreşte faptului că o componentă continuă nu afectează forma de variaţie a mărimii nesinusoidale.

Dacă $K_d \leq 0{,}05$, atunci mărimea periodică respectivă, se poate considera ca fiind o funcţiune sinusoidală de timp.

11.3. Calculul circuitelor electrice liniare, alimentate cu tensiuni nesinusoidale

A calcula un astfel de circuit, înseamnă a determina curenţii ca funcţie de timp, cînd se cunosc parametrii R,L,C(constanţi în timp) şi tensiunea nesinusoidală u(t), sub formă analitică sau grafică .

Pe baza relaţiei (11.6), calculul unui circuit electric liniar, alimentat cu o tensiune periodică nesinusoidală, se reduce la calculul a „n" regimuri sinusoidale (corespunzător celor „n" armonici în care a fost descompusă tensiunea de alimentare) şi a unui regim de curent continuu (corespunzător componentei continue U_0). Circuitul fiind liniar, este valabilă teorema superpoziţiei , şi ca urmare curentul rezultant i(t), se determină suprapunînd curenţii pe care îi produce fiecare armonică(respec-

tiv componenta continuă) dacă ar fi aplicate separat, succesiv, la bornele circuitului.

Se consideră tensiunea periodică nesinusoidală, de forma (rel.11.6) :

$$u(t) = U_o + \sum_{n=1}^{n} \sqrt{2}U_n \sin n\omega t \ . \qquad (11.13)$$

cu care se alimentează succesiv, elementele ideale de circuit, caracterizate de parametrii constanți R,L,C.

11.3.1. Rezistorul ideal, de rezistență R = ct. Din u(t) = Ri(t), relație ce reprezintă legea lui Ohm (valabilă în orice moment) rezultă curentul:

$$i(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{U_o}{R} + \sum_{n=1}^{n} \sqrt{2}\,\frac{U_n}{R} \sin n\omega t =$$

$$i(t) = I_o + \sum_{n=1}^{n} \sqrt{2} I_n \sin n\omega t. \qquad (11.14)$$

Se vede că rezistorul nu modifică forma curentului i(t) în comparație cu cea a tensiunii de alimentare u(t), iar defazajul între armonicile de ordinul n a tensiunii și curentului este zero ($\varphi_n = 0$).

11.3.2. Bobina ideală, de inductivitate constantă.

In acest caz, tensiunea la borne $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$, unde u(t) are expresia din 11.13, în care $U_o = 0$. Curentul prin bobina ideală, rezultă sub forma:

$$i(t) = \frac{1}{L}\int u(t)dt = \frac{1}{L}\int \sum_{n=1}^{n} \sqrt{2}U_n \sin n\omega t.dt$$

$$i(t) = \sum_{n=1}^{n} \sqrt{2}\,\frac{U_n}{n\omega L} \sin(n\omega t - \frac{\pi}{2}) = \sum_{n=1}^{n} \sqrt{2} I_n \sin(n\omega t - \frac{\pi}{2})$$

(11.15)

Se vede că amplitudinea armonicii curentului ($\sqrt{2}I_n$), scade cu creșterea ordinului armonicii, deoarece crește reactanța inductivă ($X_{Ln} = n\omega L$), reactanță ce se "opune" trecerii armonicii de ordinul n. Armonicile de ordin inferior (n mic) trec mai ușor prin bobină, iar cele superioare (n mare) sînt practic blocate. Așadar inductivitatea bobinei, reduce deformarea curentului față de cea a tensiunii aplicate, bobina fiind un element de „ netezire" a formei curentului.

In cazul bobinei (rel.11.15), armonica n. de curent, este cu $\frac{\pi}{2}$ defazată în urmă față de armonica de același ordin n a tensiunii.

11.3.3. Condensatorul ideal, de capacitate constantă

După cum se știe de la studiul circuitelor monofazate în regim sinusoidal, condensatorul de capacitate C, alimentat cu tensiune la borne u(t), absoarbe un curent:

$$i(t) = C\,\frac{du(t)}{dt} = C\,\frac{d}{dt}\left\{U_o + \sum_{n=1}^{n} \sqrt{2}U_n \sin n\omega t\right\}$$

$$i(t) = \sum_{n=1}^{n} \sqrt{2}U_n n\omega C.\sin\left(n\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \sum_{n=1}^{n} \sqrt{2}I_n \sin(n\omega t + \frac{\pi}{2}) \qquad (11.16)$$

Din rel.11.16, rezultă că amplitudinea armonicii curentului ($\sqrt{2}\ I_n$) crește cu creșterea ordinului armonicii căci scade $X_{cn} = \frac{1}{n\omega C}$ iar $I_n = \frac{U_n}{X_{cn}} = U_n \omega C$

Printr-un condensator trec mai ușor armonicile de ordin n foarte mare, ale intensității curentului. Condensatorul electric face ca armonicile de ordin superior ale curentului să fie mai pronunțate decît aceleași armonici ale tensiunii aplicate. Fiecare armonică a curentului este cu $\frac{\pi}{2}$ înaintea armonicii corespunzătoare a tensiunii.

Datorită dielectricului dintre armăturile condensatorului componenta continuă a curentului este nulă.

Proprietățile bobinei și condensatorului, cu privire la trecerea armonicilor de ordin superior, sînt folosite la construcția filtrelor electrice.

11.3.4. Circuit cu R.L.C în serie. Prezența condensatorului, face ca intensitatea curentului electric i(t), ce se stabilește în circuit, să nu aibe componentă continuă. Circuitul fiind liniar, (R,L,C constante în timp) se poate aplica teorema superpoziției. Curentul i(t) din circuit se obține ca rezultat al însumării curenților produși de fiecare armonică a tensiunii u(t), aplicată succesiv la bornele circuitului. Așadar, armonica de ordinul "n" a curentului se calculează ca și cum în circuitul liniar dat, ar acționa numai armonica de același ordin "n"a tensiunii u(t), independent de celelalte armonici.

Această armonică se poate scrie sub forma:

$$i_n = \sqrt{2}I_n \sin(n\omega t - \varphi_n) \qquad (11.17)$$

în care, φ_n este unghiul de defazaj dintre armonicile de ordinul "n" a tensiunii și curentului, dat de:

$$tg.\,\varphi_n = \frac{n\omega L - \frac{1}{n\omega C}}{R} \qquad (11.18)$$

I_n, valoarea efectivă a armonicii "n" având expresia:

$$I_n = \frac{U_n}{Z_n} = \frac{U_n}{\sqrt{R^2 + (n\omega L - \frac{1}{n\omega C})^2}} \qquad (11.19)$$

Curentul i(t) din circuit, în baza teoremei superpoziției, se scrie:

$$i(t) = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + \ldots + i_n = \sum_{n=1}^{n} i_n =$$

$$i(t) = \sqrt{2}I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + \sqrt{2}I_2 \sin(2\omega t - \varphi_2) + \ldots + \sqrt{2}I_n \sin(n\omega t - \varphi_n) =$$

$$i(t) = \sum_{n=1}^{n} \sqrt{2}I_n \sin(n\omega t - \varphi_n)$$

In circuitul serie de mai sus, se poate realiza o rezonanță de tensiune pentru o anumită armonică, spre exemplu cea de ordinul n. La rezonanța de tensiune, după cum se știe de la regimul sinusoidal, trebuie satisfăcută condiția de rezonanță:

$$X_{Ln} = X_{Cn} \text{ sau } n\omega L = \frac{1}{n\omega C}$$

adică, $$n^2 = \frac{1}{\omega^2 LC}$$

de unde rezultă:

$$n = \frac{1}{2\pi f\sqrt{LC}} \qquad (11.20)$$

Circuitul poate fi deci, acordat în rezonanţă de tensiune, cu una din armonicile tensiunii (cea de ordinul n),prin intermediul parametrilor L şi C la frecvenţa de bază f dată,sau prin alimentarea cu o tensiune u(t) de frecvenţă $f = f_0$(care să satisfacă rel.11.2o) la parametrii L şi C, daţi. La rezonanţă, armonica respectivă de curent, va apare foarte pronunţată faţă de cea a tensiunii (de acelaşi ordin) deoarece, la rezonanţă:

$$Z_n = \sqrt{R^2+(n\omega L - \frac{1}{n\omega c})^2} = R \qquad (11.21)$$

iar, $$I_n = \frac{U_n}{Z_n} = \frac{U_n}{R}$$

Acest fenomen de rezonanţă, este folosit în tehnică la selectarea unei anumite armonici (anumite componente).Dacă se realizează o rezonanţă de curent, (circuite paralel),atunci fenomenul respectiv se utilizează pentru reducerea la minimum sau eliminarea unor armonici perturbatoare (supărătoare).Asemenea circuite speciale (cu rezonanţă) se numesc filtre electrice.

La calculul unor circuite mai complexe, se procedează în felul următor:

- fiind date toate tensiunile ce acţionează (tensiunile surselor) în circuit, ca funcţii de timp u(t), acestea se descompun în serie Fourier, conform relaţiilor 11.1 ...11.7.
- se determină componenta continuă a curentului din circuit (dacă ea există) considerînd că acţionează în circuit,succesiv, numai componenta continuă a fiecărei tensiuni.
- se determină armonicile de ordinul n, ale curentului,determinate de armonicile de acelaşi ordin ale tensiunilor ce acţionează în circuit, folosind relaţia 11.18. Insumînd armonicile de ordinul n ale curentului, produse de toate sursele de tensiune (tensiuni) ce acţionează în circuit, se obţine armonica de ordinul n a curentului real din circuit(din latura de circuit).
- se determină curentul total din circuit, însumînd valorile instantanee,ale tuturor armonicilor curenţilor (respectiv componenta continuă), determinate mai sus. La însumarea acestor armonici nu se poate folosi metoda mărimilor complexe,deoarece reprezentarea în complex simplificat a unor mărimi electrice, presupune ca toate aceste mărimi să fie de aceeaşi frecvenţă(aceeaşi pulsaţie). Metoda complexă, se poate aplica în cazul însumării armonicilor de acelaşi ordin ale curentului total, produse de toate sursele de tensiune ce acţionează în circuit.

11.4. Puterile din circuitele electrice liniare, în regim nesinusoidal. Dacă unui circuit electric (unui dipol)i se aplică tensiunea periodică nesinusoidală:

$$u(t) = U_0+\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{2}U_n\sin n\omega t = U_0+\sum_{n=1}^{\infty}u_n \qquad (11.22)$$

$$u(t) = U_0 + u_1 + u_2 + u_3+\ldots+ u_n +\ldots$$

atunci în circuit, se stabileşte la regim permanent, un curent, de intensitate:

$$i(t) = I_0 +\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{2}I_n\sin(n\omega t -\varphi_n) = I_0 +\sum_{n=1}^{\infty} i_n \qquad (11.23)$$

$$i(t) = I_0 + i_1 + i_2 + i_3 +\ldots + i_n+\ldots$$

putîndu-se scrie puterea electromagnetică instantanee,sub forma

$$p(t)=u(t).i(t)=\left\{U_0 +\sum_{n=1}^{\infty}u_n\right\}\left\{I_0+\sum_{n=1}^{\infty}i_n\right\} \qquad (11.24)$$

$$p(t) = \left\{U_0+u_1+u_2+\ldots\ldots+u_n+\ldots\right\}\left\{I_0+i_1+i_2+\ldots+ i_n+\ldots\right\}$$

Puterea activă (ca şi în regim sinusoidal) se defineşte drept valoarea medie de-a lungul unei perioade T, a puterii electromagnetice instantanee, adică:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t).dt = \frac{1}{T}\int_0^T\left\{U_0+\sum_{n=1}^{\infty}u_n\right\}\left\{I_0+\sum_{n=1}^{\infty}i_n\right\}dt =$$

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T U_0I_0dt + \frac{1}{T}\int_0^T\sum_{n=1}^{\infty}u_ni_ndt + \frac{1}{T}\int_0^T\sum_{\substack{n\neq m\\ n=0;m=0}}^{\infty}u_m i_n\,dt \qquad (11.25)$$

în care, $\frac{1}{T}\int_0^T U_0I_0.dt = U_0I_0$, componenta continuă a puterii active ;

$\frac{1}{T}\int_0^T\sum_{n=1}^{\infty}u_ni_ndt = \sum_{n=1}^{\infty}U_nI_n\cos\varphi_n$, suma puterilor active ale armonicilor;

$\frac{1}{T}\int_0^T\sum_{\substack{n\neq m\\ n=0;m=0}}^{\infty}u_mi_ndt = 0$, deoarece, toate integralele(efectuate pentru o perioadă)din produsul a două mărimi sinusoidale de frecvenţe diferite(de ordin diferit $m \neq n$)sînt nule.

Aşadar puterea activă se poate scrie:

$$P = U_0I_0 +\sum_{n=1}^{\infty}U_nI_n\cos\varphi_n =$$

$$P = U_0I_0+U_1I_1\cos\varphi_1+U_2I_2\cos\varphi_2+\ldots + U_nI_n\cos\varphi_n+\ldots \qquad (11.26)$$

De reţinut, că o armonică a tensiunii de alimentare u(t), dă putere activă, numai cu armonica de acelaşi ordin a curentului i(t) din circuitul respectiv ,(componenta continuă se poate considera armonica de ordinul zero).

Pentru puterea reactivă Q, prin analogie cu regimul permanent sinusoidal, (respectiv simetric cu expresia puterii active) se poate scrie:

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin \varphi_n = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + \ldots + U_n I_n \sin \varphi_n + \ldots \tag{11.27}$$

Puterea aparentă, se defineşte tot ca în regim permanent sinusoidal, cu ajutorul valorilor efective (rel.11.11), adică:

$$S = UI = \sqrt{U_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n^2} \cdot \sqrt{I_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} I_n^2} \tag{11.28}$$

$$S^2 = (U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \ldots + U_n^2 + \ldots)(I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \ldots + I_n^2 + \ldots)$$

Se vede că în regim nesinusoidal, nu mai este valabilă relaţia între puteri $S = \sqrt{P^2+Q^2}$, deoarece $S = UI > \sqrt{P^2+Q^2}$, adică produsul valorilor efective ale tensiunii şi curentului (U.I), dintr-un circuit liniar în regim nesinusoidal, este mai mare decît suma produselor valorilor efective ale tensiunilor şi curenţilor armonicilor de acelaşi ordin.

Profesorul român, C.Budeanu, a introdus, în studiul circuitelor electrice în regim nesinusoidal, o putere specifică acestui regim, denumită putere deformantă D, şi definită prin relaţia:

$$D = \sqrt{S^2 - (P^2+Q^2)} \tag{11.29}$$

avînd ca unitate, VAd-ul (volt-amper-deformant).

Puterea deformantă este o mărime de calcul, ea neputînd fi măsurată aşa cum se măsoară puterea activă (cu wattmetre) şi cea reactivă (cu varmetre).

Relaţia 11.29 se mai poate scrie:

$$S = \sqrt{P^2+Q^2+D^2} \quad \text{sau} \quad S^2 = P^2+Q^2+D^2 \tag{11.30}$$

11.5. Factorul de putere la circuitele liniare, în regim nesinusoidal. Acesta este definit (în cadrul regimului nesinusoidal, circuite monofazate) drept cîtul pozitiv şi subunitar dintre puterea activă P (rel.11.26) şi puterea aparentă S (rel.11.28 şi 11.30).

$$K = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2+D^2}} \leq 1 \tag{11.31}$$

fără a mai corespunde unui cosinus de unghi de defazaj, aşa cum era cazul în regim permanent sinusoidal.

De remarcat că în regim nesinusoidal, factorul de putere rămîne subunitar şi cînd puterea reactivă devine nulă (Q=0), deoarece există puterea deformantă diferită de zero (D≠0). El devine egal cu unitatea numai dacă atît D cît şi Q sînt nule.

11.6. Proprietăţi ale sistemului de tensiuni nesinusoidale trifazat simetric. Un sistem de trei tensiuni periodice nesinusoidale $u_a(t)$, $u_b(t)$ şi $u_c(t)$, reprezintă un sistem trifazat simetric direct, de tensiuni nesinusoidale, dacă ele sînt identice ca formă de variaţie în timp şi defazate (în sens direct) cu cîte o treime de perioadă. Considerînd componenta continuă nulă ($U_0 = 0$) şi prima tensiune, de fază iniţială zero, un astfel de sistem se poate scrie:

$$u_a(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_n \sin n\omega t$$

$$u_b(t) = u_a\left(t - \frac{T}{3}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_n \sin n\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) \tag{11.32}$$

$$u_c(t) = u_a\left(t - 2\frac{T}{3}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_n \sin n\omega\left(t - 2\frac{T}{3}\right)$$

dar, $T = \frac{1}{f}$

şi ca urmare,

$$\frac{T}{3} = \frac{1}{3f} = \frac{1}{3f} \cdot \frac{2\pi}{2\pi} = \frac{2\pi}{3.2\pi f} = \frac{2\pi}{3\omega} \tag{11.33}$$

rezultînd sistemul de relaţii 11.32, sub forma:

$$u_a(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_n \sin n\omega t$$

$$u_b(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_n \sin n\omega\left(t - \frac{2\pi}{3\omega}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_n \sin\left(n\omega t - n\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_c(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_n \sin n\omega\left(t - \frac{4\pi}{3\omega}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{2} U_n \sin\left(n\omega t - n\frac{4\pi}{3}\right) \tag{11.34}$$

Analizînd expresiile acestui sistem de tensiuni trifazat simetric, direct, de tensiuni nesinusoidale, cu care se alimentează un receptor trifazat, rezultă unele proprietăţi şi anume:

11.6.1. Cele trei armonici u_{an}, u_{bn}, şi u_{cn}, de ordinul $n = 3m$, adică multiplu de trei, ($m = 1,2,3\ldots$), aparţinînd celor trei tensiuni $u_a(t)$; $u_b(t)$ şi $u_c(t)$, sînt în fază, cu alte cuvinte formează cîte un sistem trifazat omopolar.

Într-adevăr, în acest caz, se poate scrie:

$$u_{an} = \sqrt{2} U_n \sin n\omega t = \sqrt{2} U_{3m} \sin 3m\omega t$$

$$u_{bn} = \sqrt{2} U_n \sin\left(n\omega t - n\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2} U_{3m} \sin(3m\omega t - m2\pi) =$$

$$= \sqrt{2} U_{3m} \sin 3m\omega t \tag{11.35}$$

$$u_{cn} = \sqrt{2} U_n \sin\left(n\omega t - n.2\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2} U_{3m} \sin(3m\omega t - m.2.2\pi) =$$

$$= \sqrt{2} U_{3m} \sin 3m\omega t$$

11.6.2. Cele trei armonici, de ordinul $n = 3m+1$, adică:

$$u_{an} = \sqrt{2} U_n \sin n\omega t = \sqrt{2} U_{3m+1} \sin(3m+1)\omega t$$

$$u_{bn} = \sqrt{2} U_n \sin\left(n\omega t - n\frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2} U_{3m+1} \sin\left\{(3m+1)\omega t - (3m+1)\frac{2\pi}{3}\right\}$$

$$= \sqrt{2} U_{3m+1} \sin\left\{(3m+1)\omega t - \frac{2\pi}{3}\right\} \tag{11.36}$$

$$u_{cn} = \sqrt{2}U_n \sin(n\omega t - n.2\frac{2\pi}{3}) =$$

$$= \sqrt{2}U_{3m+1} \sin\left\{(3m+1)\omega t - (3m+1).2.\frac{2\pi}{3}\right\}$$

$$= \sqrt{2}U_{3m+1} \sin\left\{(3m+1)\omega t - 2\frac{2\pi}{3}\right\}$$

formează întotdeauna un sistem trifazat simetric, de succesiune directă. Pentru m = o, se obţin fundamentalele, care şi ele formează un sistem trifazat simetric de succesiune directă.

11.6.3. Cele trei armonici, de ordinul n = 3m + 2, adică:

$$u_{an} = \sqrt{2}U_{3m+2} \sin(3m+2)\omega t$$

$$u_{bn} = \sqrt{2}U_{3m+2} \sin\left\{(3m+2)\omega t - (3m+2)\frac{2\pi}{3}\right\}$$

$$= \sqrt{2}U_{3m+2} \sin\left\{(3m+2)\omega t - 2\frac{2\pi}{3}\right\}$$

$$u_{cn} = \sqrt{2}U_{3m+2} \sin\left\{(3m+2)\omega t - (3m+2).2\frac{2\pi}{3}\right\}$$

$$= \sqrt{2}U_{3m+2} \sin\left\{(3m+2)\omega t - \frac{2\pi}{3}\right\}$$

formează sisteme de tensiuni trifazate simetrice, de succesiuni inverse.

Se poate stabili acum, influenţa respectiv efectul armonicilor de tensiune în circuitele trifazate.

a) In cazul circuitelor trifazate conectate în stea, tensiunile de linie (înlănţuite) nu conţin armonici de ordinul n = 3m, adică multiplu de trei. Intr-adevăr aceste tensiuni sînt diferenţe a două tensiuni de pe faze,

$$u_{ab} = u_a - u_b \; ; \quad u_{bc} = u_b - u_c \; ; \quad u_{ca} = u_c - u_a \qquad (11.38)$$

şi ca urmare armonicile de ordin n = 3m se anulează, ele fiind în fază.

Din cauza lipsei armonicelor de ordinul n = 3m din tensiunea de linie, raportul U_{linie} pe $U_{fază}$ este mai mic ca $\sqrt{3}$. Raportul între valorile efective ale celorlalte armonici ale tensiunilor de linie şi fază este egal cu $\sqrt{3}$. Aceleaşi lucruri se pot spune despre curenţii pe linie şi faze, la conexiunea triunghi.

b) La conexiunea triunghi a fazelor generatoarelor sau transformatoarelor trifazate, cele trei faze formează un circuit închis (laturile triunghiului). Armonicile de ordin n = 3m, adică multiplu de trei, din tensiunile celor trei faze, formînd un sistem omopolar se adună (chiar dacă generatorul respectiv transformatorul, nu debitează energie receptoarelor) cîtă vreme suma celorlalte armonice este zero, acestea formînd sisteme trifazate simetrice, de succesiune directă sau inversă. Suma tensiunilor omopolare (armonicilor de ordinul n = 3m) determină în circuitul închis (triunghi) al fazelor generatorului respectiv transformatorului, un curent electric de circulaţie interioară, cu armonici numai de ordin multiplu de trei (impedanţele fazelor fiind considerate mărimi constante).

c) La un circuit trifazat cu receptor echilibrat, avînd conexiunea stea cu conductor neutru, dacă tensiunile pe faze sînt simetrice dar nesinusoidale, curenţii pe faze vor fi şi ei simetrici conţinînd fiecare toate armonicile, inclusiv cele de ordinul n = 3m (care constituie un sistem omopolar). Drept urmare, curentul $i_N = i_1 + i_2 + i_3$, din conductorul neutru (cu toate că receptorul este echilibrat), va fi egal cu suma armonicilor de ordin n = 3m, suma celorlalte armonici fiind nulă (sisteme simetrice). Pentru fiecare armonică de ordinul n = 3m, curentul din conductorul neutru va fi de 3 ori curentul de fază. Dacă conductorul neutru lipseşte ($Z_N = \infty$), atunci deplasarea neutrului (U_N), adică diferenţa de potenţial dintre nulul generatorului şi nulul receptorului, conţine numai armonici de ordinul n = 3m. Această diferenţă de potenţial (tensiune) poate obţine astfel de valori, încît ea devine periculoasă pentru exploatarea reţelei trifazate.

11.7. Circuite electrice neliniare alimentate cu tensiuni sinusoidale

11.7.1. Noţiuni generale

Elementul de circuit (rezistor, bobină, condensator), la care parametrii (rezistenţa R, inductivitatea L, capacitatea C) nu mai sînt constanţi, ci depind de valorile instantanee ale tensiunilor de la bornele elementelor şi a curenţilor ce le străbat, se numeşte element neliniar.

Circuitul electric ce conţine cel puţin un element neliniar, se numeşte circuit electric neliniar.

Proprietăţile elementelor neliniare, nu se mai pot deci caracteriza printr-o valoare constantă (R, L, C), ci printr-o caracteristică a elementului de circuit neliniar, şi anume:

- caracteristica tensiune-curent, $u_R = f(i)$, în cazul rezistoarelor neliniare (lămpi cu incandescenţă, termistoare, elemente cu tirit, baretoare, tuburi cu descărcări în gaze, arcuri electrice, tuburi electronice, cristale semiconductoare, redresoare etc). Rezistoarele neliniare nu satisfac legea lui Ohm, raportul între tensiune şi curent fiind o funcţie neliniară.

- caracteristica flux-curent, $\Phi = f(i)$, cu $u_L = N\frac{d\Phi}{dt}$, în cazul bobinelor cu miez feromagnetic, ce au N spire (transformatoare cu miez feromagnetic saturat, amplificatoarele magnetice, stabilizatoarele de tensiune cu ferorezonanţă, toate bobinele din maşinile şi aparatele electrice a căror miez feromagnetic lucrează în regim saturat magnetic etc).

- caracteristica tensiune-sarcină electrică $u_c = f(q)$, cu $q = \int i.dt$, pentru condensatoare neliniare (condensatoare ce conţin dielectrici neliniari cum sînt materialele feroelectrice).

Elementele neliniare ale unui circuit electric, în regim periodic, se pot împărţi în două categorii:

- elemente neliniare a căror funcţionare este descrisă cu ajutorul unor ecuaţii algebrice neliniare, numite elemente disipative (rezistoarele neliniare);
- elemente nedisipative, la care aceste ecuaţii sînt diferenţiale neliniare (bobine cu miez feromagnetic, condensatoare neliniare).

După modul cum se comportă elementele neliniare în circuitele de curent alternativ, se disting:

- elemente neliniare a căror caracteristică este liniară pentru valori instantanee dar neliniară în valori efective, numite elemente neliniare inerţiale (becul cu incandescenţă);
- elemente neliniare, pentru care caracteristica este neliniară atît în valori instantanee cît şi efective, numite elemente neliniare neinerţiale (tuburile electronice).

La calculul circuitelor electrice neliniare, în regim

alternativ periodic, nu se poate aplica principiul(metoda)superpoziţiei ca în cazul celor liniare (deci nici alte metode ce rezultă din acest principiu).

Circuitele electrice neliniare, alimentate cu tensiune sinusoidală se rezolvă de regulă cu ajutorul ecuaţiilor(ca valori instantanee) rezultate în urma aplicării teoremelor lui Kirchhoff, ecuaţii completate cu caracteristicile elementelor de circuit neliniare menţionate mai sus,(acestea fiind date de obicei sub formă de grafice).Sistemele de ecuaţii astfel obţinute, conţin ecuaţii integro-diferenţiale neliniare, pentru rezolvarea cărora nu se cunosc metode generale, ca în cazul celor liniare. Rezolvarea ecuaţiilor se face, de la caz la caz, pe cale grafică sau analitică. Metoda analitică presupune însă cunoscută expresia analitică a caracteristicilor elementelor de circuit neliniare, deci aproximarea lor cu funcţii analitice.

Cu toate dificultăţile matematice considerabile,studiul circuitelor cu elemente neliniare prezintă o importanţă practică deosebită, deoarece întreaga teorie a circuitelor electronice, a traductoarelor şi amplificatoarelor magnetice, a fenomenelor de detecţie, modulare, amplificare etc, este o teorie a circuitelor electrice şi magnetice neliniare.

11.7.2. Rezistorul neliniar.Acesta a fost prezentat în cap.8, cu ocazia studiului circuitelor de curent continuu cu elemente neliniare, cînd s-a definit:

- rezistenţa statică, $R_s = \frac{U_o}{I_o}$
- rezistenţa dinamică, $R_d = \frac{du}{di}$ (11.39)

In curent alternativ periodic, se introduce rezistenţa echivalentă în curent alternativ, R_a,definită ca raportul dintre valoarea efectivă U a tensiunii sinusoidale aplicată la bornele rezistorului neliniar şi valoarea efectivă I a curentului nesinusoidal care îl trăbate,adică:

$$R_a = \frac{U}{I} \frac{U}{\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}} = \frac{U}{\sqrt{I_0^2+I_1^2+I_2^2+\ldots+I_n^2}} \qquad (11.40)$$

Rezistoarele neliniare pot fi: necomandate sau comandate. Cele necomandate se caracterizează prin faptul că intensitatea i, a curentului prin rezistorul neliniar,este determinată numai de tensiunea u (aplicată la bornele sale),dependenţa i = f(u) fiind unică. In cazul celor comandate, i depinde nu numai de u ci şi de un alt parametru p, adică i = f(u,p),obţinîndu-se familii de caracteristici.Un asemenea parametru p(care poate fi de natură:electrică, magnetică, termică,mecanică etc...)poate influenţa caracteristica elementului neliniar atît prin deplasarea sa faţă de axe cît şi prin schimbarea aliurei acesteia. La calculul circuitelor electrice ce conţin rezistoare neliniare comandate, trebuiesc cunoscute:

- familia caracteristicilor de lucru, adică i = f(u),pentru p = constant.
- familia caracteristicilor de comandă, adică i = f(p) pentru u = constant;

Ca exemplu de rezistoare neliniare comandate se pot menţiona: tranzistorul, trioda, tiristorul,etc...

Pentru circuitele electrice ce conţin rezistoare neliniare, teoremele lui Kirchhoff au forma:

$$\Sigma i_k = 0 \text{ respectiv } \Sigma u_{ek} = \Sigma u_K \qquad (11.41)$$

cu precizarea că orice cădere de tensiune u_K, se determină de pe caracteristica elementelor neliniare ce compun ochiul de reţea respectiv.

11.7.3. Condensatorul real.In dielectricul unui condensator real apar pierderi de putere, fapt ce-l face să fie un element neliniar de circuit electric,(în regim alternativ periodic). Pierderile în dielectricul condensatorului real se datoresc:

- pe de o parte,faptului că dielectricul dintre armături nu este un izolant perfect, adică rezistenţa sa electrică(dintre armăturile condensatorului)nu este infinită, aceasta prezentînd o conductanţă finită (deci pierderi prin conducţie);
- pe de altă parte, fenomenului de histerezis electric, fenomen ce constă în rămînerea în urmă (decalarea în timp)a inducţiei electrice D,faţă de intensitatea cîmpului electric E (pierderi prin histerezis electric).Histerezisul electric se referă la caracteristica $u_c = f(q)$ a condensatorului, deoarece q e proporţională cu D(legea fluxului electric), iar tensiunea u_c cu E.

Datorită acestor pierderi din dielectricul neliniar, curentul electric I_c ce străbate condensatorul,nu mai este defazat cu $\frac{\pi}{2}$ înaintea tensiunii U_c,de la bornele(armăturile)acestuia,ci cu un unghi $\varphi < \frac{\pi}{2}$.(fig.11.1).

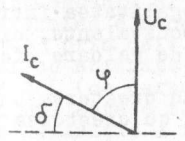


Fig.11.1

O caracteristică importantă a condensatorului neliniar (a dielectricului său)o reprezintă factorul de pierderi,definit cu tangenta unghiului:

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

Se vede că δ este complementul unghiului de defazaj φ.

Altă caracteristică a condensatorului real(neliniar) o constituie capacitatea dinamică a acestuia,C_d,definită de relaţia:

$$C_d = \frac{dq}{du_c} \qquad (11.42)$$

unde,

q - este sarcina electrică de pe armătura pozitivă a condensatorului real.

Se poate demonstra că un condensator real(neliniar)poate fi reprezentat printr-o schemă electrică echivalentă serie (fig. 11.2a) sau una paralel (fig.11.2b), în care intervine un condensator ideal C_s respectiv C_p şi un rezistor ideal R_s respectiv R_p.

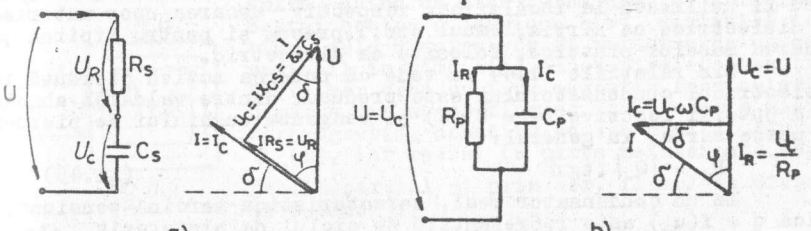


Fig.11.2

Pe baza diagramelor valorilor efective(fig.11.2a şi 2b), se poate scrie tangenta unghiului de pierderi(factorul de pierderi) sub forma:

$$tg\delta = \frac{U_R}{U_o} = \frac{IR_s}{IX_{cs}} = R_s C_s \omega$$

respectiv,

$$tg\delta = \frac{I_R}{I_c} = \frac{1}{\omega C_p R_p} \qquad (11.43)$$

Capacitatea condensatorului ideal, ce intervine în cele două scheme de mai sus, este practic de aceeaşi valoare,adică:

$$C_s \simeq C_p = C,$$

cîtă vreme rezistenţele rezistoarelor ideale sînt mult diferite şi anume:

$$R_s \ll R_p$$

Aceste relaţii între parametrii ideali ai schemelor electrice echivalente rezultă imediat dacă se scrie egalitatea între curenţii I,absorbiţi în cazul celor două scheme echivalente, cînd sînt alimentate cu aceeaşi tensiune sinusoidală, de valoare efectivă U.

Factorul de pierderi ($tg\delta$)creşte odată cu creşterea umidităţii şi a temperaturii dielectricului, precum şi cu creşterea intensităţii cîmpului electric din acesta.

Pierderile de putere activă P_d, în dielectricul condensatorului neliniar (real) de capacitate C,se pot exprima, pe baza celor două scheme din fig.11.2 şi a relaţiilor 11.43, cu neglijarea lui R_s^2 faţă de $(\frac{1}{\omega C_s})^2$ şi considerînd $C_s = C_p = C$,sub forma:

$$P_d = P_s = I^2 R_s = \left\{ \frac{U}{\sqrt{R_s^2 + (\frac{1}{\omega C_s})^2}} \right\}^2 \cdot \frac{tg\delta}{\omega C_s} =$$

$$= U^2 \omega C_s tg\delta = U^2 \omega C \, tg\delta . \qquad (11.44)$$

$$P_d = P_p = I_R^2 R_p = (\frac{U}{R_p})^2 . R_p = \frac{U^2}{R_p}$$

$$= U^2 \omega C_p \, tg\delta = U^2 \omega C \, tg\delta$$

deci cele două expresii au aceeaşi formă. Această putere activă (pierderi în dielectric) se transformă ireversibil în căldură,putînd fi utilizată la încălzirea, respectiv uscarea unor materiale dielectrice ca hîrtia,lemnul etc...precum şi pentru lipirea şi sudarea maselor plastice, folosite ca dielectric.

Din relaţiile 11.44 se vede că puterea activă pierdută în dielectricul condensatorului este produsul dintre valoarea absolută a puterii reactive ($Q = U^2 \omega C$) şi tangenta unghiului de pierderi. Se poate scrie, în general:

$$P_d = |Q| . tg\delta \qquad (11.45)$$

La un condensator real, caracteristica sarcină-tensiune, adică $q = f(u_c)$ este reprezentată de ciclul de histerezis electric, care arată ca în fig.11.3a, ea putînd fi aproximată uneori printr-un ciclu eliptic (fig.11.3b).Aproximarea se face cu condiţia păstrării valorilor maxime şi a egalităţii suprafeţelor celor două cicluri. Ciclul eliptic este caracteristic condensatoarelor liniare, deci prin această aproximare, la alimentarea condensatorului cu tensiune sinusoidală, toate mărimile vor fi sinusoidale, putîndu-se utiliza pentru calcul reprezentarea în mărimi complexe.Se pot determina parametrii schemelor echivalente (fig.11.2a şi 2b) care sînt parametrii ideali(liniari),circuitul cu condensator real(neliniar), devenind un circuit liniar.alimentat cu tensiune la borne sinusoidală.

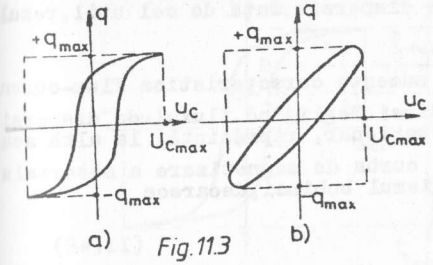


Fig.11.3

11.7.4. Bobina cu miez de fier. Variaţia neliniară a inducţiei B, cu intensitatea cîmpului magnetic H (pentru miezul feromagnetic al bobinei), redată de curba de magnetizare B=f(H), determină o dependenţă neliniară a fluxului fascicular mijlociu (ϕ) (prin cele N spire ale bobinei) de intensitatea i a curentului ce străbate aceste spire. Drept urmare, parametrul inductivitate L (ce caracterizează elementul de circuit electric,bobină) nu mai este o mărime constantă, ci depinde de i. Conform relaţiei de definiţie a inductivităţii, se poate scrie:

$$L = \frac{N\phi}{i} \qquad (11.46)$$

unde,

$\phi = f(i)$ este o funcţie neliniară de i.

Intrefierul circuitului magnetic al bobinei, are un efect „liniarizant "asupra caracteristicii $\phi = f(i)$ din cauză că μ_o=ct. iar reluctanţa magnetică corespunzătoare este predominantă.Deasemenea şi fluxul de dispersie ϕ_d are acelaşi efect, deoarece liniile de cîmp închizîndu-se în mare parte prin aer (μ_o=ct), face ca inductivitatea de dispersie L_d să fie constantă.Ca urmare fluxul $\phi_d$devine o funcţie liniară de i,putîndu-se scrie:

$$\phi_d = L_d \frac{i}{N} \qquad (11.47)$$

căci, prin definiţie,

$$L_d = \frac{N.\phi_d}{i}$$

In figura 11.4 este reprezentată schematic o bobină cu N spire, avînd un miez feromagnetic. Aplicînd acesteî bobine o tensiune u(t), variabilă în timp, cele N spire vor fi parcurse de un curent variabil în timp,i(t).Amperspirele(solenaţia) Ni(t) vor crea un flux magnetic fascicularϕ(t). O parte din acest flux se închide prin miezul feromagnetic, constituind aşa numitul flux util ϕ_u(t), iar restul (o parte neînsemnată,neglijabilă)parţial şi prin aer, fluxul de dispersie al bobinei ϕ_d(t).

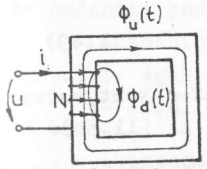


Fig.11.4

Se poate scrie, pentru valorile instantanee:

$$\phi(t) = \phi_u(t) + \phi_d(t)$$

iar dacă se neglijează fluxul de dispersie faţă de cel util, rezultă,

$$\phi(t) = \phi_u(t)$$

Dependenţa $\phi_u = f(i)$ se numeşte caracteristica flux-curent (sau ciclul de magnetizare) a bobinei. Neglijînd fluxul de dispersie, dependenţa $\phi_u = f(i)$ în regim staţionar, reprezintă, la altă scară, chiar relaţia $B = f(H)$, deci curba de magnetizare a materialului feromagnetic ce constituie miezul bobinei, deoarece

$$\phi_u = BS \qquad (11.48)$$

$$I = \frac{\ell}{N} H$$

unde, S - secţiunea miezului bobinei (a circuitului magnetic);
ℓ - lungimea circuitului magnetic ce constituie miezul.

In regim variabil, chiar la 50 Hz (regim sinusoidal), caracteristica flux-curent, nu mai este asemenea cu aceea dintre B şi H. Aceasta din cauză că la solenaţia magnetizantă $\theta_i = Ni(t)$ a bobinei date, se adaugă solenaţia demagnetizantă θ_f, corespunzătoare curenţilor Foucault (turbionari). Solenaţia θ_f, este proporţională cu tensiunea electromotoare indusă în miezul bobinei de către fluxul util $\phi_u(t)$. Se poate scrie:

$$\theta_f = -K \frac{d\phi_u(t)}{dt}$$

unde, K - reprezintă factorul de proporţionalitate.

Ca urmare, în regim variabil, ciclul de magnetizare este mai lat, adică prezintă un cîmp coercitiv mai mare decît în cazul regimului staţionar.

Pentru a determina curentul i(t), în regim permanent, cînd se cunosc u(t) şi parametrii R, L_d ai bobinei, trebuie rezolvate împreună:

-ecuaţia diferenţială a circuitului electric al bobinei;
-ecuaţia ce reprezintă caracteristica flux curent.

Tensiunea u de alimentare a bobinei (care trebuie să compenseze căderea de tensiune ohmică Ri şi tensiunea electromotoare u_e), se poate scrie:

$$u = Ri - ue = R.i - (-N \frac{d\phi}{dt}) = Ri + N \frac{d\phi_d}{dt} + N \frac{d\phi_u}{dt}$$

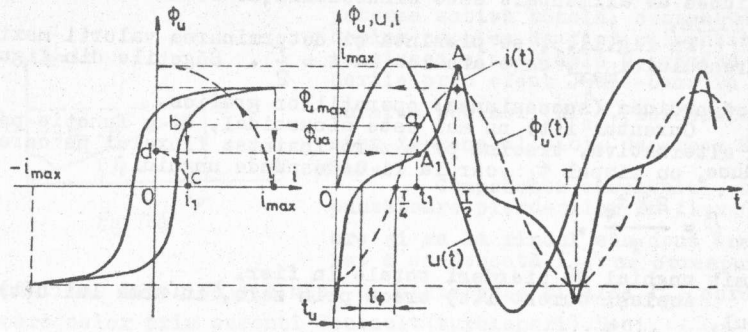
rezultînd ecuaţia diferenţială a circuitului bobinei, sub forma:

$$u = Ri + L_d \frac{di}{dt} + N \frac{d\phi_u}{dt} \qquad (11.49)$$

Ecuaţia ce reprezintă caracteristica flux-curent, este:

$$\phi_u = f(i) \qquad (11.50)$$

Determinarea lui i(t) se poate face cu o bună aproximaţie, pe cale grafică, ca în figura 11.5, unde se ia în considerare neliniaritatea introdusă de histerezis.



b) *Fig. 11.5* a)

Se consideră tensiunea u(t), aplicată la bornele bobinei, ca fiind sinusoidală, şi de fază iniţială zero (fig. 11.5a), adică: $u(t) = \sqrt{2}U \sin \omega t$. Cum în general, căderile de tensiune ohmică, Ri şi cea inductivă, $L_d \frac{di}{dt}$, sînt foarte mici, neglijabile faţă de tensiunea electromotoare de autoinducţie,

$$u_e = - N \frac{d\phi_u}{dt}$$

ecuaţia 11.49 se poate scrie sub forma:

$$u = N \frac{d\phi_u}{dt} \qquad (11.51)$$

In aceste condiţii, la tensiune de alimentare sinusoidală, rezultă că şi fluxul util $\phi_u(t)$ va fi sinusoidal, dar cu $\frac{\pi}{2}$ în urma lui u(t), adică:

$$\phi_u(t) = \phi_{umax} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \text{ cu } \phi_{umax} = \frac{\sqrt{2}U}{N\omega}, \qquad (11.52)$$

aşa cum este trasat şi în fig. 11.5a.

In fig. 11.5b este reprezentat ciclul de magnetizare al bobinei, $\phi_u = f(i)$, obţinut pe cale experimentală.

Pentru a determina pe cale grafică, curentul i(t), cînd sînt date sub formă de grafic, u(t), $\phi_u(t)$ şi $\phi_u(i)$ se procedează astfel:

- la un moment oarecare, $t = t_1$, fluxul $\phi_u = \phi_{ua}$, este dat de ordonata punctului a, a cărei abscisă este t_1 în fig. 11.5a;

- acestui flux util ϕ_{ua}, îi corespunde în fig. 11.5b, curentul i_1 egal cu abscisa oc a punctului b;

- arcul de cerc cd (cu raza oc) determină punctul d, astfel că $od = i_1$ (la scara curenţilor);

- curentul $i_1 = od$, corespunde momentului $t = t_1$ în reprezentarea i(t), deci s-a obţinut punctul A_1 al curbei curentului i(t);

- procedînd la fel, pentru diferite valori ale lui t, se obţine grafic, punct cu punct, curba curentului i(t), atunci cînd

tensiunea de alimentare este sinusoidală, de forma celei din fig.11.5a.

In fig.11.5, se prezintă şi determinarea valorii maxime a curentului i_{max}, care are loc la $t = \frac{T}{2}$. Săgeţile din figură indică ordinea (succesiunea) operaţiilor grafice.

Curentul i(t) nu mai este sinusoidal, ci o funcţie periodică alternativă, trecînd prin zero înaintea fluxului pe care îl produce, cu timpul t_ϕ, căruia îi corespunde unghiul,

$$\beta = \frac{2\pi t_\phi}{T},$$

denumit unghiul de pierderi totale în fier.

Acelaşi curent i(t) trece prin zero, în urma lui u(t) cu timpul,

$$t_u = (\frac{T}{4} - t_\phi)$$

căruia îi corespunde unghiul,

$$\alpha = (\frac{\pi}{2} - \beta)$$

Datorită simetriei faţă de origine a ciclului de magnetizare $\phi_u = f(i)$, curba curentului satisface relaţia:

$$i(t) = -i\,(t + \frac{T}{2}) \qquad (11.53)$$

ceea ce înseamnă (conform analizei armonice studiată la cursul de matematici) că i(t) conţine numai armonice de ordin impar.

In tehnică este dificil de a se efectua calcule cu un asemenea curent determinat pe cale grafică, avînd o variaţie nesinusoidală (curent deformat). Din acest motiv, se foloseşte un curent echivalent i_e, cu o variaţie sinusoidală:

$$i_e = \sqrt{2}I_e \sin(\omega t - \alpha) = \sqrt{2}I_e \sin\,(\omega t + \beta - \frac{\pi}{2}) \qquad (11.54)$$

şi care,

- are valoarea efectivă I_e, egală cu valoarea efectivă a curentului real nesinusoidal, adică:

$$I_e = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + \dots I_{2n+1}^2}$$

- produce în circuit o putere activă (tensiunea de alimentare sinusoidală fiind aceeaşi din cazul curentului real) egală cu cea consumată prin histerezis, în cazul curentului nesinusoidal.

Acest curent echivalent, sinusoidal, este defazat cu unghiul α, în urma tensiunii sinusoidale aplicată la bornele bobinei, şi cu β înaintea fluxului ϕ, produs de i_e.

In fig.11.6, curentul echivalent sinusoidal I_e este descompus în două componente:

- o componentă, în fază cu tensiunea U, cu care este alimentată bobina, numită componentă activă, I_a şi corespunde pierderilor de putere activă din bobina cu miez feromagnetic;
- o componentă defazată cu $\frac{\pi}{2}$ în urma tensiunii U, deci în fază cu fluxul ϕ, numită componentă magnetizantă, I_μ.

S-au neglijat căderile de tensiune (ohmică şi inductivă) de pe bobină, astfel că $U_e = U$. Practic I_a corespunde pierderilor totale în fier ale bobinei ($I_a = I_{Fe}$), care se determină din

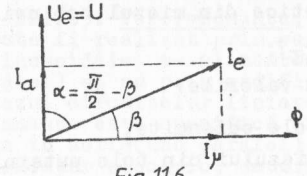


Fig.11.6

puterea activă totală, consumată de bobina cu miez de fier alimentată cu tensiunea sinusoidală U, scăzînd pierderile prin efect Joule-Lenz în înfăşurarea bobinei (RI_e^2). Pierderile RI_e^2 sînt în general mici, deoarece R este mic.

Componenta curentului, corespunzătoare pierderilor în fier (I_{Fe}) are şi ea la rîndul său două componente: o componentă I_H, ce corespunde pierderilor datorită ciclului de histerezis şi alta I_f, corespunzătoare celor prin curenţi Foucault (turbionari). Deci,

$$I_{Fe} = I_H + I_f \qquad (11.55)$$

Puterea electromagnetică instantanee, absorbită de bobina cu miez de fier, ţinînd seama de relaţia 11.49, se scrie sub forma:

$$p = ui = Ri^2 + i\,L_d \frac{di}{dt} + Ni \frac{d\phi_u}{dt}$$

$$= Ri^2 + \frac{L_d}{2} \cdot \frac{d}{dt}(i^2) + Ni \frac{d\phi_u}{dt} \qquad (11.56)$$

iar puterea activă, corespunzătoare (puterea medie în raport cu o perioadă a puterii electromagnetice) rezultă sub forma:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T RI^2 dt + \frac{1}{T}\int_0^T id\phi_u = RI^2 + f\int_0^T id\phi_u \qquad (11.57)$$

deoarece integrala termenului $iL_d \frac{di}{dt}$ este zero, o inductivitate nu consumă putere activă.

Primul termen din rel.11.57 *adică* (RI^2), reprezintă pierderile de putere activă prin efect Joule-Lenz în rezistenţa R a bobinei, denumite şi pierderile în cupru, iar cel de al doilea termen, constituie puterea activă transmisă miezului feromagnetic, reprezentînd aşa numitele pierderi în fier,

$$P_{Fe} = f\int_0^T id\phi_u \qquad (11.58)$$

Integrala efectuîndu-se în planul (ϕ_u - i), în lungul ciclului de magnetizare, ea va fi proporţională cu suprafaţa delimitată de acest ciclu (aria ciclului).

Aceste pierderi în fier pot fi considerate ca fiind formate, corespunzător celor două componente a lui I_{Fe} (rel.11.55), din pierderi prin histerezis (P_h) şi pierderi prin curenţi turbionari (P_f). Se poate scrie deci :

$$P_{Fe} = P_h + P_f \qquad (11.59)$$

Pentru calculele practice, se folosesc următoarele relaţii:

$$P_h = \left[\alpha_h \frac{f}{100} B_m + \beta_h \frac{f}{100} B_m^2\right] M \;;\quad P_f = \frac{\pi}{6\rho} \Delta^2 f^2 B_m^2 M \qquad (11.60)$$

unde s-a notat:

f, frecvenţa tensiunii de alimentare, în [Hz].
B_m, valoarea maximă a inducţiei magnetice din miezul bobinei, în [T];
M, masa miezului feromagnetic, în [Kg];
α_h, β_h, constante de material, care au valorile:

$\alpha_h \simeq 0,9$ şi $\beta_h \simeq (3,5 \sim 3,8)$ pentru miez din tole obişnuite,
$\alpha_h \simeq (0,4 \sim 0,3)$ şi $\beta_h = (2,6 \sim 2,1)$ în cazul miezului din tole puternic aliate;

Δ, grosimea tolei din care e confecţionat miezul bobinei, în [mm].
ϱ, rezistivitatea materialului feromagnetic (a tolei), în [Ωm].

Din rel.11.6o, rezultă că se obţin pierderi mici, la Δ mici (deci miez din tole cît mai subţiri), la ϱ cît mai mare şi α_h, β_h cît mai mici (deci tole cu siliciu, mai puternic aliate).

Bobina cu miez de fier, alimentată cu o tensiune sinusoidală $u = \sqrt{2}U \sin\omega t$, la care se neglijează rezistenţa spirelor(R) şi inductivitatea de dispersie (L_d), are o impedanţă echivalentă Z, ce se poate scrie ca mărime complexă sub forma:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}_e} = R_{Fes} + j\omega L_{us} = \frac{U}{I_e} e^{j\alpha} = \frac{U}{I_e}\cos\alpha + j\frac{U}{I_e}\sin\alpha \quad (11.61)$$

ceea ce permite reprezentarea unei astfel de bobine, prin schema electrică din fig.11.7a în care parametrii R_{Fes} şi L_{us} sînt ai unor elemente liniare ideale. R_{Fes} corespunde pierderilor de putere activă în fier iar L_{us} inductivitatea corespunzătoare fluxului util. Indicele s, simbolizează gruparea în serie a celor două elemente. Dacă nu se neglijează parametrii R respectiv L_d, schema echivalentă este cea din fig. 11.7b.

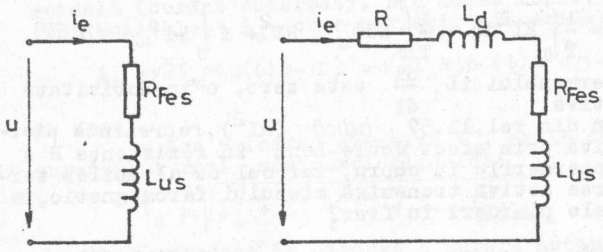


Fig.11.7

Pe baza figurii 11.6, cînd se neglijează parametrii R şi L_d ai bobinei cu miez de fier, se poate imagina şi o schemă echivalentă ca cea din fig.11.8a, pentru bobina dată, respectiv fig. 11.8b dacă se consideră şi parametrii R şi L_d.

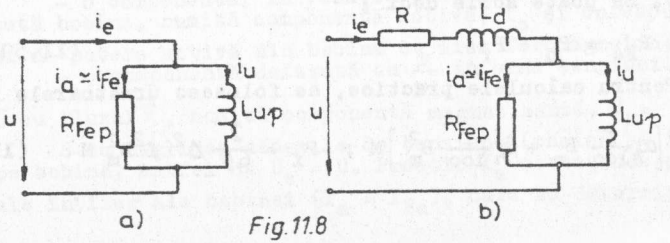


Fig.11.8

Parametrii acestor scheme echivalente (fig.11.7 şi 11.8) pot fi calculaţi.

11.7.5. Ferorezonanţa, este un fenomen de rezonanţă, care însă poate fi realizat prin varierea valorii efective a unei tensiuni sinusoidale ce alimentează un circuit cu L şi C(în serie sau paralel) şi nu prin modificarea parametrilor sau a frecvenţei ca în cazul circuitelor liniare (cu parametrii L şi C constanţi). Ferorezonanţa este specifică circuitelor electrice realizate prin gruparea în serie(sau paralel) a unei bobine cu miez de fier cu un condensator electric, datorită proprietăţilor neliniare a unor astfel de elemente de circuit.

Pentru simplicitate, fie o bobină cu miez de fier(de inductivitate L) la care se neglijează rezistenţa ohmică a bobinei (R=o) precum şi pierderile în fier, conectată în serie cu un condensator ideal(cu capacitate C). Circuitul astfel format (fig.11.9) este alimentat cu o tensiune sinusoidală

$u = \sqrt{2}\, U \sin\omega t.$

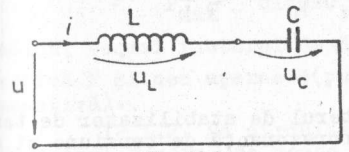


Fig.11.9

Operînd cu un curent (I = I_e) echivalent celui nesinusoidal ce se stabileşte în circuit datorită elementului neliniar(bobina cu miez de fier), căderile de tensiune pe bobină(u_L) şi pe condensator(u_c) vor fi în opoziţie de fază (ca la rezonanţa de tensiune). In ceea ce priveşte valorile efective, dependenţa

$$U_c = f(I) = I\,X_c = \frac{I}{\omega C}$$

este o dreaptă, cîtă vreme $U_L = f(I)$ este o curbă(bobină cu miez de fier), cu alura curbei de magnetizare.

Mărimile fiind considerate sinusoidale, se poate folosi calculul cu mărimi complexe, pentru circuitul din fig.11.9, putîndu-se scrie:

$$\underline{U} = j(\,U_L - U_c\,) \quad (11.62)$$

In figura 11.1o au fost reprezentate, la scara tensiunilor şi curenţilor, dependenţele:

$U_c = f(I)$

$U_L = f(I)$

iar apoi determinată grafic tensiunea;

$U = |U_L - U_c| = f(I)$

Se observă că atunci cînd tensiunea U, aplicată la bornele circuitului din figura 11.9 se măreşte treptat de la zero, curentul prin circuit creşte pînă la valoarea I_1 (punctul P_1 de ordonată U_1), iar apoi, o creştere mică a tensiunii ($U > U_1$) produce un salt de curent de la I_1 la I_2 (din punctul P_1 în P_2). Acest salt de curent este însoţit şi de un salt al fazei acestuia(cu 180°) în sensul că circuitul din inductiv ($U_L > U_c$) devine capacitiv ($U_L < U_c$). Crescînd acum în continuare pe U, va creşte liniar şi curentul I(porţiunea $P_2 - P_3$). Dacă se micşorează U, curentul I va descreşte spre I_o (pe porţiunea $P_3 - P_2 - P_o$). Punctul P_o este un punct de rezonanţă, unde U_L şi U_c, se compensează reciproc. Fenomenul prezentat mai sus se

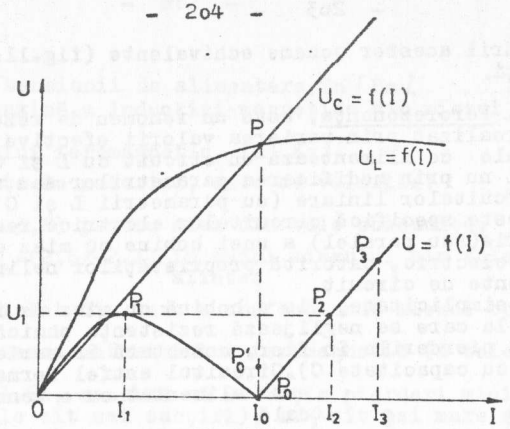


Fig.11.10

numeşte ferorezonanţă de tensiune.

Din fig.11.1o, se vede caracterul de stabilizator de tensiune a unui astfel de circuit cu ferorezonanţă de tensiune şi anume: pe porţiunea stabilă P_2-P_3, la variaţii mari ale tensiunii de alimentare U, se obţin la bornele bobinei, variaţii foarte mici de tensiune (U_L), variaţiile mari ale lui U fiind preluate de condensator.

Cînd se ia în considerare şi rezistenţa bobinei ($R \neq 0$), atunci punctul P_0 nu se mai află pe abscisă, ci pe verticala P_0P, în P_0', segmentul $\overline{P_0P_0'}$ reprezentînd căderea de tensiune pe rezistenţa bobinei.

Ferorezonanţa de curent, apare în cazul conectării unui condensator de capacitate C, în paralel cu o bobină cu miez feromagnetic de inductivitate L.

Fenomenul de rezonanţă are, în general, efecte nedorite în reţelele electrice, producînd disimetrii, supratensiuni etc... dar se şi utilizează în tehnică, la construcţia stabilizatoarelor de tensiune cu ferorezonanţă.

CAPITOLUL XII

FACTORUL DE PUTERE ŞI IMBUNĂTĂŢIREA LUI

12.1. Definirea factorului de putere. Pentru un circuit alternativ în regim periodic permanent, factorul de putere se defineşte, în general, ca raportul K_p, dintre puterea activă P şi puterea activă maximă P_{max}, schimbată pe la bornele acestui circuit, deci:

$$K_p = \frac{P}{P_{max}} \qquad (12.1)$$

12.1.1. La circuitele monofazate, în regim sinusoidal factorul de putere este:

$$K_p = \frac{P}{P_{max}} = \frac{UI\cos\varphi}{UI\cos 0^o} = \frac{UI\cos\varphi}{UI} = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} = \cos\varphi \qquad (12.2)$$

adică, tocmai factorul de defazaj, egal cu raportul dintre puterea activă P şi cea aparentă (puterea maximă) $S = \sqrt{P^2+Q^2}$ (Q fiind puterea reactivă).

12.1.2. La circuitele trifazate, în regim sinusoidal, pentru cazul general se poate scrie:

$$K_p = \frac{P}{P_{max}} = \frac{U_1I_1\cos\varphi_1 + U_2I_2\cos\varphi_2 + U_3I_3\cos\varphi_3}{P_{max}}$$

$$K_p = \frac{P_1+P_2+P_3}{P_{max}} \qquad (12.3)$$

unde,

U_1, U_2, U_3 - sînt tensiunile pe cele trei faze ale receptorului ;

I_1, I_2, I_3 - intensităţile curenţilor din aceleaşi faze;

φ_1, φ_2, φ_3 - unghiurile de defazaj dintre tensiunile şi curenţii de pe fazele respective.

In această situaţie, prin $K_p = \cos\varphi$, se poate defini un unghi mediu de defazaj al sistemului trifazat nesimetric (receptor dezechilibrat), care însă nu mai corespunde unui defazaj real între o tensiune şi un curent.

12.1.3. La circuitele trifazate, în regim sinusoidal, pentru cazul receptorului echilibrat, cînd:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$$

factorul de putere se defineşte prin relaţia:

$$K_p = \frac{P}{P_{max}} = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} = \frac{\sqrt{3}U_\ell I_\ell\cos\varphi}{\sqrt{3}U_\ell I_\ell} = \cos\varphi \qquad (12.4)$$

unde,

U_ℓ , I_ℓ - reprezintă tensiunea respectiv intensitatea curentului electric, ca mărimi pe <u>linie</u>, ale receptorului trifazat;

φ - unghiul de defazaj dintre tensiunea şi intensitatea curentului de pe <u>fazele</u> aceluiaşi receptor.

12.1.4. La circuitele monofazate, în regim nesinusoidal, unde apare şi puterea deformantă D, factorul de putere se defineşte prin relaţia:

$$K_p = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2+D^2}} \qquad (12.5)$$

şi nu mai corespunde unui defazaj între o tensiune şi curent.

12.1.5. Pentru circuitele trifazate, în regim nesinusoidal, nu se defineşte un factor de putere.

Din expresiile factorului de putere, prezentate mai sus, rezultă că la aceeaşi putere activă P, atunci cînd puterea reactivă Q creşte, K_p scade.

Putera reactivă Q, dintr-un circuit monofazat,se poate scrie şi funcţie de reactanţa X, respectiv susceptanţa B a circuitului, sub forma:

$$Q = UI\sin\varphi = I^2X = U^2B \qquad (12.6)$$

Cum reactanţa totală a unui circuit (fază),

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

şi susceptanţa respectivă,

$$B = \frac{X}{Z^2} = \frac{X}{R^2+X^2}$$

pot fi pozitive sau negative, rezultă că şi Q (rel.12.5)poate obţine valori pozitive ($Q>0$) respectiv negative ($Q<0$). Pentru circuitele cu caracter inductiv ($\omega L > \frac{1}{\omega C}$) rezultă $X>0$, adică $\varphi>0$ şi deci $Q>0$. Se spune că asemenea circuite consumă putere reactivă. La circuitele monofazate cu caracter capacitiv ($\omega L < \frac{1}{\omega C}$), rezultă $X<0$, respectiv $\varphi<0$ şi deci $Q<0$.Asemenea circuite debitează putere reactivă.

Din totalul consumului de energie reactivă (putere reactivă), cca (65-7o%) revine motoarelor asincrone trifazate,(2o-25)% transformatoarelor, iar aproximativ lo% reţelelor electrice de transport şi distribuţie şi altor receptoare(bobine de reactanţă, aparate cu inducţie etc).

Condensatorul electric reprezintă o sursă de energie(putere) reactivă. Un condensator de capacitate C, conectat la o reţea cu tensiunea U, furnizează reţelei puterea reactivă:

$$Q = U^2B = U^2\frac{1}{X_C} = U^2\omega C \qquad (12.7)$$

Factorul de putere se poate determina, atît ca valoare momentană, folosind valoarea puterii active P şi a celei reactive Q la un anumit moment,

$$\cos\varphi_{mom.} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} \qquad (12.8)$$

cît şi ca o valoare medie de-a lungul unui interval de timp t (oră, zi, săptămînă, lună) folosindu-se valorile energiilor:

$$\text{activă, } W_a = U(I\cos\varphi)_{med}\cdot t$$

$$\text{reactivă, } W_r = U(I\sin\varphi)_{med}\cdot t \qquad (12.9)$$

corespunzătoare perioadelor de timp t, obţinîndu-se :

$$tg\,\varphi_{med} = \frac{W_r}{W_a}$$

respectiv,

$$\cos\varphi_{med} = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\varphi_{med}}} = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{W_r}{W_a})^2}} = \frac{W_a}{\sqrt{W_a^2+W_r^2}} \qquad (12.1o)$$

Cunoaşterea factorului de putere prezintă mare importanţă în calculele electrice, mai ales pentru compensarea puterii, respectiv energiei reactive. La motoarele asincrone factorul de putere,cînd motorul funcţionează la sarcină nominală,este cu atît mai mare cu cît puterea nominală a motorului este mai mare.Valorile factorului de putere, la sarcină nominală, pentru motoare asincrone de diferite puteri sînt prezentate în fig. 12.1.

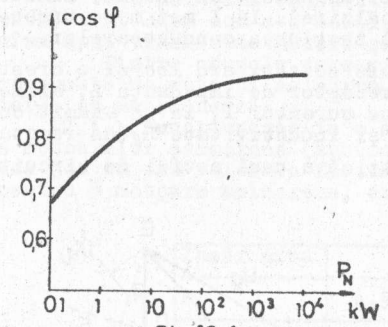


Fig.12.1

12.2. Importanţa economică a factorului de putere. Se ştie că generatoarele, transformatoarele electrice, liniile de transport şi distribuţie a energiei electrice, sînt proiectate şi executate să funcţioneze la un curent I şi o anumită tensiune U.Curentul I este limitat ca valoare, pentru a nu se depăşi o anumită valoare a pierderilor de putere, care ar duce la o încălzire excesivă a bobinajelor. Tensiunea U este şi ea limitată de condiţia ca izolaţia să nu se străpungă. Ca urmare, puterea aparentă S = UI este fixată ca valoare nominală a instalaţiei respective.

12.2.1. Din $P = UI\cos\varphi = S\cos\varphi$ (respectiv $P = K_pS$) rezultă că o instalaţie cu putere aparentă S dată, funcţionează la o putere activă cu atît mai mare cu cît factorul de putere($\cos\varphi$)este mai mare.

Cazul limită, $\cos\varphi = 1$ conduce la P = S, adică puterea activă este maximă. Prin urmare, un factor de putere mic, reduce capacitatea de încărcare a generatoarelor, transformatoarelor, reţelelor de transport şi distribuţie, ceea ce conduce la un randament scăzut al instalaţiei.

12.2.2. Din $P = UI\cos\varphi = UI.K_p$, rezultă că atunci cînd un receptor (consumator) necesită o anumită putere activă P, la o tensiune dată U, curentul I absorbit

$$I = \frac{P}{U.K_p} \qquad (12.11)$$

este cu atît mai mare cu cît K_p este mai mic. Curent mare înseamnă pierderi de putere Δp, pe linia de alimentare a receptorului ce are rezistenţa R_ℓ, mari;

$$\Delta p = I^2 R_\ell = \frac{P^2}{U^2 K_p^2} \qquad R_\ell = \frac{(UI\cos\varphi)^2}{(U\cos\varphi)^2} R_\ell = \frac{(UI)^2}{U^2} R_\ell$$

$$\Delta p = \frac{P^2+Q^2}{U^2} R_\ell \qquad (12.12)$$

Din rel.12.12, mai rezultă că pierderile de putere sînt cu atît mai mari, cu cît pentru aceeaşi putere activă, pe linia de rezistenţă R_ℓ se vehiculează o putere reactivă Q mai mare.

Pentru menţinerea pierderilor de putere în anumite limite impuse (condiţii economice şi de încălzire), la I mai mare, trebuie să fie micşorat R_ℓ , adică mărită secţiunea conductoarelor.

12.2.3. La un factor de putere scăzut, are loc şi o creşte re a căderilor de tensiune. Fie un receptor de impedanţă Z, alimentat cu tensiunea U_b, şi care absoarbe curentul I, la un anumit cos φ, printr-o linie de rezistenţă R_ℓ şi inductivitate L_ℓ (de reactanţă inductivă $X_\ell = \omega L_\ell$). Schema electrică a unui astfel de circuit, este reprezentată în fig. 12.2a.

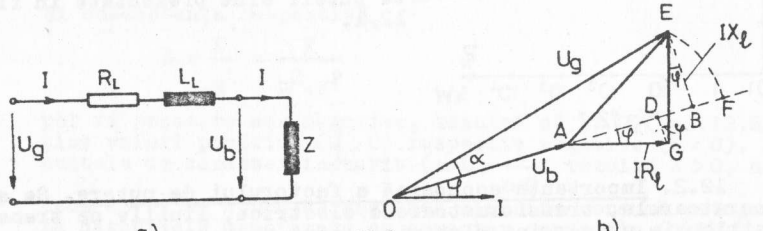


Fig. 12.2

Din diagrama fazorială (fig.12.2b) rezultă că pierderea de tensiune $\delta U = U_g - U_b$, (ca diferenţă algebrică) se poate scrie: $\delta U = \overline{OB} - \overline{OA}$, căci α este foarte mic şi arcul de cerc EF (cu centru în O) se poate înlocui cu perpendiculara EB. Folosind triunghiurile dreptunghice ce s-au format prin ducerea şi a perpendicularei $\overline{GD}$ pe direcţia lui U_b, se obţine:

$$\delta U = U_g - U_b = \overline{OB} - \overline{OA} = \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} =$$

$$\delta U = IR_\ell \cos\varphi + IX_\ell \sin\varphi = \frac{R_\ell}{U_b} P + \frac{X_\ell}{U_b} Q \qquad (12.13)$$

relaţie identică cu 9.177, obţinută la linia scurtă monofazată. Se vede că la cosφ scăzut, deci curent I mai mare (la acelaşi P şi U), pierderea de tensiune este şi ea mai mare. Din relaţia 12.13, se vede că pierderea de tensiune are două componente, una proporţională cu P şi cealaltă cu Q (la U = ct şi R_ℓ, X_ℓ constante). In cazul liniilor aeriene de transport al energiei electrice, la care $X_\ell > R_\ell$, la un cosφ sub (o,7 ~ o,8,) componenta proporţională cu Q este cea mai mare.

Aşadar, un factor de putere redus, măreşte pierderile de putere (necesitatea măririi secţiunii conductoarelor) şi pierderile de tensiune (cu consecinţele ce rezultă).

12.3. Cauzele care determină micşorarea factorului de putere.

Din expresia factorului de putere,

$$K_p = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}$$

sau,

$$K_p = \frac{\sqrt{S^2-Q^2}}{S} = \sqrt{1 - \frac{Q^2}{S^2}} \qquad (12.14)$$

rezultă că la aceeaşi putere activă P, respectiv aparentă S, acesta (K_p) este cu atît mai mic cu cît puterea reactivă Q este mai mare.

Cei mai mari consumatori de energie reactivă (putere reactivă) sînt după cum s-a menţionat mai sus, motoarele asincrone, urmînd apoi transformatoarele şi alţi consumatori.

Dintre cauzele care produc o creştere a puterii reactive consumate de motorul asincron, deci o micşorare a factorului de putere, se menţionează:

12.3.1. Funcţionarea la o sarcină mai mică decît cea nominală a motoarelor asincrone (subîncărcarea motoarelor). In tabelul de mai jos se dau valorile factorului de putere la diverse încărcări pentru 5 motoare asincrone, de puteri diferite.

Încărcarea	cos φ				
P_n	o,9	o,85	o,8	o,75	o,71
1/2 P_n	o,83	o,73	o,65	o,56	o,5o
3/4 P_n	o,88	o,81	o,75	o,69	o,62
5/4 P_n	o,9	o,86	o,81	o,78	o,76

Cazul limită de subîncărcare îl constituie mersul în gol al motoarelor asincrone. Ca exemplu, un motor asincron cu P_n = 4oo kw şi cos φ_n = o,83, la mersul în gol are cos φ_0 = (o,1 ~ o,3).

12.3.2 Schimbarea condiţiilor de funcţionare normală a motoarelor asincrone, cauzată de reparaţii defectuos făcute. Astfel, dacă se micşorează numărul de spire N al bobinajelor, creşte fluxul de dispersie, respectiv reactanţa corepunzătoare, şi ca urmare creşte şi puterea reactivă, scăzînd factorul de putere. Uneori, cînd apare o uzură a lagărelor, în loc să se înlocuiască acestea, în mod greşit se strunge rotorul, mărindu-se în acest fel întrefierul δ. Odată cu aceasta, creşte şi reluctanţa magnetică, ceea ce duce la micşorarea inductivităţii şi ca urmare la creşterea curentului de magnetizare. Creşterea acestui curent înseamnă creşterea puterii reactive, adică micşorarea factorului de putere.

12.3.3. Funcţionarea în gol a transformatoarelor, deoarece din punct de vedere al consumului de putere reactivă, acestea se comportă ca şi motoarele asincrone. Transformatoarele de sudură, care funcţionează relativ mai mult timp în gol şi au o dispersie mai mare, contribuie substanţial la micşorarea factorului de putere.

12.3.4. Cuptoarele electrice cu inducţie sînt mari consumatoare de putere reactivă, avînd un factor de putere scăzut.

12.3.5 Liniile electrice lungi, folosite în transportul energiei electrice, duc la un factor de putere scăzut. Dacă se notează cu L_ℓ inductivitatea liniei, atunci la funcţionarea în sarcină a liniei (linia e parcursă de curentul I), aceasta consumă o putere reactivă :

$$Q_\ell = I^2 X_\ell = I^2 \omega L_\ell = \frac{S^2}{U^2} \omega L_\ell = \frac{\omega L_\ell}{U^2} \left\{ P^2+Q^2 \right\} \qquad (12.15)$$

care creşte cu pătratul sarcinii (P şi Q referindu-se la consumatorul alimentat de linia respectivă) şi cu inductivitatea liniei, (aceasta fiind proporţională cu lungimea liniei).

12.3.6. Alegerea incorectă a tipului motorului de acţionare. Din acest punct de vedere se recomanda folosirea motoarelor de turaţie mare şi putere mare, care au un factor de putere mai mare. Folosirea motorului asincron şi în situaţiile cînd se poate utiliza un motor sincron (care are $\cos\varphi=1$), contribuie la un factor de putere mai mic.

12.3.7. Mărirea tensiunii U din reţea, duce la o creştere a puterii reactive absorbite, căci $Q = U^2B$ (B fiind susceptanţa) şi deci la o micşorare a factorului de putere. O mărire a lui U se obţine în cazul funcţionării reţelei cu sarcină redusă (în timpul pauzelor de prînz, spre exemplu).

12.4. Imbunătăţirea factorului de putere. Problema îmbunătăţirii factorului de putere se pune în felul următor: la aceeaşi putere (energie) activă absorbită de consumatori, să se micşoreze puterea (energia) reactivă consumată din reţeaua de alimentare. Altfel spus, îmbunătăţirea factorului de putere, înseamnă reducerea cantităţii de energie (putere) reactivă, solicitată sistemului energetic de către instalaţiile electrice industriale consumatoare. Acest lucru rezultă clar chiar din expresia factorului de putere (relaţiile 12,14), adică:

$$K_p = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} \qquad (12.16)$$

$$K_p = \frac{P}{S} = \frac{\sqrt{S^2-Q^2}}{S} = \sqrt{1-\frac{Q^2}{S^2}}$$

Importanţa compensării factorului de putere în reţelele electrice ale sistemului energetic, este ilustrată şi de faptul că tarifele de plata energiei electrice sînt diferenţiate, după valoarea factorului de putere, pentru consumatorii industriali de energie electrică. Astfel, cei cu $\cos\varphi < 0{,}92$, pe lîngă plata energiei active consumate, plătesc (conform Decret. 392/1980) şi energia reactivă: 6,025 lei pentru 1 kVArh în cazul alimentării cu înaltă tensiune (110 kV şi mai mare); 0,035 lei/kVArh în cazul tensiunilor medii, (1-110) kV; 0,05 lei/kVArh, cînd consumatorul este alimentat cu tensiune joasă (0,1-1) kV.

Consumatorii industriali cu $\cos\varphi \geq 0{,}92$ plătesc numai energia activă consumată.

Pentru îmbunătăţirea factorului de putere există două soluţii (posibilităţi):

- reducerea consumului de putere (energie) reactivă al consumatorilor electrici;
- producerea puterii (energiei) reactive cît mai aproape de consumatori, cu scopul de a reduce circulaţia acesteia pe liniile de transport şi reţele electrice de distribuţie.

Din prima categorie de soluţii (metode) se menţionează:

a) Organizarea în aşa fel a procesului tehnologic în întreprinderile consumatoare de energie electrică încît energia electrică să fie consumată la un factor de putere cît mai mare;

b) Inlocuirea tuturor motoarelor asincrone subîncărcate, cu altele de puteri corespunzătoare sarcinii determinată de mecanismul antrenat;

c) Reducerea tensiunii de alimentare a motoarelor asincrone ce funcţionează cu ϑ încărcare sub 0,45 Pn şi care nu pot fi înlocuite. Aceasta se poate realiza prin trecerea de la conexiunea triunghi a fazelor motoarelor la conexiunea stea, tensiunea reducîndu-se de $\sqrt{3}$ ori, respectiv cuplul motorului asincron şi puterea activă se reduc de 3 ori. In acest fel, gradul de încărcare al motorului creşte şi odată cu aceasta, factorul de putere. Soluţia se aplică la motoarele de joasă tensiune, 380/220 V.

d) Montarea aşa numitor limitatoare de mers în gol, care deconectează de la reţea motorul asincron care funcţionează în gol mai mult de 10 secunde. La durate mai reduse, consumul de energie reactivă cu ocazia pornirilor repetate, poate fi mai mare decît economia (de aceeaşi energie) realizată prin perioadele scurte de întrerupere.

e) Scoaterea din funcţiune a transformatoarelor din staţii şi posturi de transformare, în perioadele de sarcină redusă (sub 30%) şi repunerea lor în funcţiune la creşterea sarcinii.

f) Inlocuirea în toate cazurile posibile a motoarelor asincrone cu motoare sincrone, care funcţionează la un $\cos\varphi=1$. Este necesar, în general, alegerea corectă a tipului, puterii şi vitezei motoarelor instalate, care să conducă la un factor de putere cît mai mare.

g) Repararea în mod corespunzător a motoarelor asincrone, pentru a nu se modifica numărul de spire şi mai ales întrefierul δ.

Dintre posibilităţile de producere a puterii (energiei) reactive cît mai aproape de consumatori, se menţionează:

a) Montarea în vecinătatea consumatorilor, a compensatoarelor sincrone, care sînt maşini electrice sincrone, funcţionînd în regim supraexcitat, pentru producerea puterii reactive.

Printre avantajele acestei soluţii se menţionează faptul că ea permite o variaţie continuă a puterii reactive debitată în reţeaua ce alimentează consumatorul a cărui factor de putere se îmbunătăţeşte, prin reglarea excitaţiei maşinii sincrone. Se remarcă şi faptul că maşina sincronă este robustă, suportînd în condiţii bune solicitările electrodinamice şi termice ale curenţilor de scurtcircuit.

Imbunătăţirea factorului de putere, folosind compensatoarele sincrone, prezintă însă şi unele dezavantaje. Dintre acestea se menţionează:

- soluţia nu este economică, decît la puteri ale consumatorilor, minim 200 kVA la U = 0,4 kV respectiv 800 kVA la U = 6 kV;
- soluţia implică o instalaţie complexă, fiind nevoie de echipament electric auxiliar: motor auxiliar pentru pornirea maşinii sincrone, instalaţii de răcire şi de protecţie. Toate acestea presupun un personal de exploatare specializat;
- maşina sincronă consumă şi ea o putere activă (3-5%), are părţi în mişcare, deci este o sursă de vibraţii;
- costul specific, lei/ kVAr, este de 3-5 ori mai mare decît în cazul folosirii condensatoarelor electrice, pentru furnizarea energiei reactive.

b) Montarea bateriilor de condensatoare. Condensatoarele se montează în paralel cu consumatorul, deoarece tensiunea la bornele consumatorului trebuie să rămînă neschimbată. O baterie de condensatoare de capacitate C, conectată la o reţea (cu tensiunea U) debitează o putere reactivă ($Q = U^2\omega C$) constantă, atîta timp cît tensiunea U este constantă. Cum în general, U=ct, rezultă Q = ct şi ca urmare sînt necesare baterii în trepte (capacitatea C variază în trepte) pentru a compensa diferite valori ale factorului de putere, la acelaşi U.

Soluţia aceasta prezintă unele avantaje şi anume:

- realizarea cîtorva tipuri de puteri nominale unitare (putere reactivă), iar apoi constituirea în baterii cu puteri reactive de 15 kVAr pînă la sute de kVAr în reţelele de joasă tensiune, respectiv, de ordinul MVAr în cele de medie tensiune

(la joasă şi medie tensiune efectul compensării este maxim);

- soluţia e simplă, nu necesită personal calificat superior, e mai ieftină de 3-5 ori decît cea cu compensatoare sincrone;

- se poate realiza o compensare raţională prin folosirea în trepte a capacităţii bateriilor de condensatoare, fiind posibilă şi automatizarea în acest scop.

Montarea bateriilor de condensatoare, în vederea îmbunătăţirii factorului de putere, prezintă şi unele dezavantaje:

- se produc variaţii bruşte de tensiune la conectarea si deconectarea fiecărei trepte de capacitate a condensatorului, ceea ce poate dăuna consumatorilor;

- condensatoarele sînt sensibile la supratensiuni de lungă durată şi la acţiunea curenţilor de scurtcircuit;

- condensatoarele odată defectate (dielectricul străpuns) se scot în general din funcţiune, repararea lor fiind foarte dificilă.

12.5. Determinarea capacităţii condensatoarelor necesare îmbunătăţirii factorului de putere

12.5.1. Cazul consumatorului monofazat. Fie un consumator monofazat, alimentat cu tensiunea sinusoidală,

$$u_b = \sqrt{2}U_b \sin \omega t$$

care absoarbe de la reţea o putere activă,

$$P = U_b I \cos \varphi$$

şi una reactivă,

$$Q = U_b I \sin \varphi = P \operatorname{tg} \varphi .$$

Problema care se pune este de a îmbunătăţi factorul de putere de la $\cos \varphi$ la $\cos \varphi'$, căruia îi corespunde , la aceeaşi putere activă a consumatorului, puterea reactivă

$$Q' = P \operatorname{tg} \varphi'.$$

. Puterea reactivă Q' este cea absorbită de la reţea, în prezenţa condensatorului de capacitate C, care diferă de puterea reactivă Q absorbită numai de consumatorul monofazat. Pentru îmbunătăţirea factorului de putere de la $\cos \varphi$ la $\cos \varphi'$, capacitatea C care se montează în paralel cu consumatorul monofazat, trebuie să furnizeze reţelei de alimentare, puterea reactivă:

$$Q_c = Q - Q' = P(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi') \qquad (12.17)$$

Cum puterea reactivă, furnizată de un condensator alimentat cu tensiunea U_b, este:

$$Q_c = U_b^2 \omega C \qquad (12.18)$$

rezultă capacitatea condensatorului:

$$C = \frac{P}{U_b^2 \omega}(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi') \qquad (12.19)$$

Din considerente economice, nu este rentabilă o îmbunătăţire a factorului de putere pînă la $\cos \varphi = 1$, practic fiind raţional un $\cos \varphi = 0{,}95$.

12.5.2. Cazul consumatorului trifazat. Calculul este analog,cu precizarea că puterile active, reactive sînt cele totale (pe trei faze)şi sînt necesare trei condensatoare de capacitate C

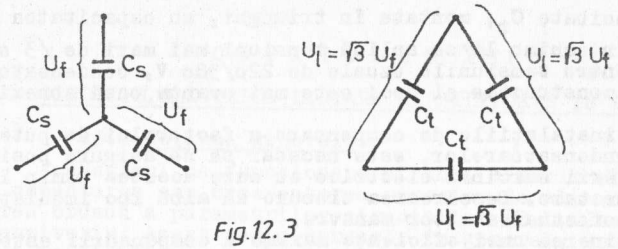


Fig.12.3

care se montează în stea sau triunghi, ca în figura 12.3.

Puterea reactivă, pe care trebuie să o furnizeze bateria de condensatoare grupate în stea sau triunghi este:

$$Q_c = Q - Q' = P(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi') \qquad (12.20)$$

analogă cu cea dată de rel.12.17, cu deosebire că P reprezintă puterea trifazată totală şi anume:

$$P = \sqrt{3}\, U_l I_l \cos \varphi$$

pentru consumatorul trifazat echilibrat, alimentat cu un sistem de tensiuni trifazat simetric, respectiv,

$$P = P_1 + P_2 + P_3 \text{ (corespunzător celor trei faze)}$$

în cazul general.

Un condensator (din cele trei, montate în stea sau triunghi) va trebui să furnizeze energia reactivă:

$$Q_c' = \frac{Q_c}{3} = \frac{Q - Q'}{3} = \frac{P}{3}(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi') = U^2 \omega C \qquad (12.21)$$

Dacă aceeaşi putere reactivă Q_c' , este compensată de condensatoare grupate în stea sau triunghi, atunci se poate scrie:

- pentru gruparea (conexiunea)în stea a condensatoarelor,

$$Q_c' = U_f^2 \omega C_s = \frac{P}{3}(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi') \qquad (12.22)$$

- pentru gruparea (conexiunea)în triunghi a celor trei condensatoare,

$$Q_c' = (\sqrt{3}U_f)^2 \omega C_t = \frac{P}{3}(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi') \qquad (12.23)$$

rezultînd pentru capacitatea unuia din cele trei condensatoare grupate în stea sau triunghi, valorile:

- gruparea stea,

$$C_s = \frac{P}{3U_f^2 \omega}(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi') \qquad (12.24)$$

- gruparea triunghi,

$$C_t = \frac{P}{3.3U_f^2 \omega} \cdot (\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi') \qquad (12.25)$$

Din relaţiile 12.24 şi 12.25 rezultă:

$$C_t = \frac{C_s}{3} \qquad (12.26)$$

Pentru compensarea aceleaşi puteri reactive, condensatoare-

le de capacitate C_t, montate în triunghi, au capacitatea de 3 ori mai mică, în schimb li se aplică tensiuni mai mari de $\sqrt{3}$ ori, decît la stea. Pentru tensiunile uzuale de 220/380 V, condensatoarele au aceeaşi construcţie şi deci este mai avantajoasă conexiunea în triunghi.

La instalaţiile de compensare a factorului de putere cu ajutorul condensatoarelor, este necesar să se asigure posibilitatea descărcării sarcinii electrice cu care acestea rămîn încărcate la deconectare. Descărcarea trebuie să aibă loc imediat şi direct, fără efectuarea altor manevre.

Obţinerea unei eficienţe maxime a compensării este funcţie de repartizarea bateriilor de condensatoare în instalaţiile de compensare. Din acest punct de vedere se disting:

a) Compensarea individuală, cînd bateriile de condensatoare se montează lîngă fiecare consumator de energie reactivă. Se foloseşte în general pentru motoarele asincrone, de putere mare (peste 5 kW), la joasă şi medie tensiune.

b) Compensarea pe grup, în cazul consumatorilor de puteri mici care sînt alimentaţi de la aceeaşi secţie de bare (sau tablou de distribuţie), unde se montează şi bateria de condensatoare. Prezintă avantajul, faţă de cea individuală, prin faptul că deconectările şi conectările receptoarelor nu afectează puterea debitată de bateria de condensatoare.

c) Compensarea centralizată, cînd se montează o singură baterie de condensatoare la barele de medie tensiune ale staţiei principale de transformare. Un dezavantaj al acestei compensări, îl constituie faptul că sînt necesare mai multe condensatoare decît dacă s-ar face compensarea individuală. De asemenea compensarea centralizată nu are efect direct asupra consumatorilor individuali.

Stabilirea tipului de compensare a factorului de putere (individuală, grup sau centralizată) se face pe baza unor calcule tehnico-economice comparative.

Industria noastră electrotehnică produce condensatoare necesare pentru îmbunătăţirea factorului de putere şi anume:

a) Fabrica de cabluri şi materiale electroizolante-Bucureşti produce condensatoare de 15 şi 20 kVAr, la tensiunea nominală U_n = 0,38 kV, 50 Hz, cu C = 440 μF, pentru baterii de 160 kVAr cu 2 trepte fixe şi 240 kVAr în 12 trepte.

b) Intreprinderea de instalaţii Bucureşti (aparţinînd Ministerului construcţiilor pentru industria chimică şi rafinării), produce baterii de condensatoare tip:

UNIVAR 60, cu 4 trepte a 15 kVAr, la 0,38 kV
UNIVAR -120, cu 4 trepte a 30 kVAr, la 0,38 kV
UNIVAR-180, fără trepte, deci cu o valoare fixă, de 180 kVAr la 0,38 kV.

c) Se produc şi echipamente complete pentru baterii de condensatoare (COMBAT), de joasă tensiune (3x380V), cu puteri de 60-900 kVAr, cu 3-4 şi 5 trepte.

CAPITOLUL XIII

CIRCUITE ELECTRICE LINIARE SI FILIFORME IN REGIM TRANZITORIU

13.1. Noţiuni generale

Regimul de funcţionare al unui circuit electric care succede conectarea sau deconectarea surselor de alimentare, sau schimbarea bruscă a parametrilor circuitului (R,L,C) se numeşte regim tranzitoriu. Acest regim durează, în general, un timp foarte scurt pînă la stabilirea regimului permanent, regim studiat în capitolele anterioare. In acest timp scurt, cît durează regimul tranzitoriu, are loc o „comutare" a stării circuitului respectiv, a mărimilor fizice ce caracterizează circuitul.

Unele dintre aceste mărimi fizice au proprietatea de continuitate, deci nu pot varia brusc de la o stare la alta. Asemenea mărimi sînt: intensitatea curentului electric i printr-o bobină, tensiunea electrică u_c la bornele unui condensator etc...

In cazul unei bobine de inductivitate L, curentul i (după conectarea sursei) creşte treptat, de la valoarea zero la o valoare de regim permanent. Nu poate avea loc o variaţie bruscă a curentului, căci în acest caz şi fluxul fascicular ϕ prin bobină ar varia brusc, conducînd la o tensiune electromotoare de autoinducţie,

$$u_e = -N \frac{d\phi}{dt} = \infty,$$ ceea ce este o imposibilitate, deoarece

tensiunea de alimentare are o valoare finită. Curentul i prin bobină (deci şi fluxul fascicular) au proprietatea de continuitate, pentru trecerea lor de la o valoare la alta este nevoie de o durată de timp tranzitorie, circuitul electric găsindu-se în regim tranzitoriu.

La un condensator electric de capacitate C, tensiunea electrică dintre armături u_c (tensiunea la bornele condensatorului) are proprietatea de continuitate. Intr-adevăr dacă u_c ar varia brusc în timp, atunci curentul prin condensator,

$$i = C \frac{du_c}{dt} = \infty,$$ ceea ce ar duce la puteri şi energii electromagnetice infinit de mari, adică la o imposibilitate.

Prezenţa acestor mărimi, ce au proprietatea de continuitate, determină existenţa regimului tranzitoriu al circuitelor electrice.

Pentru calculul circuitelor electrice liniare şi filiforme, în regim tranzitoriu, există diverse metode. O metodă, numită şi metoda directă, constă în rezolvarea directă a sistemelor neomogene de ecuaţii integrodiferenţiale liniare, cu coeficienţi constanţi, obţinute pe baza teoremelor lui Kirchhoff şi pe care le satisfac curenţii şi tensiunile din laturile reţelelor (circuitelor) respective, iar apoi determinarea constantelor de integrare. Alte metode constau din asocierea în mod biunivoc, unei funcţii reale sau complexe de variabilă reală, o altă funcţie de variabilă complexă. Asemenea asociere se numeşte transformată, fiind cunoscute metodele transformatei Laplace precum şi transformatei Fourier. Se mai cunosc: metoda integralelor Duhamel, metoda numerică (cu ajutorul calculatoarelor numerice) etc.

In cele ce urmează, se va folosi metoda directă. La circuitul dat, (cunoscîndu-se parametrii R,L,C şi tensiunea u(t) cu care este alimentat circuitul) se scrie ecuaţia diferenţială pe care o satisface curentul i(t) respectiv se scriu ecuaţiile (pe baza teoremelor lui Kirchhoff), în cazul cînd există o reţea electrică,

cu n noduri şi ℓ laturi. Ecuaţiile integrodiferenţiale se transformă, prin derivare (sau schimbări de variabile) în ecuaţii diferenţiale liniare, neomogene, cu coeficienţi constanţi.

Ne la matematici se ştie, că soluţia generală a unei ecuaţii diferenţiale liniare, neomogene, cu coeficienţi constanţi, se compune din suma a doi termeni, adică (considerîndu-se necunoscută curentul electric):

$$i(t) = i_p(t) + i_\ell(t) \qquad (13.1)$$

unde

$i(t)$, reprezintă soluţia regimului tranzitoriu al circuitului electric considerat;

$i_p(t)$, reprezintă soluţia particulară a ecuaţiei diferenţiale neomogene (generale) numită soluţia de regim forţat, forma şi mărimea sa nedepinzînd de condiţiile iniţiale ci numai de parametrii circuitului (structura reţelei) şi de forma de variaţie în timp a tensiunii aplicate (a tensiunilor electromotoare din reţeaua respectivă). Aceasta coincide cu soluţia permanentă, care poate fi continuă sau periodică, după cum este tensiunea de alimentare;

$i_\ell(t)$, reprezintă soluţia generală a ecuaţiei omogene (fără termenul liber) şi se numeşte soluţie de regim liber. Este determinată de parametrii circuitului (structura reţelei) şi de starea acestuia în momentul iniţial, adică de condiţiile iniţiale. Acest termen, caracterizează regimul tranzitoriu al circuitului.

Se ştie că soluţia unei ecuaţii integrodiferenţiale omogene, liniare, se obţine pornind de la ecuaţia caracteristică. Pentru aceasta se încearcă soluţia de forma exponenţială:

$$I_\ell = Ie^{pt} \qquad (13.2)$$

care are proprietăţile,

$$\frac{di_\ell}{dt} = pi_\ell \qquad (13.3)$$

$$\int i_\ell . dt = \frac{i_\ell}{p}$$

Determinarea constantei I se face impunînd condiţii iniţiale lui $i(t)$ şi nu componentelor sale i_p sau i_ℓ.

Regimul permanent de funcţionare al circuitelor electrice este regimul normal de funcţionare. Cu toate acestea, regimul tranzitoriu, care în timp durează foarte puţin, prezintă în unele cazuri o importanţă deosebită. De exemplu, regimul tranzitoriu ce are loc în cazul pornirii sau frînării unui motor electric de acţionare prezintă o mare importanţă, atît pentru motor cît şi pentru maşina pe care o antrenează acesta, datorită solicitărilor electrice, termice şi mecanice ce apar în acest regim de funcţionare.

În cele ce urmează se prezintă cîteva exemple de regimuri tranzitorii ce au loc în circuitele electrice.

13.2. Regimul tranzitoriu de stabilire a curentului electric într-un circuit cu R şi L în serie

Pentru circuitul electric din fig.13.1, se cunosc parametrii R,L constanţi, (un rezistor ideal în serie cu o bobină ideală) şi tensiunea u, aplicată circuitului, la momentul $t = o$ (cînd se închide întrerupătorul k). Ecuaţia diferenţială a unui astfel de circuit este cunoscută, din capitolele anterioare:

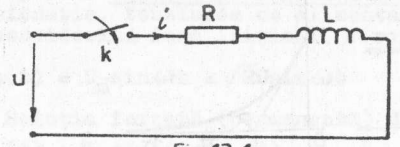


Fig. 13.1

$$u = Ri + L\frac{di}{dt} \qquad (13.4)$$

Soluţia unei asemenea ecuaţii diferenţiale, neomogene şi liniare este de forma rel.13.1, pentru componenta de regim liber i_ℓ, rezultînd ecuaţia omogenă:

$$L\frac{di_\ell}{dt} + Ri_\ell = 0 \qquad (13.5)$$

Cu soluţia de forma celei date de rel.13.2, rezultă ecuaţia caracteristică:

$$L\,p\,i_\ell + R\,i_\ell = 0$$

sau,

$$L\,p + R = 0$$

adică,

$$p = -\frac{R}{L} \qquad (13.6)$$

respectiv,

$$i_\ell = Ie^{pt} = Ie^{-\frac{R}{L}t} = Ie^{-\frac{t}{T_c}}$$

unde, $T_c = \frac{L}{R}$, se numeşte constanta de timp a circuitului, avînd dimensiunea de timp.

Soluţia regimului tranzitoriu va fi:

$$i(t) = i_p(t) + i_\ell(t) = i_p(t) + Ie^{-\frac{t}{T_c}} \qquad (13.7)$$

13.2.1. Cazul cînd u este o mărime constantă în timp. In aceste condiţii, soluţia forţată (permanentă) este:

$$i_p(t) = \frac{U}{R}$$

rezultînd, din rel.13.7, soluţia regimului tranzitoriu sub forma:

$$i(t) = \frac{U}{R} + Ie^{-\frac{t}{T_c}}$$

Cum la $t = o$, datorită existenţei inductivităţii L din circuit, şi $i(t) = o$, relaţia de mai sus se scrie:

$$i(o) = 0 = \frac{U}{R} + Ie^{-\frac{0}{T_c}} = \frac{U}{R} + I$$

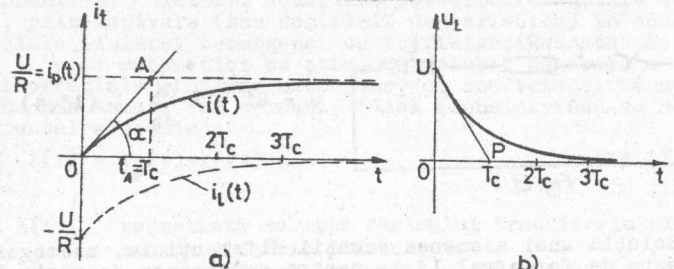
din care rezultă,

$$I = -\frac{U}{R}$$

Soluţia regimului tranzitoriu devine:

$$i(t) = \frac{U}{R} - \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{T_c}} = \frac{U}{R}\left\{1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right\} \qquad (13.8)$$

ea fiind reprezentată în figura 13.2a. Tangenta în origine la curba $i(t)$, taie asimptota $i_p(t) = \frac{U}{R}$ în punctul A, a cărui abscisă este t_A.



a) b)

Fig. 13.2

Din rel.13.8 rezultă:

$$tg\alpha = \left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{U}{L}$$

iar din fig. 13.2a,

$$tg\alpha = \frac{\frac{U}{R}}{t_A} = \frac{U}{R\,t_A}$$

Pe baza acestor relaţii se poate scrie:

$$tg\alpha = \frac{U}{L} = \frac{U}{R\,t_A}$$

adică,

$$t_A = \frac{L}{R} = T_c$$

Aşadar abscisa t_A este tocmai constanta de timp a circuitului. La T_c mare, variaţia lui i(t) este lentă, iar la T_c mică rapidă.

Ca valoare, la o bobină obişnuită cu L = o,5 H şi R = 5Ω, T_c este o,1 sec. La înfăşurările maşinilor electrice(excitaţia la generatoarele sincrone,spre exemplu) unde inductivităţile bobinelor cu miez de fier sînt mari, iar rezistenţele ohmice mici, rezultă constante de timp de ordinul secundelor.

Tot din rel.13.8 mai rezultă că, soluţia regimului tranzitoriu atinge valoarea soluţiei din regim permanent, adică i(t) = $= i_p(t)$, după t = ∞.Practic însă, după t = (3-4)T_c, soluţia $i_l(t)$ este neglijabilă faţă de i(t), putîndu-se considera atins regimul permanent, fig.13.2a.

Pentru tensiunea la bornele bobinei, se poate scrie:

$$u_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} = L\frac{d}{dt}\left\{\frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)\right\} = Ue^{-\frac{R}{L}t} \qquad (13.9)$$

Această tensiune descreşte exponenţial , spre zero (la t = O, u_L = U), iar tangenta în origine la $u_L(t)$, taie axa absciselor într-un punct P, de abscisă t = T_c(fig. 13.2b).

13.2.2. Cazul cînd u este o mărime sinusoidală. Pentru această situaţie, tensiunea de alimentare a circuitului se poate scrie, considerînd faza iniţială. zero,sub forma:

$$u(t) = U_m \sin\omega t = \sqrt{2}U\sin\omega t \qquad (13.1o)$$

Soluţia forţată (permanentă) după cum se ştie,este:

$$i_p(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi) \qquad (13.11)$$

unde,

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \text{ şi } tg\varphi = \frac{\omega L}{R}$$

Inlocuind pe (13.11) în (13.7) se obţine soluţia regimului tranzitoriu i(t) sub forma:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi) + Ie^{-\frac{R}{L}t} \qquad (13.12)$$

In circuit aflîndu-se bobina de inductivitate L, la t =o şi i = o,(proprietatea de continuitate a intensităţii curentului printr-o bobină),putîndu-se scrie, conform rel.13.12:

$$0 = I_m \sin(-\varphi) + I$$

de unde rezultă,

$$I = I_m \sin\varphi$$

Introducînd această valoare pentru I, în rel.13.12, se obţine:

$$i(t) = i_p(t) + i_l(t) = I_m\sin(\omega t - \varphi) + I_m\sin\varphi\cdot e^{-\frac{R}{L}t} \qquad (13.13)$$

Această soluţie a regimului tranzitoriu i(t) este reprezentată în figura 13.3.

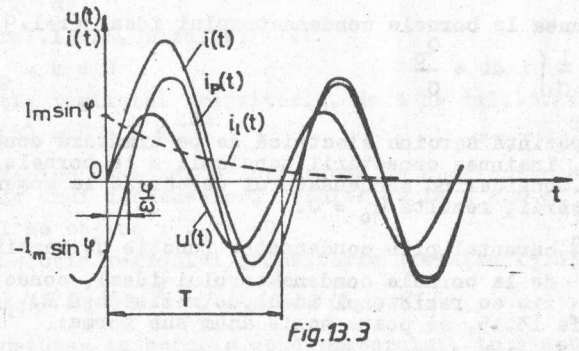


Fig. 13.3

Din fig.13.3 se poate observa cît de mult depinde forma lui i(t) de momentul conectării. In figura 13.3 este prezentată situaţia în care conectarea a avut loc cînd:

$$i_p(t) = -I_m \sin\varphi.$$

adică la t = 0.

Dacă s-ar face conectarea în momentul cînd $i_p(t) = 0$, ceea ce înseamnă, conform rel.13.11, o conectare la $t = \frac{\varphi}{\omega}$, atunci rezultă şi $i_\ell(t) = 0$, căci numai aşa (conform rel.13.12) la conectare, $i(t) = 0$. Componenta liberă fiind nulă, curentul de regim tranzitoriu va coincide cu cel corespunzător regimului permanent.

Curentul tranzitoriu i(t) diferă mult de cel permanent în cazul conectării la momentul cînd $i_p(t)$ trece prin maxim iar circuitul are o constantă de timp mare. In aceste condiţii, se poate demonstra, că i(t) ajunge aproape la dublul curentului $i_p(t)$, după trecerea unui timp egal cu o jumătate de perioadă, de la momentul conectării.

Tensiunea la bornele bobinei este:

$$u_L = L\frac{di(t)}{dt} = L\omega I_m \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) - RI_m \sin\varphi \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \qquad (13.14)$$

13.3. Regimul tranzitoriu de stabilire a curentului electric într-un circuit cu R şi C conectaţi în serie.

Pentru circuitul electric, a cărui schemă este reprezentată în figura 13.4, se cunosc :

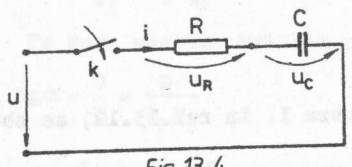


Fig. 13.4

- parametrii R şi C, constanţi, ai unui rezistor şi condensator ideali conectaţi în serie;
- tensiunea u, aplicată la bornele circuitului, în momentul închiderii întrerupătorului K (la t = 0).

Ecuaţia unui astfel de circuit, se poate scrie sub forma:

$$u = u_R + u_c = Ri + u_c \qquad (13.15)$$

Tensiunea la bornele condensatorului ideal (rel.9.4o) este:

$$u_c = \frac{1}{C}\int i\,dt + \frac{Q_o}{C}$$

unde,

Q_o - reprezintă sarcina electrică de pe armătura condensatorului, înaintea conectării tensiunii u la bornele circuitului. Considerînd condensatorul descărcat la momentul conectării, rezultă $Q_o = 0$.

$i = C\frac{du_c}{dt}$, curentul prin condensator funcţie de tensiunea u_c, de la bornele condensatorului ideal, conectat în serie cu rezistorul ideal, de rezistenţă R.

Ecuaţia 13.15, se poate scrie acum sub forma:

$$u = Ri + \frac{1}{C}\int i\,dt = RC\frac{du_c}{dt} + u_c \qquad (13.16)$$

Pentru regimul liber, adică ecuaţia diferenţială omogenă (u = o) rezultă:

$$RC\frac{du_{c\ell}}{dt} + u_{c\ell} = 0 \qquad (13.17)$$

Cu soluţia de forma celei date de rel.13.2, adică:

$$u_c = U_c e^{pt}$$

se obţine ecuaţia caracteristică:

$$RCp\,u_{c\ell} + u_{c\ell} = 0$$

sau

$$RCp + 1 = 0$$

de unde rezultă

$$p = -\frac{1}{RC} \qquad (13.18)$$

respectiv

$$u_{c\ell}(t) = U_c e^{pt} = U_c e^{-\frac{t}{RC}} = U_c e^{-\frac{t}{T_c}} \qquad (13.19)$$

unde,

$T_c = RC$, este constanta de timp a circuitului dat, format prin gruparea în serie a lui R şi C.

Soluţia regimului tranzitoriu pentru tensiunea la bornele condensatorului este:

$$u_c(t) = u_{cp}(t) + u_{c\ell}(t) = u_{cp}(t) + U_c e^{-\frac{t}{T_c}} \qquad (13.2o)$$

13.3.1. Cazul cînd u este o mărime constantă în timp (u=U)

Din cauza condensatorului de capacitate C, aflat în circuitul dat, în regim permanent curentul prin circuit este zero, căci condensatorul s-a încărcat şi tensiunea u_c la bornele acestuia nu se mai modifică, deci,

$$\frac{du_c}{dt} = 0$$

respectiv,

$$i = C\frac{du_c}{dt} = 0$$

Pe baza rel.13.16, rezultă:

$$u_{cp} = u = U$$

iar soluţia regimului tranzitoriu, dată de rel.13.2o, se scrie

$$u_c(t) = U + U_c e^{-\frac{t}{T_c}} \qquad (13.21)$$

Ţinînd seama de proprietatea de continuitate a tensiunii la bornele unui condensator, rezultă că la t = o şi $u_c(t) = 0$ iar din 13.21 se obţine : $U_c = -U$

Soluţia regimului tranzitoriu (relaţia 13.21) este:

$$u_c(t) = U + U_c e^{-\frac{t}{T_c}} = U - Ue^{-\frac{t}{T_c}} = U\left\{1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right\} \qquad (13.22)$$

adică tensiunea la bornele condensatorului, în timpul încărcării sale, creşte exponenţial pînă la valoarea U, a tensiunii de alimentare (fig.13.5).

Din rel 13.22 se poate calcula curentul tranzitoriu, din perioada încărcării condensatorului, adică :

$$i(t) = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d}{dt}\left\{U - Ue^{-\frac{t}{RC}}\right\} = \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (13.23)$$

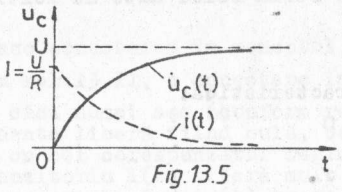


Fig.13.5

care descreste de la valoarea inițială $I = \frac{U}{R}$ (pentru t = 0) pînă la zero (fig. 13.5).

Din punct de vedere energetic, la încărcarea condensatorului, energia electrică înmagazinată în cîmpul acestuia,

$$W_{ec} = \frac{1}{2} C u_c^2$$

crește pînă la

$$W_{ec} = \frac{1}{2} CU^2$$

cînd condensatorul s-a încărcat.

In rezistorul de rezistență R, datorită efectului Joule-Lenz, se dezvoltă, sub formă de căldură, energia:

$$W_R = \int_0^\infty i^2(t) R dt = R\int_0^\infty i^2(t) dt$$

Inlocuind curentul $i^2(t)$ cu expresia sa dată de rel.13.23, rezultă

$$W_R = \int_0^\infty \left\{\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}}\right\}^2 dt = -\frac{U^2}{R}\frac{RC}{2}\left| e^{-\frac{2t}{RC}}\right|_0^\infty = \frac{U^2C}{2}\left| e^{-\frac{2t}{RC}}\right|_\infty^0 =$$

$$W_R = \frac{U^2C}{2} \qquad (13.24)$$

In tot acest interval de timp, de la rețeaua de curent continuu, s-a absorbit energia electromagnetică:

$$W_e = \int_0^\infty U i(t) dt = U\frac{U}{R}\int_0^\infty e^{-\frac{t}{RC}} dt = U^2C \qquad (13.25)$$

Se vede că se verifică principiul conservării energiei, adică:

$$W_{ec} + W_R = \frac{U^2C}{2} + \frac{U^2C}{2} = W_e = U^2C$$

La aceleași rezultate se ajunge, dacă în rel.13.15 se înlocuiește $u_c = \frac{1}{C}\int idt$, obținîndu-se ecuația integrală a curentului:

$$R\,i + \frac{1}{C}\int i.dt = U \qquad (13.26)$$

care apoi se rezolvă, rezultînd i(t). Se determină *după aceea*,

$$u_c = \frac{1}{C}\int i(t).dt$$

13.3.2. <u>Cazul cînd u este o mărime sinusoidală.</u> Tensiunea de alimentare a circuitului, (presupusă de fază inițială zero) are expresia:

$$u = U_m \sin\omega t = \sqrt{2}U\sin\omega t \qquad (13.27)$$

și determină un **curent** staționar (soluția forțată-permanentă) de forma:

$$i_p(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi) \qquad (13.28)$$

în care

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2+(\frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$tg\,\varphi = -\frac{X_c}{R} = -\frac{1}{\omega C R}$$

Corespunzător acestui curent staționar, se obține soluția forțată (permanentă) pentru tensiunea de la bornele condensatorului sub forma:

$$u_{cp} = \frac{1}{C}\int i_p(t).dt = \frac{1}{C}\int I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

$$u_{cp} = \frac{1}{\omega C}\frac{U_m}{Z}\sin(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) \qquad (13.29)$$

unde s-a considerat constamta de integrare nulă ($Q_0 = 0$).

Soluția liberă a tensiunii la bornele condensatorului, este de forma celei date de rel. (13.19) putîndu-se deci scrie pentru soluția regimului tranzitoriu, expresia:

$$u_c(t) = \frac{1}{\omega C}\frac{U_m}{Z}\sin(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) + U_c e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (13.30)$$

Pe baza proprietății de continuitate a lui u_c, rezultă la t = 0 și $u_c(t) = 0$, adică:

$$u_c(0) = 0 = \frac{1}{\omega C}\frac{U_m}{Z}\sin(-\varphi - \frac{\pi}{2}) + U_c e^{-\frac{0}{RC}}$$

adică

$$0 = -\frac{U_m}{\omega CZ}\sin(\varphi + \frac{\pi}{2}) + U_c \qquad (13.31)$$

și de aici,

$$U_c = \frac{U_m}{\omega CZ}\sin(\varphi + \frac{\pi}{2}) = \frac{U_m}{\omega CZ}\cos\varphi \qquad (13.32)$$

Cu acestea, soluția regimului tranzitoriu pentru tensiunea la bornele condensatorului (rel.13.30) se poate scrie:

$$u_c(t) = \frac{U_m}{\omega CZ}\left\{\sin(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) + \cos\varphi . e^{-\frac{t}{RC}}\right\} \qquad (13.33)$$

din care se vede, că, după închiderea întrerupătorului k, forma

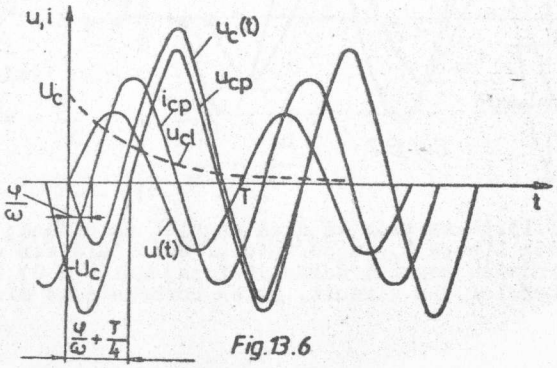


Fig.13.6

tensiunii la bornele condensatorului diferă de cea sinusoidală din cauza componentei libere (fig.13.6).

Expresia soluţiei regimului tranzitoriu, pentru $u_c(t)$, dată de rel.13.33, scoate în evidenţă influenţa pe care o are unghiul de defazaj asupra formei de variaţie în timp a tensiunii la bornele condensatorului, imediat după închiderea întrerupătorului k.

Odată cunoscută expresia lui $u_c(t)$, dată de rel.13.33, se poate calcula şi curentul de regim tranzitoriu, din circuit:

$$i = C\frac{du_c}{dt} = C\frac{d}{dt}\left\{\frac{U_m}{\omega C Z}\sin(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) + \frac{U_m}{\omega C Z}\cos\varphi . e^{-\frac{t}{RC}}\right\} =$$

$$i = \frac{U_m}{Z}\cos(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}) - \frac{U_m}{\omega Z}\frac{1}{RC}\cos\varphi . e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i = I_m\sin(\omega t - \varphi) - I_m\sin\varphi . e^{-\frac{t}{RC}} = i_{cp} + i_{c\ell} \qquad (13.34)$$

La scrierea acestor expresii s-a ţinut seama de relaţiile:

$$tg\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{1}{\omega CR}$$

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}}$$

In fig.13.7 sînt prezentate curbele componentelor permanentă (i_{cp}), liberă ($i_{c\ell}$) şi cea tranzitorie $i(t) = i_{cp} + i_{c\ell}$, ale curentului precum şi tensiunea de alimentare u, ca funcţiuni de timp, conform relaţiilor 13.27 şi 13.34.

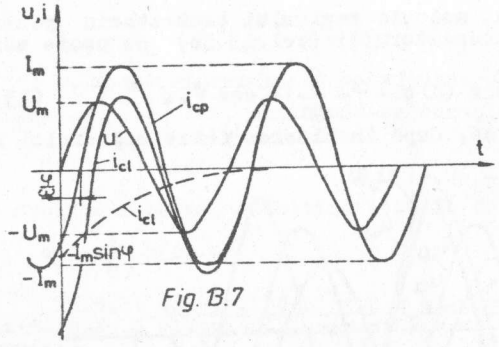


Fig. 13.7

Din rel.13.34 se vede că dacă unghiul de defazaj φ este nul atunci componenta liberă $i_{c\ell}$ a curentului este nulă ($\sin 0^o = 0$), în circuit stabilindu-se regimul normal. Defazaj nul ($\varphi = 0$) înseamnă lipsa condensatorului din circuit, adică bornele sale sînt scurtcircuitate.

13.4. Regimul tranzitoriu de stabilire a curentului electric într-un circuit cu R, L, C în serie.

Pentru un astfel de circuit electric, a cărui schemă este reprezentată în fig.13.8, la momentul t = 0, adică la închiderea întrerupătorului k, se cunosc parametrii circuitului R, L, C (mărimi constante) şi valoarea tensiunii u, aplicată circuitului.

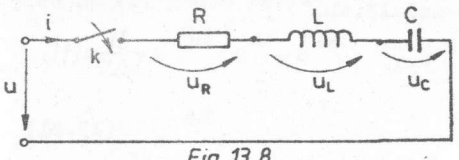


Fig. 13.8

Ecuaţia integrodiferenţială a curentului dintr-un astfel de circuit este cunoscută, (de la studiul circuitelor monofazate, rel.9.41) ea avînd forma:

$$u = u_R + u_L + u_C = R\,i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i.dt \qquad (13.35)$$

unde s-a considerat constanta de integrare nulă ($Q_0 = 0$)

Ecuaţia integrodiferenţială este liniară, cu coeficienţi constanţi şi neomogenă, soluţia generală avînd cele două componente:

$$i(t) = i_p(t) + i_\ell(t) \qquad (13.36)$$

13.4.1. Cazul cînd u este o mărime constantă în timp (u = U).

Circuitul dat, avînd în serie şi un condensator de capacitate C, în regim permanent curentul este zero, adică $i_p(t) = 0$. Ca urmare, curentul tranzitoriu i(t) din circuitul dat, are numai componenta liberă (soluţia de regim liber), care este deci şi soluţia regimului tranzitoriu, adică $i(t) = i_\ell(t)$. Soluţia tranzitorie (liberă) a curentului din circuitul dat, se obţine rezolvînd ecuaţia omogenă (cu termenul liber egal zero, U = 0):

$$L\frac{di(t)}{dt} + R\,i(t) + \frac{1}{C}\int i(t)dt = 0 \qquad (13.37)$$

care derivată, conduce la:

$$L\frac{d^2i(t)}{dt^2} + R\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = 0 \qquad (13.38)$$

a cărei ecuaţie caracteristică este:

$$L\,p^2 + R\,p + \frac{1}{C} = 0$$

cu rădăcinile,

$$p_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$p_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{LC}} \qquad (13.39)$$

Rezultă soluţia tranzitorie:

$$i(t) = I_1 e^{p_1 t} + I_2 e^{p_2 t} \qquad (13.40)$$

unde I_1 şi I_2 sînt constante de integrare ce se determină din următoarele condiţii iniţiale:

- la t = 0, cînd se închide intrerupătorul k, curentul este zero, datorită proprietăţii de continuitate a curentului printr-o bobină (bobina fiind în serie cu celelalte elemente de circuit). Se poate scrie deci, pe baza rel.13.4o,

$$i(t) = I_1 + I_2 = 0$$

adică,

$$I_1 = - I_2 \qquad (13.41)$$

- cum la t = 0, i(t) = 0,din rel.13.35, în care u = U iar i(t) este cel dat de rel.13.4o, rezultă:

$$\left| L \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = U = L\,(p_1 I_1 + p_2 I_2) \qquad (13.42)$$

Din relaţiile 13.41 şi 13.42, scrise sub forma:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= 0 \\ p_1 I_1 + p_2 I_2 &= \frac{U}{L} \end{aligned} \qquad (13.43)$$

rezultă, rezolvînd sistemul de ecuaţii, curenţii:

$$I_1 = \frac{U}{2\Delta_2 L} \qquad (13.44)$$

$$I_2 = - \frac{U}{2\Delta_2 L}$$

unde s-a notat:

$$\Delta_2 = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \qquad (13.45)$$

Notînd,

$$\Delta_1 = \frac{R}{2L}$$

şi ţinînd seama de relaţiile 13.39, soluţia tranzitorie a curentului,(rel.13.4o) se scrie:

$$i(t) = \frac{U}{2\Delta_2 L} e^{(-\Delta_1+\Delta_2)t} - \frac{U}{2\Delta_2 L} e^{(-\Delta_1-\Delta_2)t}$$

sau,

$$i(t) = \frac{U}{2\Delta_2 L} e^{-\Delta_1 t} \left\{ e^{\Delta_2 t} - e^{-\Delta_2 t} \right\} \qquad (13.46)$$

Forma de variaţie a acestui curent tranzitoriu,depinde de Δ_1 şi Δ_2, (de relaţiile ce există între parametrii R,L şi C), mai exact de cantitatea de sub radicalul ce apare în expresia lui Δ_2 (rel.13.45).Această cantitate poate fi pozitivă, zero sau negativă. Se disting, trei forme caracteristice (trei regimuri)de variaţie a curentului tranzitoriu şi anume:

a)Regimul liber(tranzitoriu) aperiodic, cînd rădăcinile ecuaţiei caracteristice sînt reale, distincte şi negative.Aceasta presupune cantitatea de sub radicalul lui Δ_2, o mărime pozitivă, adică $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ .In aceste condiţii expresia curentului tranzitoriu (rel.13.46)se mai poate scrie:

$$i(t) = \frac{U}{2\Delta_2 L} e^{-\Delta_1 t} \left\{ e^{\Delta_2 t} - e^{-\Delta_2 t} \right\} = \frac{U}{\Delta_2 L} e^{-\Delta_1 t} \left\{ \frac{e^{\Delta_2 t} - e^{-\Delta_2 t}}{2} \right\}$$

sau,

$$i(t) = \frac{U}{\Delta_2 L} e^{-\Delta_1 t} sh.\Delta_2 t \qquad (13.47)$$

Pentru tensiunea tranzitorie de la bornele condensatorului, rezultă expresia:

$$u_c(t) = \frac{1}{C}\int i\,dt + \frac{Q_o}{C} = \frac{1}{C}\int i\,dt + U_o =$$

$$= \frac{1}{C}\int \frac{U}{2\Delta_2 L} e^{-\Delta_1 t} \left\{ e^{\Delta_2 t} - e^{-\Delta_2 t} \right\} dt + U_o =$$

$$= \frac{U e^{-\Delta_1 t}}{2\Delta_2 L C} \left\{ \frac{e^{\Delta_2 t}}{-\Delta_1+\Delta_2} - \frac{e^{-\Delta_2 t}}{-\Delta_1-\Delta_2} \right\} + U$$

sau,

$$u_c(t) = U \left\{ 1 - \frac{e^{-\Delta_1 t}}{2\Delta_2 L C} \left(\frac{e^{\Delta_2 t}}{\Delta_1-\Delta_2} - \frac{e^{-\Delta_2 t}}{\Delta_1+\Delta_2} \right) \right\} \qquad (13.48)$$

întrucît din condiţiile iniţiale, constanta de integrare rezultă $U_o = U$, deoarece atunci cînd condensatorul s-a încărcat, i = 0 şi $U_c = U$.

In figura 13.9a sînt reprezentate mărimile i(t) şi $u_c(t)$ pentru cazul regimului tranzitoriu (liber) aperiodic.

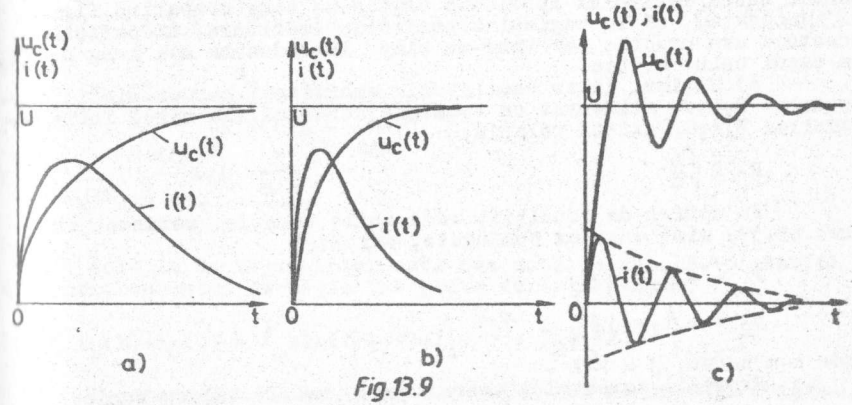


Fig.13.9

b) Regimul liber aperiodic critic, caracteristic circuitului electric cu R,L,C conectaţi în serie, la care e satisfăcută relaţia:

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

ceea ce înseamnă, pe baza rel.13.45,

$$\Delta_2 = \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = 0$$

Asta conduce la rădăcini duble (egale şi reale)ale ecuaţiei caracteristice (rel.13.39), adică;

$$p_1 = p_2 = -\frac{R}{2L} = -\Delta_1.$$

In aceste condiţii, rel.13.46 se scrie:

$$i(t) = \frac{Ue^{-\Delta_1 t}}{2\Delta_2 L}\left\{e^{\Delta_2 t} - e^{-\Delta_2 t}\right\} = \frac{0}{0}$$

care este o nedeterminare, dar ea se poate ridica folosindu-se regula lui l'Hospital, obţinîndu-se

$$i(t) = \frac{U}{L} t\, e^{-\Delta_1 t} \qquad (13.49)$$

Pentru tensiunea tranzitorie de la bornele condensatorului se poate scrie:

$$u_c(t) = \frac{1}{C}\int i(t).dt + U_o = \frac{U}{LC}\left\{\frac{te^{-\Delta_1 t}}{-\Delta_1} - \frac{e^{-\Delta_1 t}}{\Delta_1^2}\right\} + U,$$

căci $U_o = U$.

Cu, $\Delta_1 = \frac{R}{2L}$ şi $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

după efectuarea calculelor,pentru $u_c(t)$ se obţine expresia:

$$u_c(t) = U\left\{1 - (1+\Delta_1 t)\, e^{-\Delta_1 t}\right\} \qquad (13.5o)$$

In figura 13.9b sînt reprezentate funcţiile i(t) şi $u_c(t)$ pentru cazul regimului aperiodic critic.Se vede(comparînd fig. 13.9a cu 9b) că la regimul tranzitoriu aperiodic, dispariţia acestuia are practic loc într-un timp întotdeauna mai lung decît în cazul celui critic.

c) Regimul liber oscilatoriu amortizat, caracteristic circuitului R,L,C, alimentat cu tensiune continuă, la care, între parametrii R,L,C, există relaţia:

$$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

In astfel de condiţii, rădăcinile ecuaţiei caracteristice (rel.13.39) sînt complex conjugate, adică:

$$p_1 = -\Delta_1 + j\Delta_2$$

$$p_2 = -\Delta_1 - j\Delta_2$$

unde s-a notat, $j = \sqrt{-1}$.

Expresia curentului tranzitoriu (rel.13.46) se scrie:

$$i(t) = \frac{U}{2j\Delta_2 L} e^{-\Delta_1 t}\left\{e^{j\Delta_2 t} - e^{-j\Delta_2 t}\right\} = \frac{U}{\Delta_2 L} e^{-\Delta_1 t}\left\{\frac{e^{j\Delta_2 t} - e^{-j\Delta_2 t}}{2j}\right\}$$

adică,

$$i(t) = \frac{U}{\Delta_2 L} e^{-\Delta_1 t} \sin \Delta_2 t \qquad (13.51)$$

Relaţia 13-51 reprezintă o funcţiune sinusoidală periodică amortizată, amortizarea datorîndu-se lui $e^{-\Delta_1 t}$ .Amortizarea este cu atît mai mare cu cît $\Delta_1 = \frac{R}{2L}$ are o valoare mai mare. Pentru R = O, amortizarea este nulă, adică amplitudinea oscilaţiilor curentului tranzitoriu din circuit este constantă.

Pentru tensiunea tranzitorie de la bornele condensatorului se poate scrie:

$$u_c(t) = \frac{1}{C}\int i(t).dt + U_o = \frac{U}{\Delta_2 LC}\int e^{-\Delta_1 t}\sin \Delta_2 t.dt + U =$$

$$= \frac{U}{\Delta_2 LC}\left\{\frac{-\Delta_1 \sin \Delta_2 t - \Delta_2 \cos \Delta_2 t}{(-\Delta_1)^2 + (\Delta_2)^2}\right\} e^{-\Delta_1 t} + U$$

$$u_c(t) = U\left\{1 - \frac{e^{-\Delta_1 t}}{LC\left\{\Delta_1^2 + \Delta_2^2\right\}}\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_2}\sin \Delta_2 t + \cos \Delta_2 t\right)\right\} \qquad (13.52)$$

In fig. 13.9c sînt reprezentate funcţiile i(t) şi $u_c(t)$ pentru cazul regimului oscilatoriu amortizat.

De remarcat că în acest regim, în unele momente, tensiunea la bornele condensatorului $u_c(t)$, este mai mare decît tensiunea de alimentare U, ceea ce face ca în timp, curentul i(t)să aibă cînd un sens, cînd sens opus.

13.4.2. <u>Cazul cînd u este o mărime sinusoidală de timp,</u> adică $u = U_m \sin \omega t$. Soluţia de regim forţat a curentului este aceeaşi cu soluţia permanentă sinusoidală, cunoscută sub forma:

$$i_p = i = I_m \sin(\omega t - \varphi) \qquad (13.53)$$

unde,

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$tg\,\varphi = \frac{X}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

Soluţia de regim liber este cea dată de rel.13.4o ,astfel că, pentru curentul de regim se poate scrie expresia:

$$i(t) = i_p(t) + i_l(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi) + I_1 e^{p_1 t} + I_2 e^{p_2 t} \qquad (13.54)$$

Constantele I_1 şi I_2 se determină din condiţiile iniţiale (folosite şi în paragrafele anterioare)şi anume:

$$\text{la } t = 0, i(t) = 0 \text{ şi } \left| L\frac{di}{dt}\right|_{t=0} = u(o),$$

ceea ce conduce la:

$$I_1 + I_2 = I_m \sin \varphi \qquad (13.55)$$

$$p_1 I_1 = p_2 I_2 = -\omega I_m \cos\varphi$$

Rezolvînd acest sistem de două ecuaţii cu două necunoscute, se obţin constantele I_1 şi I_2.

Dacă în regim liber aperiodic ($R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$), se consideră cazul conectării circuitului la tensiunea sinusoidală în momentul cînd $i_p(t)$ trece prin zero, deci la $t = 0$; $\varphi = 0$ şi $i_p = 0$, atunci sistemul de ecuaţii 13.55 devine,

$$I_1 + I_2 = 0 \qquad (13.56)$$

$$p_1 I_1 + p_2 I_2 = -\omega I_m$$

rezultînd pentru constante, valorile:

$$I_1 = -\frac{\omega I_m}{p_1 - p_2}$$

$$I_2 = \frac{\omega I_m}{p_1 - p_2}$$

Curentul de regim tranzitoriu pentru acest caz (rel.13.54) are expresia:

$$i(t) = I_m \sin\omega t - \frac{\omega I_m}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} + \frac{\omega I_m}{p_1 - p_2} e^{p_2 t} =$$

$$= \frac{U_m}{Z} \sin\omega t - \frac{\omega}{2\Delta_2} \cdot \frac{U_m}{Z} e^{\Delta_1 t} \left\{ e^{\Delta_2 t} - e^{-\Delta_2 t} \right\}$$

sau

$$i(t) = \frac{U_m}{Z} \sin\omega t - \frac{\omega U_m}{\Delta_2 Z} e^{-\Delta_1 t} \cdot sh.\Delta_2 t. \qquad (13.57)$$

In fig.13.1o, sînt reprezentaţi curenţii i(t); $i_p(t)$ şi $i_l(t)$.

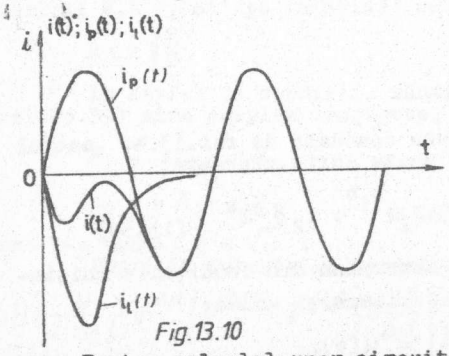


Fig.13.10

Din cele prezentate mai sus, rezultă că pentru calculul circuitelor liniare în regim tranzitoriu este necesară rezolvarea unor ecuaţii integro diferenţiale. Metoda directă (folosită în acest capitol) implică trei etape:

- determinarea soluţiei generale a ecuaţiei omogene;
- determinarea soluţiei particulare a ecuaţiei neomogene;
- determinarea constantelor de integrare pe baza condiţiilor iniţiale date.

Pentru calculul unor circuite mai complicate, în regim tranzitoriu, se foloseşte una din metodele amintite la începutul capitolului.

C A P I T O L U L XIV

MASURAREA MARIMILOR ELECTRICE SI MAGNETICE

14.1. Noţiuni generale

Măsurările electrice reprezintă o ramură a disciplinei de Electrotehnică, care se ocupă cu studiul metodelor, al instrumentelor şi aparatelor electrice de măsură, folosite la măsurarea mărimilor electrice şi magnetice, precum şi a celor neelectrice dar pe cale electrică.

Tehnica măsurărilor electrice este de o deosebită importanţă deoarece în prezent, aproape toate mărimile fizice electrice, magnetice sau neelectrice se pot măsura pe cale electrică. O asemenea măsurare pe cale electrică se poate executa rapid, cu mare precizie, putîndu-se asigura şi o telemăsurare.

Compararea unei mărimi fizice X cu o altă mărime X_u de aceeaşi natură, luată în mod convenţional ca unitate de măsură, reprezintă procesul de măsurare sau simplu-măsurare.

Valoarea numerică „a" pentru mărimea de măsurat, este un număr fără dimensiuni şi arată de cîte ori se cuprinde unitatea X_u în mărimea de măsurat X, adică,

$$a = \frac{X}{X_u}$$

Produsul $X = aX_u$ reprezintă valoarea mărimii considerate, ea cuprinzînd un număr „a" şi denumirea unităţii folosite (ex.3 volt, 5 watt etc).

Procesul de măsurare a oricărei mărimi fizice, presupune realizarea fizică a unităţilor (numite etaloane) şi indicarea metodelor de comparare (de măsurare) ale mărimilor de măsurat cu aceste etaloane.

Prin metodă de măsurare se înţelege ansamblu de principii şi procedee pe care se bazează efectuarea măsurării, adoptîndu-se mijloace de măsurare adecvate, astfel încît rezultatul obţinut să reprezinte cît mai exact valoarea mărimii fizice studiate, cu o precizie impusă de cerinţele de utilizare.

Metodele de măsurare se clasifică după diverse criterii. Există metode de măsurare a tensiunii, curentului, puterii etc. (criteriul-mărimea de măsurat); metode de măsurare directe sau indirecte (criteriul-modul cum se obţine valoarea mărimii de măsurat) etc...

Mijloacele experimentale folosite la executarea procesului de măsurare a unor mărimi se numesc mijloace de măsură. Ca mijloace de măsură se deosebesc: etaloane, instrumente şi aparate de măsură, substanţe de măsură etc. Instrumentul electric de măsură este un sistem de corpuri, cu sau fără mobilitate relativă, care serveşte la măsurarea unei mărimi electrice, respectiv a unei mărimi neelectrice pe cale electrică.

Mijlocul de măsură care consistă dintr-unul sau mai multe instrumente electrice, împreună cu alte dispozitive (de legătură, conexiune, comparare, etalonare, amplificare, transformare etc), respectiv elemente de circuit (rezistoare, bobine, condensatoare) legate electric între ele şi reunite corespunzător într-o unitate (de obicei o carcasă comună), se numeşte aparat electric de măsură.

In limbajul tehnic curent nu se face distincţie, în general, între instrument şi aparat electric, fapt pentru care în cele ce urmează se va folosi cu precădere noţiunea de instrument electric.

In Republica Socialistă România, începînd cu anul 1961, este legiferat sistemul internaţional de unităţi (SI), cu cele 6 mărimi fundamentale, respectiv cele 6 unităţi fundamentale stabilite în mod arbitrar:

Mărimea	Denumirea unităţii de măsură	Simbolul unităţii de măsură
lungimea	metru	m
masa	kilogram	kg
timpul	secundă	s
intensitatea curentului electric	amper	A
temperatura	grad-Kelvin	K
intensitatea luminoasă	candelă	cd

Din cauza naturii speciale a mărimilor electrice şi magnetice, nu este cu putinţă realizarea de etaloane pentru toate aceste mărimi, ci numai pentru unele: rezistenţă, inductivitate, capacitate, tensiune electromotoare. Unităţile celorlalte mărimi electrice şi magnetice se reproduc în mod indirect, prin intermediul altor mărimi fizice.

După modurile în care se obţin valorile mărimilor fizice ce se măsoară, metodele de măsurare se clasifică în:

a) Metode de măsurare directe, care constau în obţinerea nemijlocită a valorii mărimii fizice necunoscute, folosind instrumente de măsură ca: ampermetrul pentru intensitatea curentului electric, voltmetrul pentru tensiunea electrică, wattmetrul pentru putere, puntea pentru rezistenţa electrică, rigla gradată pentru lungimi etc. Aceste metode pot fi cu citire directă (citirea indicaţiei instrumentului) sau prin comparaţie (puntea). Cele prin comparaţie pot fi metode: de nul sau zero, diferenţiale şi de substituţie.

Instrumentele, respectiv aparatele electrice de măsură, indică rezultatul măsurării:

- analogic, prin citirea indicaţiei unui ac sau spot luminos ce se poate deplasa continuu în faţa unei scări gradate;
- numeric, cînd prin intermediul unor sisteme de afişaje, valoarea mărimii măsurate este dată direct în cifre.

b) metode de măsurare indirecte: la care valoarea mărimii de măsurat se obţine prin calcul,(folosind anumite relaţii dintre mărimi), în funcţie de alte mărimi măsurate direct. Ca exemplu:măsurarea rezistenţei electrice R cu ampermetrul şi voltmetrul (R = U/I); măsurarea puterii P, în curent continuu folosind tot ampermetrul şi voltmetrul (P = UI).

După precizie, metodele de măsurare se pot clasifica în:

- metode de laborator, care folosesc mijloace de măsurare de mare precizie, fie în cadrul unor cercetări ştiinţifice, analize sau verificări de laborator, fie pentru etalonare;
- metode industriale, care utilizează instrumente de măsură de precizie inferioară, măsurătorile efectuîndu-se în timpul desfăşurării procesului de producţie.

După felul în care este precizată valoarea măsurată, se deosebesc instrumente electrice respectiv aparate electrice:

-indicatoare, la care valorile mărimilor măsurate sînt obţinute prin coincidenţa sistemului indicator, ac indicator sau spot luminos,cu o anumită diviziune a scării lor gradate;

-înregistratoare, care înscriu pe o hîrtie gradată în mod

continuu sau prin puncte, valorile succesive ale mărimii măsurate;

-integratoare, care de-alungul unui interval de timp înregistrează mărimea măsurată, indicînd sau înregistrînd integrala acesteia în timp.

Alte clasificări ale instrumentelor şi aparatelor electrice se fac după:

-natura mărimii măsurate:ampermetre, voltmetre, wattmetre, contoare, frecvenţmetre, fazmetre, fluxmetre, ohmetre etc;

-felul curentului: curent continuu, curent alternativ(monofazate, trifazate) şi universale;

-clasa de precizie : etaloane de verificare (cl.o,1-o,2)de control sau laborator (cl.o,5—1) şi industriale sau de tablou (cl.1,5-2,5-5);

- modul de utilizare: fixe sau portabile;
- poziţia de funcţionare: orizontale, verticale sau înclinate ;
- felul protecţiei asigurate de carcasă: normale,protejate contra apei, a stropilor de apă, a prafului, a exploziilor, ermetice etc;
- principiul de construcţie şi de funcţionare, cu sistem: magnetoelectric (unele cu convertizoare), electromagnetic,electrodinamic (cu subolasa ferodinamică), termic, electrostatic, de inducţie electromagnetică, cu rezonanţă etc.

14.1.1. Erori de măsurare

Rezultatul măsurării unei mărimi fizice, oricare ar fi metoda de măsurare, este întotdeauna diferit de adevărata valoare a mărimii respective. Această abatere a rezultatului măsurării de la adevărata valoare a mărimii de măsurat se numeşte eroare de măsurare şi poate proveni din numeroase cauze ce pot fi subiective (cînd se datorează experimentatorului) sau obiective (independente de experimentator).

Din punct de vedere al caracterului şi importanţei,erorile de măsurare se pot clasifica în erori:

- Sistematice, care rămîn constante în valoare absolută şi în semn, atunci cînd mai multe măsurări se efectuează asupra aceleaşi mărimi, în aceleaşi condiţii. Ele sînt controlabile şi au ca origine: defecte ale instrumentelor de măsură, factori externi, principiul metodei folosite, folosirea unor formule în afara domeniilor de valabilitate, defecte ale experimentatorului (auz, văz), operaţia de gradare a scării. In cazurile cînd aceste erori pot fi determinate (prin calcul sau experimental) se aduce corecţia corespunzătoare rezultatului măsurării. Dacă nu se cunosc aceste erori şi se apreciază că sînt superioare impreciziei măsurării, atunci ele se evaluează aproximativ şi se ţine seama de ele în calculul erorilor.
- Aleatorii (întîmplătoare), care variază în mod întîmplător ca valoare şi semn, într-un şir de măsurări succesive ale aceleaşi mărimi, în condiţii practic identice. Ele se datoresc unor cauze întîmplătoare, imprevizibile şi necontrolabile (fluctuaţii de tensiune, temperatură, trepidaţii mecanice, atenţie inconstantă a experimentatorului etc).
- Grosolane,denumite şi parazite sau greşeli.Ele sînt de valori foarte mari, variază ca mărime şi semn şi conduc la denaturarea rezultatelor măsurării. Aceste erori pot fi evitate avînd ca origine manipulare greşită, neatenţie şi lipsă de experienţă a operatorului, metodă de măsurare necorespunzătoare, calcul greşit, citire greşită, uzura exagerată a instrumentului etc.Determinările afectate de astfel de erori trebuie eliminate iar măsurările respective refăcute.

Notînd prin:

X, valoarea adevărată (reală sau exactă) a mărimii de măsurat, necunoscută, inaccesibilă experienței datorită erorilor de măsurare;

X_o, valoarea de referință a aceleași mărimi, obținută prin măsurarea cu cele mai perfecționate mijloace și metode de măsurare existente la un moment dat;

X_m, valoarea măsurată, obținută printr-o metodă de măsurare oarecare;

X_{max}, valoarea maximă care se poate măsura cu instrumentul, aparatul sau metoda respectivă,

atunci se definesc:

a) Eroarea absolută de măsurare sau eroarea absolută reală ΔX, definită de relația,

$$\Delta X = X_m - X \text{ , unde } \Delta X \geq 0 \qquad (14.1)$$

b) Eroarea convențională absolută, X_c, definită prin relația:

$$\Delta X_c = X_m - X_o \qquad (14.2)$$

Mărimea egală și de semn contrar cu eroarea convențională absolută, se numește corecția C, adică:

$$C = -\Delta X_c = X_o - X_m \qquad (14.3)$$

Cunoscîndu-se corecția se poate deduce pentru mărimea măsurată valoarea X_o, mai precisă decît valoarea măsurată, folosind relația:

$$X_o = X_m + C \qquad (14.4)$$

c) Eroarea relativă reală, ε, care se definește:

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{X} = \frac{X_m - X}{X} \qquad (14.5)$$

sau în procente,

$$\varepsilon\,\% = \frac{\Delta X}{X} 100 \qquad (14.6)$$

d) Eroarea relativă convențională, adică:

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta X_c}{X_o} = \frac{X_m - X_o}{X_o} \qquad (14.7)$$

respectiv

$$\varepsilon_c\,\% = \frac{X_m - X_o}{X_o} 100 \qquad (14.8)$$

e) Eroarea maximă admisibilă $(\Delta X)_{max}$, denumită și eroarea limită de clasă sau eroarea tolerată, este proprie instrumentului, aparatului, respectiv metodei de măsură și reprezintă eroarea convențională absolută maximă admisă de prevederile STAS, instrucțiuni sau alte norme. Cu ajutorul acestei erori se definește indicele clasei de precizie C_p, denumit prescurtat clasă de precizie, sub forma:

$$C_p = \frac{(\Delta X)_{max}}{X_{max}} 100 \qquad (14.9)$$

Pentru fabricile constructoare de aparate și instrumente de măsură, normele prevăd următoarele clase de precizie: 0,1 - 0,2 - 0,5 - 1 - 1,5 - 2,5 și 5, cărora le corespund erorile tolerate raportate în procente: ± 0,1%, ± 0,2%, ± 0,5%, ± 1%, ± 1,5%, ± 2,5% și ± 5%.

Clasa de precizie a unui instrument (aparat) electric de măsură nu se păstrează constantă, deoarece precizia instrumentelor scade cu timpul, ceea ce impune reetalonare periodică a acestora.

14.1.2. Caracteristici metrologice

Independent de tipul constructiv sau funcțional, orice aparat (instrument) electric are anumite caracteristici ce definesc relațiile (raporturile) dintre aparat și mărimea măsurată, denumite caracteristici metrologice. Dintre acestea se menționează:

a) Domeniul de măsurare D, reprezintă valoarea maximă a mărimii care, în condiții normale, se poate măsura cu instrumentul respectiv. Altfel spus, domeniul de măsurare este valoarea mărimii măsurată de instrument atunci cînd acul indicator (spotul luminos) al acestuia se află în dreptul ultimei diviziuni de pe scara gradată (α_{max}). Domeniul de măsurare are ca unitate, unitatea mărimii de măsurat.

b) Constanta instrumentului electric de măsură K, este definită de relația:

$$K = \frac{D}{\alpha_{max}} \qquad (14.10)$$

avînd dimensiunea: V/div, la voltmetru; A/div la ampermetru; W/div la wattmetru etc. Cunoscînd constanta K și citind numărul de diviziuni α indicat de instrument, rezultă valoarea mărimii ce se măsoară:

$$X_m = K.\alpha \qquad (14.11)$$

c) Fidelitatea, caracteristică metrologică, ce presupune că indicația aparatului depinde numai de mărimea de măsurat, altfel spus, el dă aceleași indicații pentru aceeași mărime, cînd măsurarea se efectuează în aceleași condiții. Fidelitatea presupune deci că indicația instrumentului depinde numai de mărimea de măsurat.

d) Precizia, caracteristică metrologică de a conduce la valori ale mărimii de măsurat cît mai apropiate de valoarea adevărată. Este strîns legată de fidelitate, precizia implicînd fidelitatea.

e) Sensibilitatea S, caracteristica metrologică de a percepe cele mai mici variații ΔX ale mărimii de măsurat. Dacă $\Delta\alpha$ este unghiul de deviație elementar al dispozitivului indicator, provocat de variația ΔX, atunci sensibilitatea instrumentului se definește:

$$S = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta\alpha}{\Delta X} \qquad (14.12)$$

Instrumentele ce au sensibilitatea o mărime constantă, sînt instrumente la care diviziunile scării gradate sînt echidistante. Dimensiunea sensibilității este inversă față de cea a constantei K.

f) Consumul de energie necesar funcționării și care este absorbit de circuitul de măsurare. Dacă R_i este rezistența interioară a aparatului, iar U respectiv I, tensiunea și intensitatea curentului din circuitul de măsurare, atunci la conectarea în serie a aparatului (ampermetru) consumul propriu va fi I^2R_i, iar la conectarea în paralel (voltmetru) U^2/R_i. Acest consum propriu trebuie să fie neglijabil față de puterea din circuitul de măsurare,

ceea ce impune spre exemplu, o rezistenţă interioară R_i, foarte mică la ampermetre şi foarte mare la voltmetre.

In tabelul de mai jos se prezintă limitele (care sînt destul de largi) pentru consumul propriu al instrumentelor electrice, funcţie de tipul acestora.

Tipul instrumentului	ampermetre 0-5A	voltmetre 0-1000V
magnetoelectric	(o,2-o,4)W	(o,1-1) W
feromagnetic	(2 - 8) W	(2 - 5) W
electrodinamic	(3 - 1o) W	(3 - 6) W
cu inducţie	(1 - 4) W	(2 - 5) W
termic	(2 - 3) W	(8 - 1o) W

g) Mobilitatea, sau timpul de răspuns al unui instrument reprezintă timpul care se scurge între o variaţie bruscă a mărimii de măsurat şi momentul cînd instrumentul dă o indicaţie stabilă corespunzătoare noii valori.

h) Robusteţea, calitatea de a fi rezistente la anumite şocuri şi trepidaţii mecanice, ce nu depăşesc anumite limite în privinţa frecvenţei şi amplitudinii.

i) Supraîncărcabilitatea instrumentului. Prin supraîncărcabilitate se înţelege capacitatea instrumentului de a funcţiona normal şi după ce acesta a fost pus, un anumit interval de timp în condiţiile de a măsura o mărime de valoare mai mare decît domeniul de măsură. Supraîncărcabilitatea se defineşte ca raportul dintre valoarea maximă X_{max} a mărimii de măsurat suportată de instrument fără a se defecta şi domeniul de măsurare D. In general acest raport este în jur de 1,2. Supraîncărcabilitatea duce la solicitări mari termice şi dinamice pe care instrumentul trebuie să le suporte. Ea este normată prin STAS şi norme de produs, pentru fiecare tip de instrument specificîndu-se X_{max} şi durata supraîncărcării.

j) Preţul de cost reprezintă o caracteristică de care trebuie să se ţină seama la construcţia instrumentelor şi aparatelor electrice de măsură precum şi la alegerea acestora în cadrul unor instalaţii mai complexe de măsură şi control.

14.2. Elemente componente comune ale instrumentelor electrice de măsură

In tehnica măsurărilor electrice există o mare diversitate de tipuri constructive ale instrumentelor electrice. Cu toate acestea, instrumentele electrice de măsură au în componenţa lor unele elemente comune în ceea ce priveşte rolul pe care îl au acestea în funcţionarea instrumentului. Dintre principalele elemente comune se amintesc:

14.2.1. Sistemul (dispozitivul) de producere a cuplului activ.

Acest sistem trebuie să asigure o anumită dependenţă între cuplul activ produs (M) şi mărimea electrică de măsurat (X). Cuplul activ se realizează pe cale electromagnetică. După fenomenul, respectiv, forţele electromagnetice folosite (vezi capitolul forţe electromagnetice) pentru producerea cuplului activ, instrumentele electrice de măsură se pot clasifica în: instrumente magnetoelectrice (forţe magnetoelectrice) ; electromagnetice (forţe electromagnetice); electrodinamice (forţe electrodinamice); de inducţie; electrostatice etc. Sistemul de producere a cuplului activ are o parte fixă şi una mobilă (echipaj mobil). Partea fixă poate fi: magnet permanent, bobine electrice, electromagneţi, piese din material feromagnetic etc, iar cea mobilă: bobine electrice, piese de fier moale, discuri metalice etc.

14.2.2. Sistemul de susţinere a echipajului mobil. In general echipajul mobil (14 în fig.14.1) efectuează o mişcare de

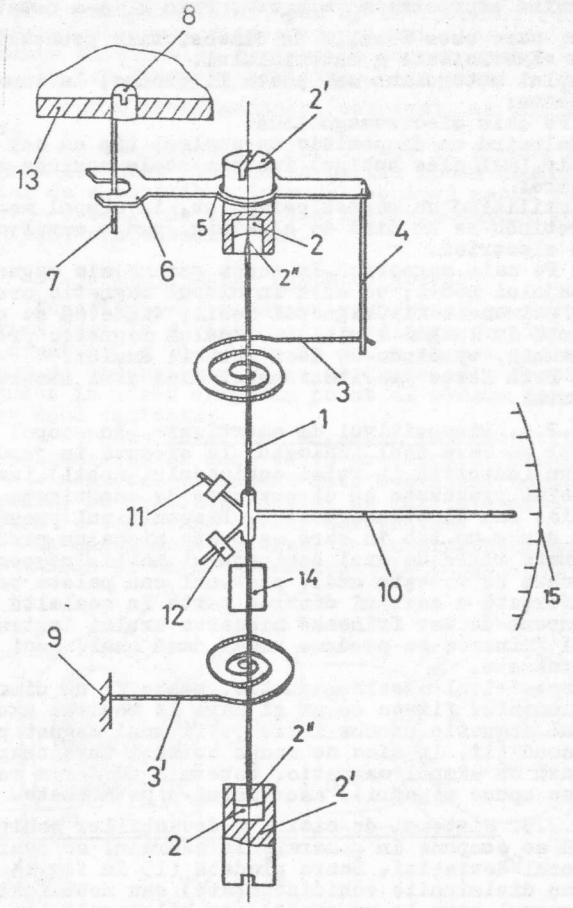


Fig. 14.1

rotaţie, el fiind fixat pe un ax (1) rigid, din oţel sau aluminiu (pentru a fi uşor). Există şi instrumente electrice la care echipajul mobil este suspendat prin intermediul unor fire metalice de torsiune.

In cazul celor cu ax, acesta este prevăzut la capete cu pivoţi de formă conică (chernere) din oţeluri speciale de mare duritate (2" în fig.14.1), care sînt mobili în lagărele 2, realizate din materiale extrem de dure (diamant, safir, rubin) şi fixate în portlagărele 2'.

14.2.3. Dispozitivul (sistemul) de producere a cuplului rezistent (antagonist).

Acest cuplu rezistent (M_r) poate fi realizat pe cale mecanică, folosind în acest scop resoarte spirale (3 şi 3') confecţionate din bronz, fosfor, bronz-beriliu. Resoartele au un capăt fixat pe axul 1 iar celălalt pe o parte fixă (9 respectiv 4), a instrumentului. Si firele metalice de torsiune ce

susţin echipajul mobil, pot produce un cuplu rezistent ce acţionează asupra echipajului mobil. Independent de sensul în care se roteşte echipajul mobil cu unghiul α, acest cuplu este anatagonist, el avînd expresia: $M_r = k_r.\alpha$. Prin k_r s-a notat constanta resortului, care este funcţie de dimensiunile geometrice şi de modulul de elasticitate a materialului.

Cuplul antagonist mai poate fi produs, la anumite tipuri de instrumente:

a) Pe cale electromagnetică:

- folosind un dispozitiv de acelaşi tip cu cel ce produce cuplul activ,(mai ales bobine) instrumentele numindu-se în acest caz logometre;
- utilizînd un magnet permanent, în cîmpul magnetic al acestuia rotindu-se un disc de aluminiu, cum e cazul contorului de energie electrică.

b) Pe cale magnetică.In acest caz un mic magnet fixat pe axul echipajului mobil, se află în cîmpul magnetic creat de un alt magnet permanent fix.Magnetul mobil, tinde să se orienteze în permanenţă în lungul liniilor cîmpului magnetic produs de magnetul permanent, opunîndu-se deci rotirii axului.

c) Prin forţe gravitaţionale, dacă axul instrumentului este orizontal.

14.2.4. Dispozitivul de amortizare. In scopul amortizării oscilaţiilor pe care acul indicator le execută în jurul poziţiei de echilibru (datorită inerţiei echipajului mobil),instrumentele electrice sînt prevăzute cu dispozitive de amortizare, care pot fi pneumatice sau electromagnetice. Dispozitivul pneumatic este constituit dintr-un tub în care se poate mişca un piston sau o paletă, fixate rigid de axul echipajului mobil.Independent de sensul în care se roteşte axul, pistonul sau paleta va determina o mişcare forţată a aerului dintr-o parte în cealaltă a tubului şi acest curent de aer frînează mişcarea axului instrumentului.De remarcat că frînarea se produce numai dacă axul, deci echipajul mobil, se roteşte.

Dispozitivul electromagnetic, poate fi un disc sau altă piesă de aluminiu, fixate de ax şi care la rotirea axului,se mişcă în cîmpul magnetic produs între polii unui magnet permanent. In aceste condiţii, în disc se induc curenţi turbionari care interacţionează cu cîmpul magnetic, determinînd forţa respectiv cuplul ce se opune mişcării, amortizînd-o pe aceasta.

14.2.5. Sistemul de citire a deviaţiilor echipajului mobil. Acesta se compune în general din cadranul cu scară gradată şi indicatorul deviaţiei. Scara gradată (15 în fig.14.1),poate fi uniformă (cu diviziunile echidistanţate) sau neuniformă, unilaterală (cu reperul zero la un capăt) sau bilaterală (cu zero la mijloc). In scopul eliminării erorii de paralaxă, cadranul este prevăzut cu oglindă. Acul indicator trebuie să fie văzut suprapus peste imaginea sa din oglindă, în cazul unei citiri corecte.

Indicatorul, poate fi un ac indicator (1o în fig.14.1) confecţionat din aliaje de aluminiu, de o astfel de lungime,încît la acelaşi unghi de deviaţie să se poată face o citire uşoară, sau un spot luminos (interior sau exterior)

14.2.6. Dispozitivul de corecţie al poziţiei de "zero". Acest dispozitiv(vezi fig.14.1) este format din tija 4, de care este fixat capătul liber al resortului 3, tijă susţinută de piesa 5, ce se poate roti în jurul portlagărului superior 2'.In carcasa instrumentului(13)este prevăzut şurubul 8 (care se poate roti cu o şurubelniţă din exterior), de care este fixată excentric o altă tijă 7, ce pătrunde într-o furcă 6 ce aparţine piesei 5.Prin rotirea lui 8, se poate asigura ca atunci cînd instrumentul nu este conectat în circuitul de măsurare, acul indicator (spotul luminos) să fie adus la poziţia de zero.

14.2.7. Elemente de circuit electric,montate de obicei în interiorul instrumentului, cum ar fi :bobine, condensatoare,surse de energie, elemente redresoare şi mai ales rezistoare (şunturi, rezistenţe adiţionale, rezistenţe de compensare etc.).

14.2.8.Elemente auxiliare, cum sînt:

- cutia instrumentului(carcasa), cu rol principal de protecţie;
- contragreutăţile 12, ce pot fi fixate în anumite poziţii pe tijele 11, sînt plasate în partea opusă acului indicator lo şi au rolul de a echilibra întregul echipaj mobil în mişcare;
- piesele de acces ale instrumentului, adică borne de legătură, fişe, comutatoare etc.

14.3. Instrumente magnetoelectrice

Funcţionarea acestora se bazează pe forţele magnetoelectrice, adică forţele de interacţiune dintre un cîmp magnetic de inducţie B,constant în timp, creeat de un magnet permanent şi curentul continuu de intensitate I, ce străbate cele N spire ale unei bobine situate în acest cîmp.Din punct de vedere constructiv se pot realiza două variante:

- bobina mobilă iar magnetul permanent fix,varianta cea mai des întîlnită şi care va fi prezentată în cele ce urmează;
- magnetul permanent este mobil iar bobina fixă.O construcţie uşoară, se foloseşte destul de rar, mai ales la instrumente de măsură ce echipează bordul avioanelor.

Ca părţi constructive, la instrumentul magnetoelectric cu bobină mobilă şi magnet permanent fix (fig. 14.2a) distingem:

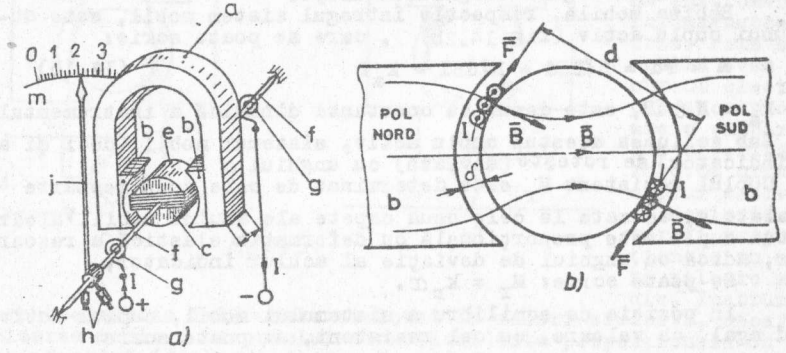


Fig. 14.2

a) Magnetul permanent, în formă de potcoavă(poate avea şi alte forme) completat cu două piese polare b.Magnetul a se confecţionează din aliaje care permit obţinerea unor cîmpuri magnetice foarte stabile în timp şi a căror proprietăţi magnetice depind puţin de temperatură. Piesele polare se confecţionează din oţel magnetic moale;

b) Bobina mobilă C, cu N spire bobinate pe un cadru de aluminiu, cu lăţimea d şi lungimea l. In interiorul bobinei se află un miez cilindric, din material moale magnetic, deci cu o permeabilitate magnetică mare. Miezul cilindric micşorează reluctanţa circuitului magnetic (creşte deci inducţia magnetică în întrefierul dintre miez şi piesele polare), şi împreună cu piesele polare asigură în întrefier un cîmp magnetic B,radial şi constant(fig. 14.2b).

Bobina se poate roti, fără a atinge piesele polare sau miezul, în întrefierul δ, a cărui valoare este în general sub 2 mm;

c) Axul bobinei f (două semiaxe), care susţine bobina mobilă. Semiaxele sînt izolate de cadrul bobinei. Pe ax mai sînt fixate resoartele g, care au dublu rol: de a crea cuplu rezistent şi servesc la aducerea curentului I la bobina mobilă. Solidar cu axul se mai află şi contragreutăţile h, care echilibrează acul indicator j, ac ce se deplasează în faţa scării gradate m;

Amortizarea oscilaţiilor sistemului mobil în jurul poziţiei de echilibru se realizează prin interacţiunea dintre curenţii electrici induşi în cadrul de aluminiu (închis) ce se mişcă într-un cîmp magnetic şi cîmpul magnetic respectiv, precum şi prin frecarea cu aerul a părţilor în mişcare.

Explicaţia apariţiei cuplului activ, este prezentată schematic în fig. 14.2b. Cele N conductoare de lungime ℓ, care constituie o latură a bobinei sînt parcurse de curentul continuu I şi situate într-un cîmp magnetic de inducţie B, cîmp radial (deci $\bar{B} \perp \bar{\ell}$) şi constant în timp. Asupra unui element de conductor dl acţionează o forţă (tip Laplace) de forma:

$$d\bar{F} = I.d\bar{l} \times \bar{B}$$

sau ca valoare numerică,

$$dF = IdlBsin\frac{\pi}{2} = IBdl \qquad (14.13)$$

Asupra laturii de bobină, va acţiona forţa:

$$F = N\int_0^{\ell} dF = NBI\int_0^{\ell} dl = N\ell BI \qquad (14.14)$$

Sensul acestei forţe se determină din produsul vectorial $d\bar{l} \times \bar{B}$, utilizînd regula burghiului drept.

Bobina mobilă, respectiv întregul sistem mobil, este supus unui cuplu activ (fig.14.2b) , care se poate scrie:

$$M = Fd = N\ell BId = N\ell dBI = k_a I \qquad (14.15)$$

unde:

$k_a = N\ell dB$, este denumită constanta dinamică a instrumentului.

Sub acţiunea acestui cuplu activ, sistemul mobil (deci şi acul indicator) se roteşte (deviază) cu unghiul α.

Cuplul rezistent M_r este determinat de cele două resoarte spiralate g, aşezate la cele două capete ale axului mobil. Valoarea acestui cuplu este proporţională cu deformaţia elastică a resoartelor, adică cu unghiul de deviaţie al acului indicator,

Se poate scrie: $M_r = k_r\alpha$.

In poziţia de echilibru a sistemului mobil, cuplul activ fiind egal, ca valoare, cu cel rezistent, se poate scrie:

$$M = M_r, \text{ adică } k_a I = k_r\alpha$$

sau,

$$\alpha = \frac{k_a}{k_r} \cdot I = S_I I \qquad (14.16)$$

Aşadar, unghiul de deviaţie α, al sistemului mobil, depinde liniar de curentul I ce străbate spirele bobinei mobile, deci α este o măsură a lui I. Factorul de proporţionalitate S_I reprezintă sensibilitatea instrumentului la curent electric, adică deviaţia sistemului mobil pentru un curent egal cu unitatea.

Din rel.14.15 se vede că la schimbarea sensului curentului I, prin bobina mobilă, se schimbă şi sensul cuplului activ, respectiv şi deviaţia α va fi de sens opus. Ca urmare, instrumentul magnetoelectric nu poate fi folosit în curent alternativ căci cuplul activ mediu în raport cu o perioadă este zero:

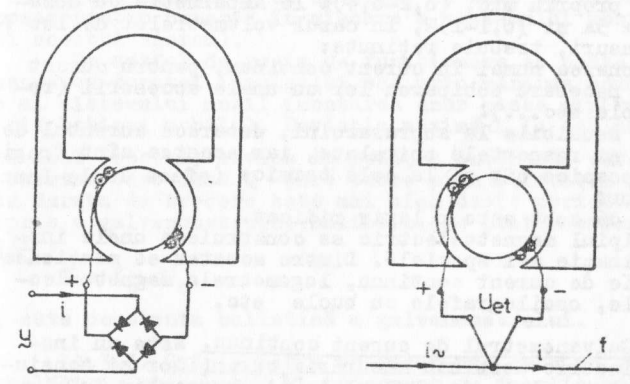
$$M_{med} = \frac{1}{T}\int_0^T k_a i.dt = \frac{k_a}{T}\int_0^T \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi).dt = 0 \qquad (14.17)$$

Datorită faptului că momentul de inerţie al sistemului mobil şi perioada sa de oscilaţie sînt mari, deviaţia α este determinată de valoarea medie în raport cu o perioadă a cuplului activ. Aceasta înseamnă că în cazul curentului sinusoidal, la $M_{med} = 0$ şi $\alpha = 0$.

Dacă bobina mobilă este parcursă de un curent alternativ nesinusoidal, ce conţine şi o componentă continuă I_0, atunci va exista o deviaţie α_0 determinată de I_0.

La funcţionarea în curent continuu trebuie respectat un anumit sens al curentului prin bobina mobilă pentru ca deviaţia să fie în sensul dorit. Din acest motiv, bornele instrumentelor magnetoelectrice sînt „polarizate", adică notate cu (+) respectiv (-).

Pentru ca instrumentele magnetoelectrice să poată fi folosite şi la măsurarea mărimilor sinusoidale (pînă la frecvenţe de ordinul megahertzilor) acestea se prevăd fie cu redresoare (fig. 14.3 a) fie cu termocuplu (fig.14.3b).



a) Fig. 14.3 b)

In primul caz, curentul de măsurat $i = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi)$, este redresat cu ajutorul unei punţi redresoare şi apoi adus la bobina instrumentului magnetoelectric. Prin bobina mobilă avem un curent electric pulsatoriu, care are o valoare medie diferită de zero. Ca urmare, cuplul activ ca şi deviaţia α, vor fi proporţionale cu această valoare medie. Instrumentul magnetoelectric însă este etalonat în valori efective, deoarece valoarea medie a curentului sinusoidal este proporţională cu valoarea efectivă (factorul de formă, adică raportul dintre I şi I_{med} este egal cu 1,1). Pentru regim nesinusoidal, această etalonare nu mai corespunde.

In cazul instrumentelor magnetoelectrice cu termocuplu, puterea radiată de firul f (fig.14.3b) avînd rezistenţa R şi care e străbătut de curentul sinusoidal $i = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi)$, este $P = I^2R$. Tensiunea electromotoare termoelectrică U_{et} (tensiune continuă) este proporţională cu temperatura, iar aceasta depinde de efectul Joule-Lenz I^2R. Ca urmare U_{et} este proporţională cu I^2, iar scara instrumentului magnetoelectric cu termocuplu este neliniară şi gradată direct în valori efective. Asemenea instrumente cu termocuplu se pot construi în două variante: cu încălzire directă a termocuplului (fig. 14.3b), respectiv cu încălzire indirectă. Dezavantajul acestor instrumente îl constituie consumul propriu ridicat.

Instrumentele magnetoelectrice de construcţie obişnuită, se folosesc la măsurarea curentului (miliampermetre şi ampermetre) şi a tensiunii electrice (milivoltmetre, voltmetre).

La realizarea voltmetrelor, în serie cu bobina mobilă se conectează o rezistenţă adiţională foarte mare, astfel ca în circuitul voltmetrului curentul să fie cît mai mic.

In tehnica măsurării mărimilor electrice se folosesc aşa numitele voltampermetre magnetoelectrice. Aceste aparate reunesc în aceeaşi cutie, un instrument magnetoelectric, şunturile necesare lărgirii domeniului de măsură pentru curent precum şi rezistenţele adiţionale pentru domeniul de tensiune. Schimbarea domeniului de măsură şi trecerea de pe ampermetru pe voltmetru se face cu ajutorul unor comutatoare rotative. Voltampermetrele magnetoelectrice prevăzute cu elemnte redresoare, poartă diferite denumiri în literatura de specialitate, avometre, multavi, multizet, mavo (produs de I.A.F.M. Timişoara).

Dintre calităţile instrumentelor magnetoelectrice în construcţie normală, se menţionează:

- precizie mare, putîndu-se realiza de cl 0,1 şi chiar mai mică ;
- sensibilitate ridicată;
- insensibilitate la cîmpuri magnetice exterioare;
- scara uniformă în curent continuu;
- consum propriu mic, (0,2-0,4)W la ampermetre cu domeniu D = 5A şi (0,1-1)W, în cazul voltmetrelor de 100 V.

Ca neajunsuri, trebuie reţinute:

- funcţionarea numai în curent continuu, pentru curent alternativ fiind necesară echiparea lor cu unele accesorii (redresori, termocuple etc...);
- foarte sensibile la suprasarcini, deoarece curentul de măsurat străbate şi resoartele spiralate, iar acestea sînt fragile la şocurile mecanice cît şi la cele termice (efect Joule-Lenz) dereglîndu-se uşor;
- preţul de cost este relativ ridicat.

Pe principiul magnetoelectric se construiesc unele instrumente cu destinaţie mai specială. Dintre acestea se menţionează: galvanometrele de curent continuu, logometrele magnetoelectrice, fluxmetrele, oscilografele cu bucle etc.

14.3.1. Galvanometrul de curent continuu. Este un instrument magnetoelectric destinat măsurării curenţilor şi tensiunilor continue foarte mici, de ordinul 10^{-8}A, respectiv 10^{-6}V. Bobina mobilă este suspendată liber prin intermediul unui fir de torsiune, sau intercalată între două fire, întinse prin intermediul unor resoarte mecanice. Firele servesc şi la aducerea curentului continuu la bobină. După tipul dispozitivului de citire, galvanometrele sînt cu ac indicator sau cu oglindă. La cele cu oglindă acul indicator este înlocuit de o oglindă fixată pe firul de suspensie şi care se roteşte odată cu bobina. Pe oglindă este trimisă o rază de lumină (de la un mic beculeţ),care apoi este reflectată pe o scară gradată. Prin construcţii speciale ale dispozitivului de citire cu oglindă şi spot luminos se poate asigura o sensibilitate mai mare a instrumentului.

Dacă un galvanometru de curent continuu (magnetoelectric) se conectează într-un circuit exterior de rezistenţă R_e,atunci sistemul mobil (bobina mobilă) se stabileşte la o nouă poziţie de echilibru. Modul cum se stabileşte noua poziţie depinde de valoarea lui R_e, distingîndu-se următoarele situaţii:

- bobina mobilă execută o serie de oscilaţii amortizate, adică efectuează o mişcare oscilatorie amortizată;
- bobina mobilă execută o singură oscilaţie într-un timp minim efectuînd aşa numita mişcare aperiodică critică;

- bobina execută o singură oscilaţie, dar într-un timp mai lung, efectuînd aşa numita mişcare aperiodică.

Se recomandă mişcarea aperiodică critică. Valoarea lui R_e, pentru care are loc acest regim de funcţionare a galvanometrului se numeşte rezistenţă critică exterioară (R_{ke}).Dacă se notează cu R_i, rezistenţa bobinei mobile (rezistenţa interioară a galvanometrului), atunci rezistenţa critică totală a galvanometrului R_{kg}, este:

$$R_{kg} = R_{ke} + R_i \qquad (14.18)$$

Se poate demonstra că un regim de funcţionare oscilatorie amortizată se obţine dacă $R_e > R_{ke}$.

14.3.2. Galvanometrul balistic. Este un galvanometru magnetoelectric care se caracterizează prin faptul că sistemul mobil are inerţie mare, el începe să se rotească abia după ce a trecut impulsul de curent (de durată foarte scurtă) prin bobina mobilă (după terminarea impulsului de curent).

Altfel spus, regimul balistic al unui galvanometru magnetoelectric reprezintă regimul în care bobina mobilă este parcursă de un curent electric, un interval de timp t_i mai mic decît timpul necesar pentru punerea în mişcare a sistemului mobil(datorită inerţiei acestui sistem).

Un astfel de regim de funcţionare se poate obţine prin micşorarea duratei impulsului sau prin mărirea momentului de inerţie al sistemului mobil (montarea unor piese suplimentare pe suspensia bobinei mobile). Deviaţia maximă α_m(a bobinei mobile),după care acul (spotul) revine în poziţia iniţială, este proporţională cu sarcina electrică Q care trece prin circuitul bobinei mobile, dacă durata de trecere este mai mică decît perioada de oscilaţie proprie a galvanometrului balistic. Se poate scrie,în aceste condiţii :

$$Q = K_b \cdot \alpha_m \qquad (14.19)$$

K_b, este constanta balistică a galvanometrului.

14.3.3. Galvanometru cu rezonanţă.Este un galvanometru magnetoelectric obişnuit, cu un moment de inerţie relativ mare,deci frecvenţa oscilaţiilor proprii f_p mică. Ca urmare,sistemul său mobil nu poate urmări variaţiile unui curent sinusoidal,care străbate bobina mobilă pe durata unei perioade $T = 1/f$. S-a notat cu f frecvenţa curentului sinusoidal ce străbate bobina mobilă.In aceste condiţii acul indicator (spotul luminos) stă la zero(nemişcat).

Printr-o construcţie specială se poate asigura ca momentul de inerţie al sistemului să fie foarte mic, deci f_p mult mai mare. In aceste condiţii, sistemul mobil urmăreşte variaţiile curentului sinusoidal (pe durata unei perioade T) executînd oscilaţii a căror amplitudine poate fi folosită la măsurarea curentului alternativ.

Galvanometrele cu rezonanţă se caracterizează prin faptul că frecvenţa oscilaţiilor proprii f_p,ale sistemului mobil este egală cu frecvenţa f, a curentului sinusoidal,

$$i = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \varphi) = \sqrt{2}I\sin(2\pi f.t - \varphi)$$

care străbate spirele bobinei mobile.

Galvanometrele la care $f_p > f$, poartă denumirea de vibratoare.

14.3.4. Oscilograful cu bucle. Utilizat la înregistrarea fenomenelor variabile, conţine un dispozitiv magnetoelectric care este prevăzut cu mai multe sisteme mobile(oscilograf cu 3 pînă la 12 bucle) putîndu-se deci înregistra simultan 3 pînă la 12 mărimi. Un sistem mobil este format dintr-o simplă spiră (buclă),întinsă de un resort, avînd pe ea o oglindă ce reflectă (pe ecran sau pe hîrtie înregistratoare) raza luminoasă trimisă de la o sursă de lumină puternică. Spira se poate roti într-un cîmp magnetic constant în timp. Masa sistemului mobil (o spiră) este foarte mică, frecvenţa proprie de oscilaţie f_p fiind de ordinul (2-12)kHz.

Dacă frecvenţa f, a curentului sinusoidal prin buclă,este mult mai mică decît f_p, atunci deviaţiile sistemului mobil sînt proporţionale cu intensitatea curentului ce străbate bucla.

14.3.5. Fluxmetru magnetoelectric. Este un instrument magnetoelectric, caracterizat prin faptul că are (prin construcţie) un cuplu rezistent neglijabil. In acest scop conductoarele ce folosesc la aducerea curentului la bobina mobilă sînt benzi subţiri de argint recopt. Acestea dau un cuplu rezistent (antagonist) foarte mic, care mai este şi compensat prin mijloace mecanice sau magnetice. Din cauza cuplului rezistent, practic nul, sistemul mobil al fluxmetrului nu are o poziţie de repaus fixă.

Dacă se consideră o bobină exterioară,cu N_e spire şi de rezistenţă Re, ca fiind străbătută de un flux magnetic Φ,variabil în timp, atunci în aceasta (în baza fenomenului inducţie electromagnetică)se induce o tensiune electromotoare,

$$u_e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Conectînd bobina mobilă a instrumentului magnetoelectric (bobina avînd N_i spire şi rezistenţa ohmică R_i), în serie cu bobina în care s-a indus tensiunea electromotoare u_e, atunci circuitul astfel format (deci şi bobina mobilă) este străbătut de curentul electric :

$$i = \frac{u_e}{R_e+R_i} \qquad (14.20)$$

Notînd cu α_0 poziţia iniţială a sistemului mobil(deci la t) şi cu α poziţia finală (deci la timpul t),atunci se poate demonstra că:

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0 = K\Delta\Phi \qquad (14.21)$$

unde, $K = \frac{N_e N_i}{R_e+R_i} B$, este o constantă;

B, inducţia magnetică constantă în care se mişcă bobina mobilă;

$\Delta\Phi$, variaţia fluxului prin bobina exterioară, în intervalul de timp $\Delta t = t - t_0$,în care sistemul mobil a efectuat deviaţia $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_0$.

Cunoscînd K şi $\Delta\alpha$, rezultă (rel.14.21), variaţia fluxului magnetic $\Delta\Phi$ prin bobina exterioară în intervalul de timp $\Delta t = t - t_0$.

14.3.6. Logometre magnetoelectrice. Sînt instrumente magnetoelectrice care au în componenţa sistemului mobil, două bobine mobile, fixe una faţă de cealaltă, la un unghi de 60° sau 90°.Cele două bobine mobile se pot mişca solidar într-un cîmp magnetic de inducţie B, atunci cînd sînt străbătute de curenţii electrici de intensitate I_1 respectiv I_2(fig.14.4).Considerînd cele două bobine identice ca dimensiuni geometrice:

-acelaşi număr de spire, $N_1 = N_2 = N$;

-lungimea laturilor bobinelor aceeaşi, $\ell_1 = \ell_2 = \ell$;

-lăţimea bobinelor aceeaşi $d_1 = d_2 = d$,

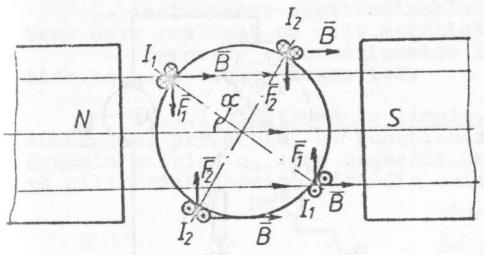


Fig.14.4

în baza relaţiei 14.15, pentru cele două cupluri active,ce acţionează asupra celor două bobine mobile, se poate scrie:

$$M_1 = NI_1 B \ell d \cos\alpha \qquad (14.22)$$
$$M_2 = NI_2 B \ell d \sin\alpha$$

Prin alegerea corespunzătoare a sensurilor curenţilor I_1 şi I_2 prin cele două bobine, se asigură ca cele două cupluri (rel.14.22) să fie de sensuri opuse, deci unul activ celălalt rezistent, nefiind necesare alte dispozitive pentru producerea cuplului rezistent. La echilibru, cele două cupluri sînt egale ca valoare numerică, adică:

$$M_1 = NI_1 Bld \cos\alpha = M_2 = NI_2 B \ell d \sin\alpha \qquad (14.23)$$

şi de aici

$$tg\alpha = \frac{I_1}{I_2} \quad \text{sau} \quad \frac{I_1}{I_2} = f_1(\alpha) \qquad (14.24)$$

Trecînd la funcţia inversă, pe baza rel.(14.24),se poate scrie:

$$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \qquad (14.25)$$

Aşadar, unghiul de deviaţie α este funcţie de raportul intensităţilor curenţilor (I_1 şi I_2) ce parcurg spirele bobinelor mobile, dacă funcţiile ce exprimă dependenţa de α, a celor două cupluri (rel.14.22)sînt diferite.

Indicaţia logometrului magnetoelectric (rel.14.25) este independentă de valoarea tensiunii sursei, motiv pentru care se poate recurge la un generator (dinam)acţionat manual.

Sistemul mobil al logometrului magnetoelectric este astfel echilibrat încît să se menţină în echilibru indiferent, atunci cînd cele două bobine nu sînt străbătute de curenţi electrici.

Logometrele magnetoelectrice, ca de altfel toate tipurile de logometre, nu au poziţia „ zero”, în lipsa curenţilor sistemul mobil putînd ocupa orice poziţie.

Logometrele au un consum propriu, puţin mai mare decît un instrument magnetoelectric obişnuit, aceasta datorîndu-se intrefierului mărit(întrefier neuniform).Aceste instrumente au un domeniu de utilizare foarte larg,fiind folosite atît la măsurarea mă-

rimilor electrice şi magnetice cît şi a unor mărimi neelectrice pe cale electrică.

In figura 14.5a este prezentată schema electrică a unui logometru magnetoelectric folosit ca ohmetru.S-a notat cu:

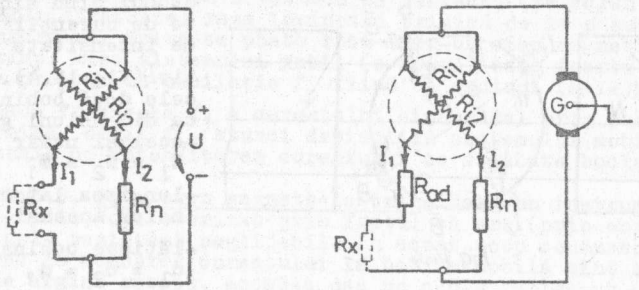


Fig.14.5

R_{i1} şi R_{i2}, rezistenţele electrice ale celor două bobine mobile ;

R_x, rezistenţa electrică de măsurat;

R_n, o rezistenţă electrică etalon, cunoscută ca valoare.

Pentru cei doi curenţi ce străbat bobinele sistemului mobil se poate scrie:

$$I_1 = \frac{U}{R_{i1}+R_x} \quad \text{şi} \quad I_2 = \frac{U}{R_{i2}+R_n}$$

rezultînd,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_{i2}+R_n}{R_{i1}+R_x} \qquad (14.26)$$

Cum R_{i1}, R_{i2} şi R_n sînt mărimi constante, cunoscute, pe baza relaţiilor 14.25 şi 14.26, se poate afirma că unghiul de deviaţie α este o funcţie de rezistenţă R_x de măsurat, logometrul fiind etalonat direct în unităţi de rezistenţă electrică.

In tehnica măsurării rezistenţelor electrice mari, cu valori de zeci şi sute de megohmi, sînt folosite aşa numitele megohmi, realizate pe principiul logometrului magnetoelectric. Schematic, un astfel de megohmetru este reprezentat în fig.14.5b. Acesta diferă de ohmetru (fig.14.5a) şi prin faptul că sursa de tensiune continuă U, este înlocuită cu un generator de curent continuu(G), acţionat manual şi care poate furniza tensiuni mai mari decît 1000 V. Rezistenţa adiţională R_{ad} este necesară pentru a evita curentul mare I_1, atunci cînd $R_x = 0$ (cazul verificării unor rezistenţe de izolaţie, cînd acestea sînt străpunse).

14.4. Instrumente electrodinamice.

Funcţionarea acestora se bazează pe forţele electrodinamice, forţe care se exercită asupra unei bobine parcursă de curent electric şi situată în cîmpul magnetic produs de altă bobină(parcursă şi ea de curent electric).Una din bobine este fixă, cealaltă mobilă. Dacă bobinele au miez din material feromagnetic,atunci instrumentul se numeşte ferodinamic.

Funcţie de felul în care se realizează cuplul rezistent, instrumentele electrodinamice pot fi clasificate în:

- instrumente electrodinamice simple, la care cuplul rezistent este realizat pe cale mecanică (resoarte spiralate);
- logometre electrodinamice la care cuplul rezistent se obţine pe cale electromagnetică.

14.4.1. Instrumente simple. In figura 14.6 este prezentat schematic, principiul de funcţionare a unui instrument electrodinamic simplu, cu cîmp magnetic omogen (uniform). O bobină fixă cilindrică, constituită din cele două jumătăţi (A_1 şi A_2)identice, cu N_1 spire,este străbătută de un curent electric de intensitate I_1. Amperspirele N_1I_1 produc în interiorul bobinei fixe un cîmp magnetic uniform(omogen)de inducţie B.A doua bobină, cu N_2 spire, este tot cilindrică(înălţimea cilindrului însă foarte mică),mobilă, fixată pe un ax dispus perpendicular pe direcţia yy'. Bobina mobilă,parcursă de curentul electric de intensitate I_2,se află în cîmpul magnetic de inducţie $\bar{B}$, cîmp produs de bobina fixă.Ca urmare,asupra unui element de conductor $d\bar{l}_2$ va acţiona o forţă tip Laplace (rel.7.28),adică:

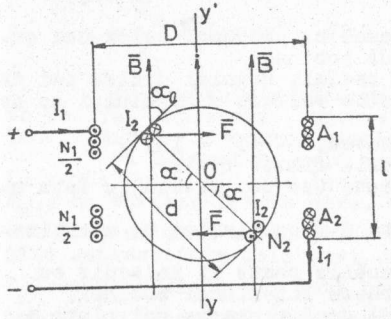


Fig.14.6

$$d\bar{F} = I_2 \cdot d\bar{l}_2 \times \bar{B}$$

Cum liniile inducţiei magnetice $\bar{B}$ sînt perpendiculare pe laturile bobinei mobile ($d\bar{l}_2 \perp \bar{B}$), iar B proporţional cu I_1,se poate scrie forţa F(ca valoare numerică) ce acţionează asupra celor N_2 spire, sub forma:

$$F = K_1 I_1 I_2 \qquad (14.27)$$

unde, K_1 este o constantă de proporţionalitate.

Din rel.14.27 se vede că forţa electrodinamică este proporţională cu produsul celor doi curenţi ce străbat cele două bobine (fixă şi mobilă).

Sensul forţei $\bar{F}$ este cel din fig.14.6, sens obţinut prin aplicarea regulei burghiului drept la efectuarea produsului vectorial $d\bar{l}_2 \times \bar{B}$. Dacă d este diametrul bobinei mobile,(diametru mediu)atunci cuplul activ, determinat de forţele $\bar{F}$,se scrie:

$$M = F \cdot d \sin\alpha = d K_1 I_1 I_2 \sin\alpha_0 \qquad (14.28)$$

In fig.14.6 şi rel.14.28, α_0 este unghiul pe care îl face $\bar{B}$ cu tangenta dusă în fiecare punct la cercul pe care îl descrie $d\bar{l}_2$ în mişcarea de rotaţie a bobinei mobile. Prin α s-a notat(în fig.14.6) unghiul de deviaţie al bobinei mobile faţă de cea fixă. Pentru cazul cîmpului magnetic omogen, caz prezentat şi în fig. 14.6, cele două unghiuri sînt egale, adică $\alpha = \alpha_0$.

Se vede din rel.14.28, că în cazul cîmpului magnetic omogen, cuplul activ depinde atît de curenţii I_1 şi I_2 (mai exact de produsul lor)cît şi de poziţia relativă a bobinelor.

Pentru a elimina influenţa lui α_0, se realizează instrumente electrodinamice cu cîmp magnetic radial, cînd liniile de cîmp magnetic adică liniile inducţiei magnetice $\bar{B}$ intersectează normal traiectoria (cercul) pe care se deplasează elemente de conductor dl_2, ale bobinei mobile. Un asemenea cîmp radial, se obţine (după datele din literatură) pentru,

$$\frac{d}{D} \simeq 0{,}62 \quad \text{şi} \quad \frac{\ell}{D} \simeq 0{,}37$$

unde s-a notat cu ℓ lungimea totală a bobinei fixe. In aceste condiţii de cîmp magnetic radial, cînd $\alpha_0 = \pi/2$, cuplul activ se scrie:

$$M = dK_1 I_1 I_2 \sin \alpha_0 = d\, K_1 I_1 I_2 \sin \frac{\pi}{2} = d\, K_1 I_1 I_2$$

sau,

$$M = K_a I_1 I_2 \qquad (14.29)$$

Cuplul activ este proporţional cu produsul celor doi curenţi electrici ce străbat cele două bobine.

In cazul cîmpului magnetic radial, unghiul dintre cei doi vectori, $\bar{B}$ şi $d\bar{l}_2$ este $\frac{\pi}{2}$ pentru orice valoare a unghiului de deviaţie α. Acest unghi este cuprins între, $\alpha = 45^0 - 135^0$.

Pe axul bobinei mobile se află fixate rigid:

- acul indicator ce se roteşte (se deplasează) în faţa unei scări gradate;
- contragreutăţile şi paleta dispozitivului de amortizare (dispozitiv pneumatic).

Constructiv, axul bobinei mobile poate fi înlocuit cu două semiaxe, fără să se mai traverseze interiorul bobinei.

Cuplul rezistent este dat de două resoarte spiralate, avînd un capăt fixat de bobina fixă iar celălalt de axul bobinei mobile, care serveso şi pentru aducerea curentului la bobina mobilă. Acest cuplu este proporţional cu unghiul de deviaţie α, adică, $M_r = K_r \alpha$.

Cuplul activ determină rotirea bobinei mobile, pînă la echilibrarea lui de către cuplul rezistent, deci cînd e îndeplinită egalitatea, $M = M_r$, adică:

$$K_a I_1 I_2 = K_r \alpha$$

de unde rezultă,

$$\alpha = \frac{K_a}{K_r} \cdot I_1 I_2 = K I_1 I_2 \qquad (14.30)$$

Ca urmare, la instrumentele electrodinamice simple cu cîmp magnetic radial, deviaţia bobinei (deci şi a acului indicator) este proporţională cu produsul intensităţilor celor doi curenţi (curenţi continui), ce străbat cele două bobine, fixă şi mobilă.

Dacă cei doi curenţi sînt sinusoidali, adică:

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin \omega t$$
$$i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t - \psi) \qquad (14.31)$$

atunci cuplul activ, ca valoare instantanee, se poate scrie în baza rel.14.29, sub forma:

$$m = K_a i_1 i_2 = K_a 2 I_1 I_2 \sin \omega t \sin(\omega t - \psi) =$$
$$m = K_a I_1 I_2 \{\cos \psi - \cos(2\omega t - \psi)\}$$

Datorită inerţiei sistemului mobil, acul indicator nu poate urmări valorile instantanee ale cuplului activ, astfel că deviaţia lui este determinată de valoarea medie a cuplului momentan pe durata unei perioade, adică:

$$M = M_{med} = \frac{1}{T} \int m\,dt = K_a I_1 I_2 \cos \psi \qquad (14.32)$$

Ca urmare, la instrumentele electrodinamice cuplul activ mediu, în cazul curenţilor sinusoidali, este proporţional cu produsul valorilor efective ale curenţilor din cele două bobine (fixă şi mobilă) şi cu cosinusul unghiului de defazaj ψ, dintre cei doi curenţi. La echilibru, $M = M_{med} = M_r$, adică:

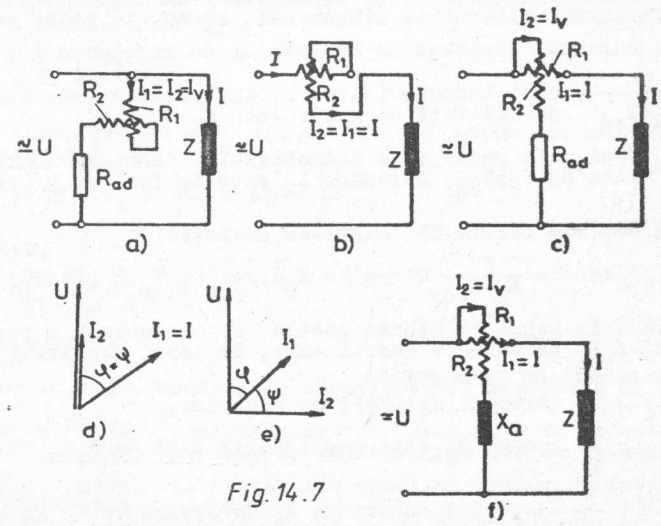
$$K_a I_1 I_2 \cos \psi = K_r \alpha$$

de unde rezultă,

$$\alpha = \frac{K_a}{K_r} I_1 I_2 \cos \psi = K I_1 I_2 \cos \psi \qquad (14.33)$$

Instrumentele electrodinamice simple se construiesc ca voltmetre, ampermetre, wattmetre şi contoare de energie electrică în circuitele de curent continuu.

Ca voltmetru, cele două bobine, fixă şi mobilă, conectate în serie între ele, se leagă în serie cu o rezistenţă adiţională R_{ad}, de valoare foarte mare. Circuitul astfel format este conectat la tensiunea U, tensiune ce urmează a se măsura. In fig. 14.7a sînt reprezentate cele trei rezistenţe conectate în serie: R_1 şi R_2 (rezistenţele celor două bobine mobilă şi fixă) respectiv R_{ad} precum şi receptorul de impedanţă Z. Notînd cu R_v, suma acestor trei rezistenţe legate în serie şi neglijînd inductivitatea celor



două bobine în raport cu R_v, se poate scrie:

$$I_1 = I_2 = I_v = \frac{U}{R_v}$$

iar rel.14.33, devine:

$$\alpha = KI_v^2 = \frac{K}{R_v^2} U^2 \qquad (14.34)$$

căci $\psi = 0$, curenţii fiind egali.

In cazul folosirii ca ampermetru, cele două bobine se conectează tot în serie, dar în serie şi cu circuitul în care se măsoară curentul I (fig.14.7b). In aceste condiţii, se poate scrie:

$$I_1 = I_2 = I$$

rezultînd în baza rel.14.33,

$$\alpha = KI^2 \qquad (14.35)$$

La folosirea ca wattmetru, bobina fixă, denumită bobină de curent, este confecţionată din sîrmă groasă cu spire puţine şi se conectează în serie cu circuitul a cărui putere se măsoară, rezultînd $I_1 = I$(fig. 14.7c). Bobina mobilă, denumită bobina de tensiune a wăttmetrului, are spire mai multe din sîrmă subţire şi este străbătută de curentul I_2.Bobina de tensiune are conectat în serie cu ea şi rezistenţa adiţională R_{ad}.

In cazul circuitelor de curent continuu, pentru schema wattmetrului electrodinamic din fig. 14.7c se poate scrie:

$$I_1 = I \text{ şi } I_2 = \frac{U}{R_2+R_{ad}}$$

rezultînd,

$$\alpha = KI_1I_2 = \frac{K}{R_2+R_{ad}} \cdot UI = K_pUI = K_pP \qquad (14.36)$$

Dacă wattmetrul electrodinamic, reprezentat în fig.14.7c, se foloseşte în curent alternativ sinusoidal, atunci se poate scrie:

$I_1 = I$, curentul absorbit de receptorul de impedanţă Z ;

$I_2 = \frac{U}{R_2+R_{ad}}$, căci inductivitatea bobinei mobile este neglijabilă faţă de rezistenţa $R_2 + R_{ad}$;

$\psi = \varphi$, căci prin neglijarea inductivităţii bobinei mobile faţă de R_2+R_{ad}, curentul I_2 este în fază cu U (fig.14. 7d)

rezultînd conform rel.14.33, expresia deviaţiei α,

$$\alpha = KI_1I_2\cos\psi = \frac{K}{R_2+R_{ad}} UI\cos\varphi = K_pUI\cos\varphi = K_p.P \qquad (14.37)$$

Dacă în serie cu bobina mobilă se conectează o reactanţă inductivă X_a de valoare foarte mare, în locul rezistenţei R_{ad} (fig.7f), atunci se pote scrie:

$I_1 = I$, curentul absorbit de receptor;

$I_2 = \frac{U}{X_a}$, căci R_2 este neglijabilă faţă de X_a ;

$\psi = \frac{\pi}{2} - \varphi$, căci reactanţa X_a defazează cu $\frac{\pi}{2}$ în urmă curentul I_2 faţă de U(fig. 14.7e).

rezultînd, în baza rel.14.33, expresia deviaţiei:

$$\alpha = KI_1I_2\cos\psi = \frac{K}{X_a} UI\cos\psi = \frac{K}{X_a} UI\cos(\varphi - \frac{\pi}{2}) = K_aUI\sin\varphi = K_aQ \qquad (14.38)$$

adică, deviaţia acului indicator este proporţională cu puterea reactivă şi ca urmare instrumentul electrodinamic poate fi folosit ca varmetru.

Din rel.14-34,35,37 şi 38, rezultă o scară patratică pentru ampermetru şi voltmetru, respectiv una liniară în cazul wattmetrului şi varmetrului. Practic, se urmăreşte a se realiza cele două bobine de o asemenea configuraţie încît cuplul activ să varieze neliniar în funcţie de α_o(rel.14.28) aşa fel, încît să fie compensată neliniaritatea scării patratice.

14.4.2. Contorul electrodinamic.In cazul contorului electrodinamic, folosit la măsurarea energiei electrice în circuitele de curent continuu, pe axul bobinei mobile este fixat un disc de aluminiu, axul trecînd prin centrul discului. Discul roteşte cu turaţia n, între polii unui magnet permanent, odată cu axul şi bobina mobilă. Ca urmare, cuplul rezistent este produs pe cale electromagnetică, el fiind determinat de interacţiunea dintre cîmpul magnetic al magnetului permanent şi curenţii turbionari induşi în discul de aluminiu prin mişcarea sa în acest cîmp.Aceşti curenţi induşi sînt proporţionali cu turaţia n a discului.Cuplul rezistent va fi şi el proporţional cu turaţia n, putîndu-se scrie:

$$M_r = K_r n$$

Discul contorului se va roti cu o turaţie constantă n, cînd cele două cupluri, activ şi reactiv, care sînt de sensuri opuse,vor fi egale ca valori numerice, adică $M = M_r$. Cuplul activ,după cum s-a văzut la wattmetrul electrodinamic, este proporţional cu puterea, rezultînd deci:

$$M = K\,UI = KP = M_r = K_r\,n$$

sau, $$P = UI = \frac{K_r}{K}\, n$$

Integrînd această ultimă relaţie pentru un interval de timp de la zero la t, se obţine:

$$\int_0^t P\,dt = W_a = \frac{K_r}{K}\int_0^t n\,dt = \frac{K_r}{K} N_t$$

şi de aici,

$$N_t = \frac{K}{K_r} W_a = K_cW_a \qquad (14.4o)$$

unde s-a notat,

$N_t = \int_0^t n\,dt$, numărul de rotaţii(ture) efectuate de disc în intervalul de timp, 0 - t.

$W_a = \int_0^t P\,dt$, energia electrică consumată de receptorul respectiv, în acelaşi interval de timp,0 la t;

K_c , constanta contorului electrodinamic, în rot/kwh ,marcată pe contor.

Numărarea rotaţiilor efectuate de disc se face cu ajutorul unui mecanism integrator, astfel construit, ca la zece rotaţii ale rotiţei din dreapta, rotiţa vecină din stînga să efectueze o rotaţie etc.Fiecărei rotiţe îi este ataşată şi o rolă marcată cu cifre

de la zero la nouă. Rotiţele şi rolele sînt astfel angrenate încît energia consumată este afişată direct în unităţi de energie, în general kWh.

Instrumentele electrodinamice se caracterizează prin sensibilitate şi precizie ridicate, fiind de cl.0,5-0,2 chiar o,1.Ele se pot folosi atît în curent continuu cît şi alternativ sinusoidal.In curent alternativ sinusoidal fiind cele mai precise, se folosesc ca etaloane şi pentru laboratoare. Ca dezavantaje, se menţionează:

- consum propriu relativ mare, (2-4) W;
- sensibile la şocuri mecanice şi suprasarcini electrice,datorită resoartelor spirale care sînt şi conductoare pentru curenţi;
- scara instrumentului în general neliniară;
- sensibile la influenţa cîmpurilor magnetice exterioare;
- preţ de cost ridicat.

14.4.3. Logometre electrodinamice. Schematic, un logometru electrodinamic este reprezentat în fig.14.8. Diferenţa faţă de instrumentul electrodinamic simplu, constă în următoarele:

- Lipsesc resoartele spiralate pentru creerea cuplului rezistent;
- Existenţa a două bobine 1 şi 2, fixate rigid pe axul mobil, bobine fixe una faţă de cealaltă, a căror suprafeţe (ca vector)sînt la un unghi de 90°.Cele două bobine mobile sînt străbătute de curenţii I_1, respectiv I_2,iar bobina fixă (formată tot din două semi bobine ca la instrumentele simple) este parcursă de curentul I;
- Curenţii sînt aduşi la cele două bobine mobile prin intermediul unor benzi flexibile;
- Asupra axului mobil, deci şi a acului indicator,una din bobinele mobile exercită un cuplu activ într-un sens,iar cealaltă un cuplu rezistent, în sens opus.

Semibobinele fixe se fac suficient de lungi(deci $\ell \gg D$) pentru a crea un cîmp magnetic practic uniform (omogen).

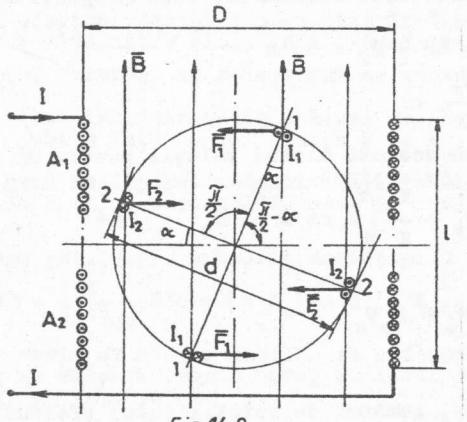


Fig.14.8

In cazul alimentării bobinelor în curent continuu,expresiile celor două cupluri ce acţionează asupra bobinelor mobile, cupluri ce sînt de sensuri opuse, se pot scrie, pe baza rel.14.28 şi a fig.14.8, sub forma:

$$M_1 = K_1 I\, I_1 d \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = K\, I\, I_1 d \cos\alpha$$

$$M_2 = K_2 I\, I_2 d \sin\alpha = K\, I\, I_2\, d \sin\alpha \qquad (14.41)$$

unde,

$K_1 = K_2 = K$, este o constantă de proporţionalitate deoarece cîmpul magnetic este omogen, deci B = ct, iar bobinele mobile sînt identice;

α, deviaţia sistemului mobil format din cele două bobine, care este şi unghiul de deviaţie al acului indicator.

Alegînd în mod corespunzător sensul curenţilor I_1 şi I_2, prin cele două bobine ce constituie sistemul mobil, se asigură ca cele două cupluri să fie de sensuri opuse (fig.14.8).Echilibrul sistemului mobil are loc cînd aceste două cupluri, unul activ iar celălalt rezistent, devin egale ca valori numerice:

$$K\, I\, I_1\, d \cos\alpha = K\, I\, I_2\, d \sin\alpha$$

adică,

$$tg\alpha = \frac{I_1}{I_2} \qquad (14.42)$$

De aici rezultă că, deviaţia sistemului mobil al logometrului electrodinamic depinde de raportul curenţilor ce parcurg cele două bobine mobile. Se poate scrie:

$$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \qquad (14.43)$$

In cazul alimentării bobinelor în curent alternativ sinusoidal, adică:

$$\begin{aligned} i &= \sqrt{2} I \sin\omega t \\ i_1 &= \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \psi_1) \\ i_2 &= \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t - \psi_2) \end{aligned} \qquad (14.44)$$

pe baza rel. 14.41, se pot scrie cele două cupluri, ca valori instantanee, sub forma:

$$\begin{aligned} m_1 &= K\sqrt{2} I \sin\omega t \cdot \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \psi_1).d.\cos\alpha \\ &= 2K I I_1 d.\cos\alpha.\sin\omega t \sin(\omega t - \psi_1) \end{aligned} \qquad (14.45)$$

respectiv,

$$\begin{aligned} m_2 &= K\sqrt{2} I \sin\omega t \cdot \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t - \psi_2).d.\sin\alpha \\ &= 2K I I_2 d \sin\alpha \sin\omega t \sin(\omega t - \psi_2) \end{aligned}$$

Ca valori medii, cele două cupluri se scriu:

$$\begin{aligned} M_{1med} &= \frac{1}{T}\int_0^T m_1.dt = K\, I\, I_1 d \cdot \cos\alpha.\cos\psi_1 \\ M_{2med} &= \frac{1}{T}\int_0^T m_2.dt = K\, I\, I_2 d.\sin\alpha\cos\psi_2 \end{aligned} \qquad (14.46)$$

La echilibru se poate scrie:

$$K\, I\, I_1\, d \cos\alpha \cos\psi_1 = K\, I\, I_2\, d \cdot \sin\alpha \cos\psi_2$$

de unde rezultă:

$$tg\alpha = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{\cos\psi_1}{\cos\psi_2} \qquad (14.47)$$

Ca urmare şi în regim sinusoidal, deviaţia α a sistemului mobil

depinde de raportul valorilor efective ale curenţilor din cele două bobine mobile. Dacă se realizează condiţia, $\psi_1 \simeq \psi_2$, atunci rezultă relaţia din curent continuu (14.42), adică:

$$\alpha = f(\frac{I_1}{I_2}) \qquad (14.48)$$

Logometrele electrodinamice se utilizează numai în curent alternativ, cu fazmetre, frecvenţmetre şi faradmetre, deoarece în curent continuu sînt inferioare ca performanţe celor magnetoelectrice.

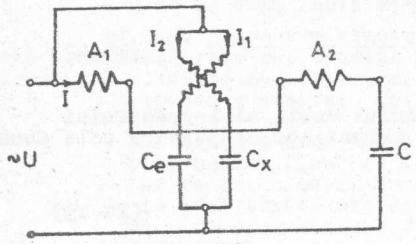


Fig.14.9

In fig.14.9 este prezentată schema electrică a unui faradmetru tip logometric electrodinamic. Pe baza rel.14.48, şi a schemei din fig.14.9, se poate scrie:

$$\alpha = f(\frac{I_1}{I_2}) = f(\frac{U\omega C_e}{U\omega C_x}) = f(\frac{C_e}{C_x}) \qquad (14.49)$$

unde,

C_e, este capacitatea etalon;

C_x, capacitatea de măsurat.

La scrierea relaţiei 14.49 s-a considerat că impedanţele bobinelor mobile sînt neglijabile faţă de reactanţele capacitive corespunzătoare lui C_e şi C_x, cu care sînt în serie.

14.5. Instrumente electromagnetice

Principiul de funcţionare al acestui tip de instrumente are la bază acţiunea cîmpului magnetic de inducţie B, produs de o bobină fixă parcursă de curent electric, asupra unei piese mobile, feromagnetice, situată în acest cîmp. Curentul electric prin spirele bobinei ce creează pe B, este curentul ce urmează a fi măsurat. Piesa feromagnetică mobilă, denumită şi armătură, este fixată excentric pe axul de rotaţie. Forţa portantă (vezi cap.7.4.6) creează în aceste condiţii un cuplu de rotaţie care va roti întregul sistem mobil. Instrumentele electromagnetice se construiesc în mai multe variante, două însă sînt mai des întîlnite şi anume: cu bobină plată şi cu bobină cilindrică.

14.5.1. Instrumente electromagnetice cu bobină plată denumite şi cu atracţie.

Sînt formate dintr-o bobină plată 1 (fig.14.10) parcursă de curentul I, prevăzută cu o fantă îngustă 7, în care datorită forţei electromagnetice (forţa portantă) este atrasă armătura excentrică 3. Ţinînd seama de expresia forţei portante a electromagneţilor (rel. 7.38) şi considerînd că inducţia magnetică B este proporţională cu I, se poate scrie forţa F sub forma: $F = k_f \cdot I^2$. Această forţă determină un cuplu activ M, care roteşte axul mobil 2, iar odată cu el şi celelalte părţi componente ale sistemului mobil: resoartele spiralate 6, amortizorul pneumatic 5, acul indicator 4. Expresia cuplului activ se scrie sub forma:

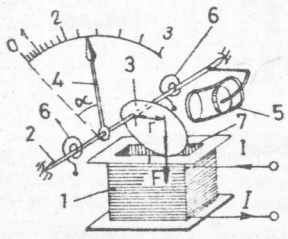


Fig.14.10

$$M = k_a I^2 \qquad (14.50)$$

unde, k_a este o constantă de proporţionalitate, la bobină şi armătură construite în mod corespunzător, adică astfel ca forţa F să nu depindă de poziţiile relative ale acestor două piese.

Cuplul activ fiind proporţional cu patratul intensităţii curentului din bobină, rezultă că asemenea instrumente se pot folosi şi în curent alternativ, indiferent de forma de variaţie a lui I. Aceasta constituie un mare avantaj. In cazul curentului sinusoidal, prin I (din rel.14.50 şi 51) se înţelege valoarea efectivă. Etalonarea instrumentului însă se face separat pentru curent continuu şi pentru curent alternativ.

Cuplul rezistent este dat de resorturile spiralate 6, deci $M_r = k_r \alpha$, iar la echilibru, $M = k_a I^2 = M_r = k_r \alpha$, de unde rezultă:

$$\alpha = \frac{k_a}{k_r} I^2 = kI^2 \qquad (14.51)$$

Din rel.14.51 rezultă că scara acestor instrumente este patratică, cu diviziuni restrînse la începutul scării, interval în care precizia citirilor este nesatisfăcătoare şi extinsă către sfîrşit.

14.5.2. Instrumentele electromagnetice cu bobină cilindrică denumite şi cu repulsie.

Sînt constituite (fig.14.11) dintr-o bobină cilindrică 3, în centrul acesteia fiind axul de rotaţie al sistemului mobil şi două armături feromagnetice, una în faţa celeilalte.

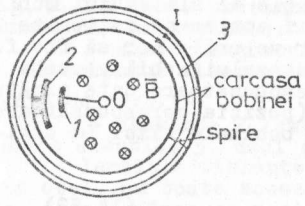


Fig.14.11

Armătura 1, excentrică faţă de axul de rotaţie, dar solidară cu acesta, este mobilă, iar cea de a doua 2, fixă faţă de bobină. Armăturile fiind în interiorul bobinei, se află în cîmpul magnetic de inducţie B, cîmp produs de curentul I ce străbate spirele acesteia. Ca urmare, cele două armături se magnetizează la fel, ele respingîndu-se (polii magnetici de acelaşi semn, se resping). Această respingere face ca armătura 1 să se depărteze de 2, rotind axul mobil cu unghiul α şi odată cu el întregul sistem mobil, inclusiv acul indicator. In rest aceste instrumente se aseamănă cu cele cu bobina plată, inclusiv expresiile cuplului activ.

Instrumentele cu repulsie au performanţe superioare faţă de cele cu atracţie, fapt pentru care sînt şi mai des întîlnite în tehnica măsurării. In ultimul timp însă, se construiesc aparate care folosesc simultan atît efectul de atracţie cît şi cel de repulsie.

Dintre calităţile instrumentelor electromagnetice se menţionează:

- posibilitatea folosirii lor atît în curent continuu cît şi alternativ, fără alte accesorii (redresori, termocuple etc);
- influenţa temperaturii este mică, deoarece nu au şunturi, extinderea domeniului de curent făcîndu-se prin fracţionarea bobinei, fracţiuni care se pot lega în serie sau paralel;
- sînt ieftine, simple şi robuste, putîndu-se realiza pentru curenţi mari (200-400)A, deci domenii largi de măsură;
- suportă uşor suprasarcini, deoarece I nu parcurge nici-o parte a sistemului mobil (resorturile spiralate);

Dintre neajunsuri, trebuiesc reţinute următoarele:

- precizie relativ scăzută, în general cl 1,5-1, cu precauţiuni chiar 0,5 ;

- sînt influenţate de cîmpurile magnetice exterioare, deoarece cîmpul magnetic produs de bobina fixă este relativ mic şi liniile acestuia se închid prin aer;

- consum propriu relativ mare, (pînă la 1o W) deoarece pentru a obţine sensibilităţi cît mai ridicate, sînt necesare cîmpuri magnetice puternice, adică solenaţii mari, respectiv curenţi intenşi.

- scara patratică, care însă poate fi liniarizată parţial.

Instrumentele electromagnetice se folosesc atît ca ampermetre de (1-5o)A, domeniul de măsură putîndu-se lărgi prin fracţionarea bobinei fixe (curent continuu) sau folosind transformatoare de măsură de curent (curent alternativ), cît şi ca voltmetre, pentru (15-75o)V. Pentru extinderea domeniului de măsură la asemenea voltmetre se folosesc rezistenţele adiţionale sau transformatoarele de măsură, de tensiune (în curent alternativ). Cu instrumente electromagnetice se poate măsura puterea activă I^2R, şi cea reactivă I^2X, dacă se cunosc parametrii R şi X ai circuitului respectiv.

14.5.3. Logometre electromagnetice.

In tehnica măsurării se folosesc şi logometre electromagnetice, în special la măsurarea impedanţelor, a capacităţii condensatoarelor (faradmetre) etc.. Un logometru electromagnetic conţine două bobine fixe, a căror spire sînt parcurse de curenţii I_1 respectiv I_2, fiecare acţionînd asupra cîte unei armături mobile, ambele armături fiind fixate pe acelaşi ax de rotaţie al sistemului mobil. Constructiv, se asigură ca cele două cupluri active să acţioneze în sensuri opuse asupra axului de rotaţie, iar valorile lor să fie funcţii diferite de unghiul de deviaţie α al sistemului mobil. Aceste funcţii diferite se asigură prin forme corespunzătoare date armăturilor mobile şi prin poziţia lor iniţială (poziţia corespunzătoare curentului nul prin bobinele fixe) faţă de bobinele fixe. La echilibru, se obţine:

$$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \qquad (14.52)$$

adică unghiul de deviaţie permanentă (la echilibru) a sistemului mobil, este funcţie de raportul celor doi curenţi ce parcurg spirele celor două bobine fixe ale logometrului electromagnetic.

Instrumentele electromagnetice se mai numesc şi instrumente feromagnetice sau cu fier mobil.

14.5.4. Faradmetru electromagnetic. Este un logometru electromagnetic, a cărui schemă electrică este prezentată în fig. 14.12a. Neglijînd reactanţa bobinei cu rezistenţa R_{i1} faţă de rezistenţa R şi reactanţa bobinei cu rezistenţa R_{i2} faţă de reactanţa capacitivă determinată de C_x, pentru valorile efective ale curenţilor I_1 şi I_2 ce parcurg bobinele fixe, se pot scrie expresiile:

$$I_1 = \frac{U}{R_{i1}+R}\ ;\ I_2 = \frac{U}{\sqrt{R_{i2}^2+\left(\frac{1}{\omega C_x}\right)^2}} \qquad (14.53)$$

rezultînd, pe baza rel.14.52, expresia unghiului de deviaţie α, sub forma:

$$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = f\left\{\frac{\sqrt{R_{i2}^2+\left(\frac{1}{\omega C_x}\right)^2}}{R_{i1}+R}\right\} \qquad (14.54)$$

Cum rezistenţele interioare R_{i1} şi R_{i2} ale bobinelor fixe şi rezistenţa R (corespunzător aleasă) sînt constante şi cunoscute, unghiul de deviaţie α va fi o măsură a capacităţii C_x, instrumentul putînd fi etalonat direct în farazi.

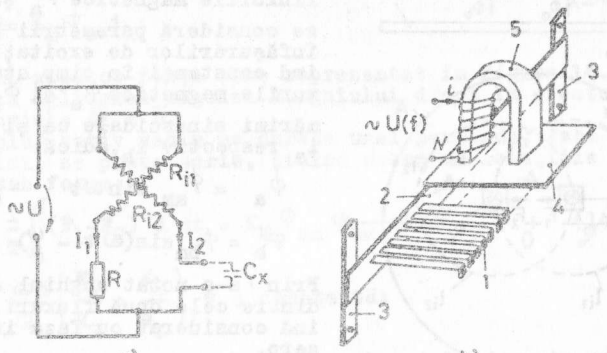


Fig. 14.12

14.5.5. Frecventmetru cu lame vibrante. Este denumit şi frecventmetru cu rezonanţă, reprezentînd o construcţie mai aparte. In fig.14.12b este prezentat schematic un astfel de frecventmetru. El constă din următoarele:

- electromagnetul 5, a cărui bobină cu N spire este parcursă de curentul alternativ i, curent ce variază cu frecvenţa f_x, frecvenţa de măsurat;

- traversa 2 este fixată de carcasa instrumentului prin lamele elastice 3, deci ea poate oscila ;

- lamelele vibrante 1, fixate rigid de 2, sînt confecţionate din oţel, au toate acelaşi lungime şi lăţime, dar grosimi diferite, ceea ce face ca perioadele oscilaţiilor libere ale acestor lamele să difere de la o lamelă la alta;

- plăcuţa feromagnetică 4, care constituie armătura instrumentului electromagnetic, este fixată pe traversa 2.

La trecerea curentului alternativ i prin bobina electromagnetului 5, acesta va atrage şi elibera armătura 4 în mod periodic cu frecvenţa f, deci 4 va oscila. Aceste oscilaţii se transmit de la armătura 4 la lamelele 1, prin intermediul traversei 2. Forţa portantă fiind proporţională cu patratul inducţiei magnetice, deci cu patratul curentului i (dacă miezul este nesaturat), oscilaţiile armăturii 4 vor fi de frecvenţă dublă faţă de cea a curentului i, adică $f = 2f_x$. Lamela, a cărei frecvenţă proprie este $2f_x$, va vibra cu amplitudine mare, ea intrînd în rezonanţă. Amplitudinea mare se poate observa pe partea frontală a instrumentului, unde se văd capetele lamelelor vibrante vopsite în alb. In dreptul fiecărei lamele este scrisă valoarea f_x corespunzătoare.

Frecventmetrul cu lame vibrante are consum propriu ridicat (de ordinul waţilor) şi domeniul limitat. Pentru frecvenţe industriale f_x = 5o Hz, domeniul este cuprins între 45-55 Hz.

14.6. Instrumente cu inducţie

Au la bază interacţiunea dintre unul sau mai multe fluxuri magnetice ϕ, variabile în timp, ce străbat un disc metalic şi curenţii electrici induşi de aceste fluxuri în discul respectiv. Principiul de funcţionare al unui instrument cu inducţie este prezentat schematic în fig.14.13. Electromagneţii a şi b, au înfăşurările

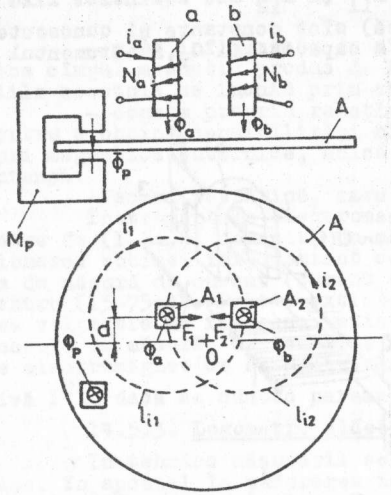


Fig. 14.13

de excitaţie cu N_a respectiv N_b spire străbătute de curenţii sinusoidali i_a respectiv i_b. Solenaţiile $N_a i_a$ respectiv $N_b i_b$, produc fluxurile magnetice Φ_a şi Φ_b. Dacă se consideră parametrii R şi L ai înfăşurărilor de excitaţie ca fiind constanţi în timp atunci fluxurile magnetice Φ_a şi Φ_b sînt tot mărimi sinusoidale ca şi curenţii i_a respectiv i_b, adică:

$$\Phi_a = \Phi_{am} \sin \omega t \qquad (14.55)$$

$$\Phi_b = \Phi_{bm} \sin(\omega t - \psi)$$

Prin ψ s-a notat unghiul de defazaj dintre cele două fluxuri, primul fiind considerat cu faza iniţială zero.

Aceste fluxuri magnetice variabile în timp, străbătînd discul metalic A, induc în acesta (prin fenomenul de inducţie electromagnetică) de-a lungul unor contururi închise l_{i1} şi l_{i2}, tensiunile electromotoare:

$$u_{ea} = \int_{l_{i1}} \bar{E}\, d\bar{l} = -\frac{d\Phi_a}{dt} \qquad (14.56)$$

$$u_{eb} = \int_{l_{i2}} \bar{E}\, d\bar{l} = -\frac{d\Phi_b}{dt}$$

Aceste tensiuni electromotoare determină în discul metalic A curenţii induşi:

$$i_1 = \frac{u_{ea}}{R_1} = -\frac{1}{R_1}\frac{d\Phi_a}{dt} = -\frac{1}{R_1}\omega \Phi_{am} \cos \omega t \qquad (14.57)$$

$$i_2 = \frac{u_{eb}}{R_2} = -\frac{1}{R_2}\frac{d\Phi_b}{dt} = -\frac{1}{R_2}\omega \Phi_{bm} \cos(\omega t - \psi)$$

unde R_1 şi R_2 reprezintă rezistenţele electrice ale discului de-alungul contururilor prin care se închid curenţii i_1 şi i_2. La scrierea relaţiilor 14.57 s-au neglijat inductivităţile corespunzătoare contururilor l_{i1} şi l_{i2}.

Sensurile curenţilor induşi i_1 şi i_2 din figura 14.13 s-au stabilit pe baza regulei lui Lenz, considerînd fluxurile pozitive şi crescătoare la momentul respectiv.

Există două porţiuni din disc şi anume suprafeţele A_1 şi A_2, unde fluxurile sînt diferite de zero, respectiv unde există inducţiile magnetice:

$$B_a = \frac{\Phi_a}{A_1} \; ; \; B_b = \frac{\Phi_b}{A_2}$$

Prin aceste porţiuni şi curenţii i_2 respectiv i_1 au valori diferite de zero. Asupra acestor porţiuni de disc acţionează forţe de tip Laplace, adică $d\bar{F} = i\, d\bar{l} \times \bar{B}$ care se pot scrie ca valori instantanee:

$$F_1 = K_1 \Phi_a i_2 \qquad (14.58)$$

$$F_2 = K_2 \Phi_b i_1$$

Sensul acestor forţe este reprezentat în figura 14.13, el fiind obţinut prin aplicarea regulei burghiului drept la efectuarea produselor vectoriale $d\bar{l} \times \bar{B}$.

Cuplul activ mediu pe durata unei perioade, faţă de centrul O al discului, se poate scrie, ţinînd seama de relaţiile 14.58, 14.57 şi 14.55, sub forma:

$$M = \frac{1}{T}\int_0^T (F_1 - F_2)\, d \cdot dt = K_M \Phi_{am} \Phi_{bm} \sin \psi \qquad (14.59)$$

unde, $K_M = \frac{\omega d}{2}\left\{\frac{K_1}{R_2} + \frac{K_2}{R_1}\right\}$ e o constantă;

d, distanţa de la centrul discului A la dreapta ce uneşte punctele de aplicaţie ale forţelor F_1 şi F_2.

Dacă parametrii R şi L ai înfăşurărilor de excitaţie sînt constanţi, ceea ce presupune miezurile electromagneţilor ca fiind nesaturate, fluxurile magnetice Φ_a respectiv Φ_b sînt proporţionale şi în fază cu cei doi curenţi care le-au produs, adică:

$$\Phi_a = \Phi_{am} \sin \omega t = k_a i_a = k_a \sqrt{2} I_a \sin \omega t \qquad (14.60)$$

$$\Phi_b = \Phi_{bm} \sin(\omega t - \psi) = k_b i_b = k_b \sqrt{2} I_b \sin(\omega t - \psi)$$

In aceste condiţii cuplul activ mediu, dat de rel. 14.59 se scrie sub forma:

$$M = K_i I_a I_b \sin \psi \qquad (14.61)$$

unde, $K_i = 2K_M k_a k_b$, o constantă;

ψ, unghiul de defazaj dintre cei doi curenţi I_a şi I_b, care parcurg înfăşurările de excitaţie ale electromagneţilor.

Sub acţiunea acestui cuplu mediu activ, discul metalic se roteşte uniform accelerat cu turaţia n [rot/sec]. Dacă această rotire are loc între polii magnetului permanent M_p (fig. 14.13), unde există fluxul constant Φ_p, atunci în discul metalic se induc curenţi electrici care interacţionează cu Φ_p, determinînd (ca în cazul contorului electrodinamic) un cuplu de frînare $M_r = k_r n$. Mişcarea de rotaţie a discului devine o mişcare uniformă, cînd cele două cupluri devin egale ca valori numerice, adică:

$$K_i I_a I_b \sin \psi = k_r n$$

rezultînd,

$$n = \frac{K_i}{k_r} I_a I_b \sin \psi \qquad (14.62)$$

Instrumentele cu inducţie se pot folosi ca : voltmetre, fluxurile magnetice fiind în acest caz proporţionale cu tensiunea de măsurat ; ampermetre, cînd fluxurile sînt proporţionale cu intensitatea curentului ce se măsoară etc. Cel mai răspîndit instrument cu inducţie este contorul de energie electrică folosit în circuitele de curent alternativ sinusoidal.

14.6.1. Contorul cu inducţie

Principiul de funcţionare al contorului monofazat este prezentat în cele ce urmează. Bobina cu N_a spire este străbătută de curentul $I_a = I$, care este curentul din circuitul monofazat în care se măsoară energia. El creează fluxul ϕ_a. Această bobină este denumită bobina de curent a contorului monofazat. Bobina cu N_b spire, denumită şi bobina de tensiune a contorului este conectată la tensiunea U a circuitului monofazat, deci străbătută de un curent I_b, care este proporţional cu U. Dacă se neglijează rezistenţa bobinei cu N_b spire, faţă de reactanţa sa, atunci I_b este decalat, practic, cu $\pi/2$ în urma lui U (fig.14.14). Acest curent I_b produce fluxul magnetic ϕ_b. Notînd cu φ unghiul de defazaj dintre U şi I, atunci defazajul între I_a şi I_b va fi: $\psi = \pi/2 - \varphi$. Cele două fluxuri ϕ_a şi ϕ_b străbat discul metalic şi determină un cuplu activ M, dat de rel.14.61, adică:

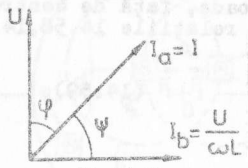


Fig. 14.14

$$M = K_i I_a I_b \sin\psi \qquad (14.63)$$

în care,

$$I_a = I \; ; \quad I_b = \frac{U}{\omega L} \; ; \quad \psi = \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \qquad (14.64)$$

Ca urmare, cuplul activ mediu se mai poate scrie:

$$M = K_i I \frac{U}{\omega L} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \frac{K_i}{\omega L} UI \cos\varphi = K_p P \qquad (14.65)$$

adică, el este proporţional cu puterea activă $P = UI\cos\varphi$ din circuitul monofazat respectiv. Cuplul rezistent este dat de magnetul permanent, mişcarea de rotaţie a discului devenind uniformă cînd cele două cupluri se egalează, adică:

$$M = K_p P = M_r = K_r n \qquad (14.66)$$

Din 14.66 rezultă,

$$P = \frac{K_r}{K_p} n = K_w n$$

relaţie care integrată pentru intervalul de timp de la 0 la t, conduce la:

$$W_a = \int_0^t P\,dt = \frac{K_r}{K_p} \int_0^t n\,dt = K_w N_t$$

sau,

$$N_t = \frac{1}{K_w} W_a = K_c W_a \qquad (14.67)$$

unde, W_a este energia activă consumată în intervalul de timp 0-t, de către circuitul monofazat considerat, în kwh;

N_t, numărul de rotaţii efectuat de disc, în acelaşi interval de timp;

K_c, constanta contorului, care reprezintă numărul de rotaţii ale discului ce corespunde unui consum de energie de 1 kwh.

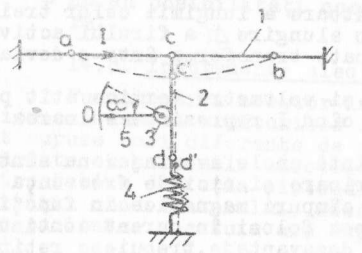
Pentru înregistrarea numărului de ture se foloseşte acelaşi mecanism integrator ca la contorul electrodinamic, astfel că energia electrică consumată este afişată direct în unităţi de energie, de obicei kWh.

Se pot construi şi contoare trifazate, la care există în general trei sisteme (dispozitive) de măsură, adică trei bobine de curent respectiv trei de tensiune.

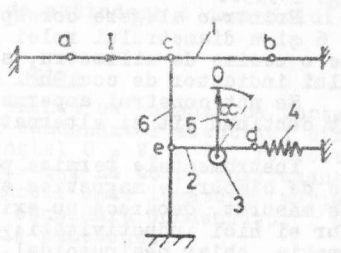
Instrumentele cu inducţie sînt puţin sensibile la cîmpuri magnetice exterioare şi au cupluri active relativ mari. Aceste calităţi se datoresc existenţei miezurilor feromagnetice ale bobinelor. Ca dezavantaje, se menţionează: precizia relativ redusă, motiv pentru care se folosesc în general ca instrumente de tablou şi înregistratoare, precum şi faptul că nu se pot folosi decît în curent alternativ, fiind bazate pe fenomenul inducţiei electromagnetice.

14.7. Instrumente termice

Funcţionarea acestora se bazează pe proprietatea unui fir metalic de a se alungi sub acţiunea termică a curentului electric care îl străbate. În fig. 14.15a este prezentat schematic principiul de funcţionare al unui instrument termic.



a)



b)

Fig. 14.15

Firul activ 1 parcurs de curentul de măsurat I, se află în poziţie iniţială (I=0) orizontal, întins între punctele a-b. De mijlocul acestui fir, adică în punctul c, din fig.14.15, este legat un capăt al firului de mătase 2, care se înfăşoară de cîteva ori pe rola 3. Celălalt capăt al firului 2, este legat la arcul de oţel 4(în punctul d) care ţine întins firul. La trecerea curentului de intensitate I, prin firul activ de rezistenţă R, se dezvoltă în conductor, într-un interval de timp t, cantitatea de căldură:

$$Q_d = 0{,}24\, I^2 Rt \qquad (14.68)$$

Cantitatea de căldură cedată de fir mediului ambiant, prin suprafaţa sa exterioară S, în acelaşi interval de timp este:

$$Q_c = k_c S (\theta - \theta_0) t \qquad (14.69)$$

unde,

k_c - coeficientul de cedare al căldurii de la metal la aer;

θ, θ_0 - temperatura conductorului, respectiv a mediului înconjurător.

La echilibru termic, $Q_d = Q_c$, rezultînd o supraîncălzire a conductorului:

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0 = \frac{0{,}24R}{k_c \cdot S} \cdot I^2 = k_1 I^2 \qquad (14.70)$$

care determină o alungire a firului activ:

$$\Delta l = l - l_0 = l_0(1+\beta\Delta\theta) - l_0 = \beta\Delta\theta = \beta k_1 I^2 = k_2 I^2 \qquad (14.71)$$

unde s-a notat,

l_0, l - lungimea firului activ la temperatura θ_0 respectiv la θ;

β - coeficient de dilatare liniară.

Mărimile R, k_c S și β au fost considerate constante și înglobate în k_2. Firul activ alungindu-se, el va ocupa poziția punctată din fig.14.15a și prin intermediul arcului 4 și a rolei 3 determină o deviație α a acului indicator 5. Acul indicator se rotește solidar cu rola 3. Această deviație este proporțională cu Δl, respectiv cu patratul intensității curentului de măsurat, adică:

$$\alpha = KI^2 \qquad (14.72)$$

rezultînd pentru instrumentul termic o scară patratică.

Transmisia alungirii Δl la acul indicator se poate face amplificat, folosind în plus un fir de bronz fosforos 6, legat așa ca în fig. 14.15b.

Printr-o alegere corespunzătoare a lungimii celor trei fire 1, 2, 6 și a diametrului rolei 3, o alungire Δl a firului activ în jur de o zecime de milimetru, se poate transforma într-o deviație a acului indicator de cca.90^0.

Se pot construi ampermetre și voltmetre termice atît pentru curent continuu cît și alternativ, cînd I reprezintă valoarea efectivă.

Instrumentele termice prezintă unele avantaje: nu sînt influențate de cîmpurile magnetice exterioare și nici de frecvența mărimii de măsurat, deoarece nu există cîmpuri magnetice în funcționarea lor și nici inductivități; se pot folosi în curent continuu și alternativ, chiar nesinusoidal. Ca dezavantaje, trebuiesc reținute: influența temperaturii mediului ambiant asupra indicațiilor; sensibilitate la suprasarcini; consum propriu relativ mare, (1-5)W la ampermetre de 5A și (2o-3o)W la voltmetru de 15o V; inerție mare, datorită inerției calorice a firului activ; precizie relativ scăzută etc...

Instrumentele termice se recomandă pentru măsurări la frecvențe înalte, iar la frecvențe joase numai în cazul regimurilor nesinusoidale.

In prezent sînt tot mai mult înlocuite cu instrumente termoelectrice, adică magnetoelectrice prevăzute cu termocuplu.

O variantă a instrumentelor termice o reprezintă instrumentele bimetalice denumite și cu lamă bimetalică. O lamă bimetalică se obține prin laminarea împreună, la cald, a două metale cu coeficienți de dilatare liniară diferiți, adică $\beta_1 \neq \beta_2$. Cele două metale 1 și 2 în fig.14.16, sînt solidare pe toată lungimea lor. Lama bimetalică este parcursă de curentul I de măsurat, curent ce dezvoltă în lamă, în intervalul de timp t, cantitatea de căldură Q_d (rel.14.68). Această căldură determină alungiri diferite ale celor două metale ce constituie lama bimetalică, aceasta îndoindu-se spre metalul cu β mai mic (în fig.14.16, $\beta_2 < \beta_1$). Săgeata X, ce apare ca rezultat al deformării lamelei bimetalice, este proporțională cu I^2, adică $X = K_x I^2$.

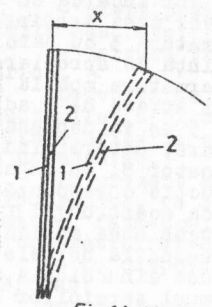


Fig.14.16

La instrumentele electrice cu bimetal, acesta se execută sub formă de spirală, care este parcursă de curentul de măsurat I. Unul din capetele spiralei se fixează rigid, dar izolat, de cutia instrumentului, al doilea capăt (tot izolat) acționează asupra sistemului mobil, imprimînd acestuia o mișcare de rotație, deci o deviație α ce este proporțională cu I^2, rămînînd valabilă relația,

$$\alpha = KI^2 \qquad (14.73)$$

Instrumentele cu bimetal prezintă unele calități (avantaje), dintre care menționăm:

-sînt simple din punct de vedere constructiv;

- suportă suprasarcini, fiind instrumente robuste;

- au un cuplu activ foarte mare;

- indicațiile acestor instrumente nu sînt influențate de forma curbei curentului, putînd fi folosite atît în curent continuu cît și alternativ (zeci de kHz).

Ca dezavantaje se menționează:

- inerție termică mare, timpul de răspuns fiind de zeci de minute;
- sînt influențate de temperatura mediului ambiant;
- au clasă de precizie scăzută (1,5-2,5) ;
- au un consum propriu relativ mare;
- nu au posibilități comode de extindere a domeniului de măsură.

14.8. Instrumente electrostatice

Funcționarea acestor instrumente se bazează pe forțele care acționează asupra armăturilor unui condensator electric, cînd acestea sînt supuse unei diferențe de potențial $U = V_1 - V_2$, respectiv sînt încărcate cu sarcinile electrice $q_1 = -q_2$. La toate instrumentele electrostatice deviația sistemului mobil este legată de variația capacității condensatorului. Dacă se consideră condensatorul plan, atunci capacitatea acestuia are expresia cunoscută:

$$C = \frac{\varepsilon S}{d} \qquad (14.74)$$

de unde rezultă că o variație a capacității condensatorului, la ε=ct. se poate obține:

- prin modificarea distanței d dintre armăturile condensatorului ;

- prin modificarea suprafeței S a armăturilor.

Ca urmare se pot construi două tipuri de instrumente electrostatice

a) cu variația lui d, cînd armătura mobilă efectuează deplasare liniară, cuplul rezistent fiind determinat de însăși greutatea armăturii mobile;

b) cu variația lui S, cînd armăturile au o astfel de formă, încît prin rotirea celei mobile să aibe loc o variație a lui S, cuplul rezistent fiind produs în acest caz de un arc de oțel.

In figura 14.17. este reprezentat schematic, principiul de funcționare al unui voltmetru electrostatic la care d este variabil. Armăturile plane 1 și 3 sînt fixe, iar 2 mobilă. Armătura 2 este o placă de aluminiu foarte subțire, suspendată de banda flexibilă 4, ea constituind organul mobil. Deplasarea armăturii mobile 2, este transmisă acului indicator 8, cu ajutorul tijei 5. Tija 5 străbate printr-un mic orificiu armătura fixă 1 și face legătura între 2 și axul de rotație 6, prin intermediul pîrghiei 7.

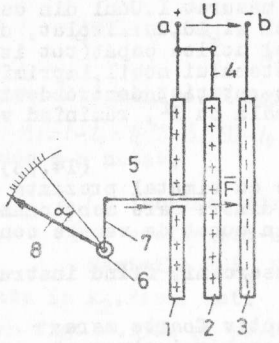


Fig. 14.17

Conectînd la bornele a-b, o diferenţă de potenţial U, cu polaritatea din fig.14.17, armăturile 1 şi 2 se vor încărca cu sarcini pozitive, deci vor avea tendinţa de a se respinge iar armătura 3 cu sarcini negative, avînd tendinţa de apropiere faţă de 2. Ca urmare, armătura mobilă 2 este respinsă de 1 şi atrasă de 3,adică supusă forţei F.Tija 5 se va deplasa conform săgeţii din figură, determinînd o rotire a acului indicator 8, cu unghiul α .Printr-o construcţie corespunzătoare se poate asigura ca acest unghi α să fie proporţional cu tensiunea aplicată U.

Dacă se conectează la bornele instrumentului o tensiune sinusoidală,felul încărcărilor (semnul sarcinilor de pe armături) variază ca şi tensiunea,dar forţa F rămîne tot timpul îndreptată în acelaşi sens, căci tot timpul 1 şi 2 vor avea sarcini de acelaşi semn, deci se vor respinge iar 2 şi 3 de semne contrare,ele atrăgîndu-se. Unghiul de deviaţie α, la construcţie corespunzătoare, va fi funcţie de valoarea efectivă a tensiunii sinusoidale.

Dintre calităţile instrumentelor electrostatice se subliniază:

- indicaţiile nu sînt influenţate de cîmpurile magnetice exterioare şi de frecvenţă (pînă la 10^8Hz);
- se pot utiliza atît în curent continuu cît şi alternativ, în general ca voltmetre;
- au un consum foarte mic, practic nul în curent continuu, iar în curent alternativ acesta creşte cu frecvenţa;

Ca neajunsuri, la instrumentul electrostatic se menţionează:

- influenţa cîmpurilor electrice exterioare, mai ales că între armături cîmpul electric este relativ slab;
- umiditatea şi temperatura influenţează capacitatea electrică a condensatorului, prin permitivitatea dielectricului dintre armături, ceea ce conduce la o precizie limitată (clasă 1-1,5);
- sensibilitatea destul de scăzută, limita inferioară a tensiunii de funcţionare fiind în general de ordinul zecilor de volţi;
- supraîncărcabilitatea limitată de rigiditatea dielectricului, în general tensiunea de străpungere fiind cu cca 50% mai mare ca cea nominală. Sînt instrumente puţin robuste.

14.9. Instrumente electronice

Acestea au în componenţa lor, de obicei, un instrument magnetoelectric şi o schemă electrică de măsurare, care conţine mai multe componente electronice. Cu toate că aceste instrumente au apărut mai tîrziu în tehnica măsurării mărimilor electrice şi magnetice (respectiv a celor neelectrice, dar pe cale electrică), în prezent instrumentele electronice sînt foarte răspîndite.Acest fapt se datoreşte performanţelor şi calităţilor acestora, dintre care se menţionează:

- inerţie foarte mică, adică mare rapiditate de răspuns, putînd fi folosite la măsurarea mărimilor ce variază în timp cu frecvenţe de sute de MHz;
- consum propriu foarte redus (practic neglijabil),fapt ce permite folosirea lor la măsurarea unor mărimi electrice foarte mici, în general tensiuni;
- permit amplificarea repetată, pe cale electrică, a mărimii de măsurat;

- oferă posibilitatea efectuării operaţiilor matematice cu mărimile măsurate;
- asigură transpunerea în semnale electrice a mărimilor neelectrice.

Dezvoltarea rapidă, din ultimul timp, a electronicii semiconductorilor,a circuitelor microelectronice, au creat posibilitatea miniaturizării şi chiar microminiaturizării aparaturii electronice de măsurat.

In prezent se construiesc o gamă foarte largă de instrumente electronice, ca : voltmetre, ampermetre, wattmetre, ohmmetre, frecvenţmetre, fazmetre, indicatoare de zero etc. Cel mai răspîndit este voltmetrul electronic, care are în componenţa sa:

- un dispozitiv (circuit) electronic de detecţie a mărimii de măsurat;
- un dispozitiv de amplificare (circuit de amplificare sau amplificator) care poate fi în curent continuu sau alternativ,funcţie de mărimea detectată;
- un circuit de măsurare a mărimii amplificate, care conţine şi un instrument de măsură, în general tip magnetoelectric;
- circuite de alimentare cu tensiune stabilizată.

Voltmetrele electronice au o rezistenţă (impedanţă în curent alternativ) interioară, de intrare, foarte mare, ceea ce le conferă o sensibilitate mărită.

Schema de principiu a unui microvoltmetru electronic de curent continuu este prezentată în fig.14.18. Modulatorul transformă

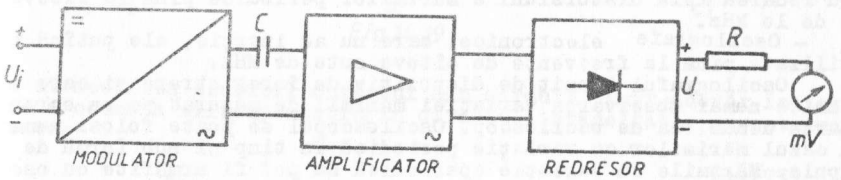


Fig. 14.18

tensiunea continuă de măsurat U_i (mărime de intrare)în tensiune alternativă, iar aceasta este amplificată de către amplificatorul de curent alternativ. Tensiunea alternativă amplificată este din nou redresată, redresorul asigurînd la ieşire o tensiune continuă U,proporţională cu tensiunea de intrare U_i, care e tensiunea de măsurat. Tensiunea U este măsurată cu un instrument magnetoelectric mV,care poate fi etalonat direct în unităţi ale lui U_i.

Funcţionarea frecvenţmetrelor electronice, pentru frecvenţe înalte şi foarte înalte, se bazează pe măsurarea intensităţii curentului electric de încărcare a unui condensator.

In ultimul timp au apărut o serie de noi tipuri de instrumente electronice, a căror prezentare poate fi găsită în literatura de specialitate şi parte din ele vor fi prezentate în cadrul cursului de Electronică industrială şi automatizări.

14.10. Instrumente înregistratoare

In tehnica măsurării mărimilor electrice şi magnetice(în general a mărimilor fizice) apare destul de des necesitatea ca pe lîngă cunoaşterea valorii mărimii la un moment dat(valoare obţinută cu instrumentele indicatoare), să se urmărească variaţiile acestei mărimi într-un anumit interval de timp. Această necesitate este satisfăcută de instrumentele înregistratoare, care sînt instrumente de măsură ce înregistrează mărimile de măsurat, cel mai frecvent ca funcţie de timp.

Inregistrarea mărimilor de măsurat prezintă unele avantaje, cum ar fi: economisirea forţei de muncă căci nu e necesar personal care să urmărească indicaţiile în permanenţă; evitarea erorilor de observare; sesizarea unor variaţii neaşteptate etc.

Funcţie de intervalul de timp în care se face înregistrarea mărimii de măsurat, se disting:

a) Instrumente înregistratoare, folosite la înregistrarea mărimilor cu variaţie lentă, înregistrarea efectuîndu-se în decursul a zeci de minute, ore, zile, chiar luni. Variaţia mărimii de măsurat se înregistrează pe hîrtie, cu ajutorul acului indicator. Acesta, printr-un procedeu oarecare (peniţă cu cerneală, jet de cerneală, rază de lumină) marchează poziţia sa pe o bandă de hîrtie care se deplasează rectiliniu sau circular. Înregistrarea poate fi continuă sau prin puncte.

b) Oscilografele, care execută înregistrarea în intervale de timp de ordinul secundelor sau a fracţiunilor de secundă, ele redau deci variaţii rapide ale mărimii de măsurat. Inregistrarea variaţiei mărimii de măsurat se face prin fotografierea cu ajutorul unei raze de lumină reflectată de o oglindă fixată pe sistemul mobil al instrumentului, sau cu ajutorul unui fascicol de electroni comandat de mărimea de măsurat.

Funcţie de principiul de funcţionare, oscilografele se pot clasifica în:

- Oscilografe electromecanice (cu inerţie), caracterizate prin faptul că sistemul mobil al instrumentului are o anumită inerţie, deci o frecvenţă de oscilaţie limitată. Ele pot fi utilizate pentru redarea fără distorsiuni a mărimilor periodice pînă la frecvenţe de 10 kHz.
- Oscilografe electronice, care nu au inerţie, ele putînd fi utilizate pînă la frecvenţe de cîteva sute de MHz.

Oscilograful lipsit de dispozitiv de înregistrare şi care permite numai observarea variaţiei mărimii de măsurat pe un ecran poartă denumirea de osciloscop. Osciloscopul se poate folosi numai în cazul mărimilor cu variaţie periodică în timp şi sub formă de impuls. Mărimile cu variaţie aperiodică nu pot fi urmărite cu osciloscopul.

Există osciloscoape cu mai multe spoturi, cu ajutorul cărora se pot urmări simultan mai multe mărimi variabile periodic în timp.

14.11. Măsurarea intensităţii curentului electric de conducţie.

Intensitatea curentului electric (avînd ca unitate amperul, simbol A) se poate măsura prin metode directe sau indirecte.

14.11.1. Metode directe. In cadrul acestor metode se folosesc instrumente electrice, la care se citeşte direct valoarea intensităţii curentului. Aceste instrumente pot să fie de tip magnetoelectric (pentru curent continuu), magnetoelectrice cu accesorii (curent alternativ), electromagnetice, electrodinamice, termice (curent continuu şi alternativ) şi cu inducţie (numai în alternativ). La toate aceste tipuri constructive, unghiul de deviaţie a sistemului mobil (a acului indicator) este o funcţie de intensitatea curentului electric I, deci acest unghi α este o măsură a lui I.

Pentru măsurarea curenţilor de intensitate foarte mică (10^{-12} - 10^{-6} amperi) se folosesc în general galvanometrele magnetoelectrice cu ac indicator sau cu spot luminos (în c.c.) respectiv galvanometrele cu vibraţii (în c.a). Intensităţile de ordinul 10^{-6} - 10^{2} A, se măsoară cu ajutorul ampermetrelor, prin conectare directă în circuit:

- de tip magnetoelectric (cu sau fără accesorii) pentru intensităţi mai mici (de ordinul miliamperilor);
- tip feromagnetic, electrodinamic, termic, pentru intensităţi de ordinul amperilor, pînă la 10^{2} A.

Pentru intensităţi mai mari ca 10^{2}A se folosesc ampermetre cu şunt (în c.c.) respectiv cu transformatoare de măsură de curent (reductoare de intensitate) în cazul curentului alternativ.

Instrumentele cu citire directă, folosite mai frecvent pentru măsurarea intensităţii curentului electric, sînt micro sau miliampermetre, adică în conectare directă suportă curenţi foarte mici (10^{-6}-10^{-3}) amperi, avînd un curent nominal I_n (valoarea maximă pe care o poate măsura direct instrumentul respectiv) şi o rezistenţă interioară R_i.

Pentru măsurarea intensităţii curentului electric, instrumentul cu citire directă se conectează în serie cu circuitul electric de rezistenţă R şi care este străbătut de curentul de intensitate I, a cărui valoare urmează a fi măsurată (fig.14.19a) .Este necesar ca $I \leq I_n$. Rezistenţa R_i trebuie să fie cît mai mică, pentru

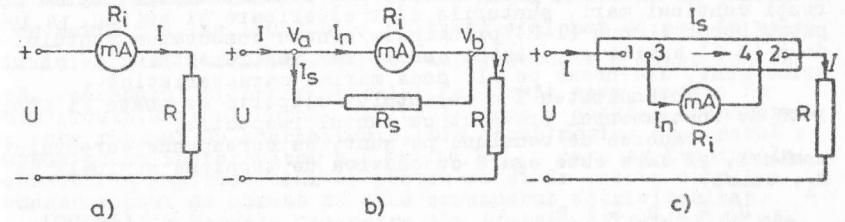


Fig.14.19

a nu modifica sensibil curentul din circuit. Intr-adevăr, înainte de a conecta miliampermetrul în circuit, intensitatea curentului este:

$$I' = \frac{U}{R} \qquad (14.75)$$

iar după introducerea miliampermetrului, aceasta devine:

$$I = \frac{U}{R+R_i} \qquad (14.76)$$

Pe baza rel.14.75 şi 14.76 se poate scrie:

$$\frac{I'}{I} = \frac{R+Ri}{R} \text{ respectiv } I' = I\left(\frac{R+R_i}{R}\right) = I\left(1 + \frac{R_i}{R}\right) \qquad (14.77)$$

relaţie ce confirmă cele de mai sus, adică, pentru ca $I' \simeq I$, trebuie ca R_i să fie foarte mic, neglijabil faţă de R. Instrumentele magnetoelectrice, au $R_i = (0,01-0,5)\Omega$.

Insuşirea instrumentului de a modifica cît mai puţin starea energetică a circuitului în care se introduce cu scopul măsurării intensităţii curentului electric, se numeşte fineţea instrumentului.

Orice instrument folosit la măsurarea intensităţii curentului electric trebuie să aibe înscris pe el, două mărimi: domeniul de măsurare, I_n (curentul nominal) şi rezistenţa interioară R_i, măsurată între bornele prin care instrumentul urmează a se racorda în circuitul de măsură.

Ampermetrele, necesare pentru a măsura intensităţi I mai mari ca I_n, rezultă din micro respectiv miliampermetre, prin conectarea în paralel cu rezistenţa lor interioară R_i, a unor rezistenţe

R_s (fig.14.19b) de valoare foarte mică, denumite şunturi. Raportul $k_I = \frac{I}{I_n}$ este întotdeauna supraunitar şi reprezintă raportul de multiplicitate a şuntului, denumit şi raport de şuntare. Pe baza schemei din fig. 14.19b, se poate scrie:

$$V_a - V_b = I_n R_i = I_s R_s = (I - I_n) R_s \text{ adică } R_s = \frac{R_i}{k_I - 1} \qquad (14.78)$$

Sunturile se confecţionează în general din manganină, cu $\rho = 0{,}42\,\Omega\,mm^2/m$, $\alpha = 3.10^{-5}\ 1/^0C$, sub formă de bobine, bare rotunde sau platbande. Pentru curenţi pînă la ordinul zecilor de amperi, şunturile se montează în interiorul carcasei instrumentului, putîndu-se modifica valoarea (corespunzător domeniului de măsură) din exterior, prin intermediul unui comutator. Pentru curenţi continui mari, şunturile sînt exterioare şi au (fig. 14.19c) patru borne : două (1-2) principale pentru conectarea şuntului şi două (3-4) auxiliare, pentru conectarea instrumentului de măsură. Orice şunt, are notat pe el, două mărimi caracteristice :

- intensitatea I a curentului electric ce poate fi măsurată de instrumentul prevăzut cu şuntul respectiv;
- căderea de tensiune pe şunt, ce corespunde curentului nominal, şi care este egală cu căderea de tensiune nominală pe R_i, adică:

$$U_i = I_s R_s = I_n R_i \qquad (14.79)$$

Sînt standardizate valorile U_i = 60-75-100 şi 150 mV.

Constanta unui ampermetru prevăzut cu şunt, este

$$K = \frac{I}{\alpha_{max}}, \text{ în } [A/div] \qquad (14.80)$$

iar a unuia fără şunt,

$$K = \frac{I_n}{\alpha_{max}}, [A/div] \qquad (14.81)$$

Pentru măsurarea intensităţii curentului alternativ de valoare mare, instrumentul (în general tip electromagnetic sau electrodinamic) se conectează în circuit prin intermediul unui transformator de măsură de curent TI, denumit şi reductor de curent (fig.14.20a). Instrumentul A, este de obicei un ampermetru cu domeniul I_n = 5A şi mai rar de 1 A.

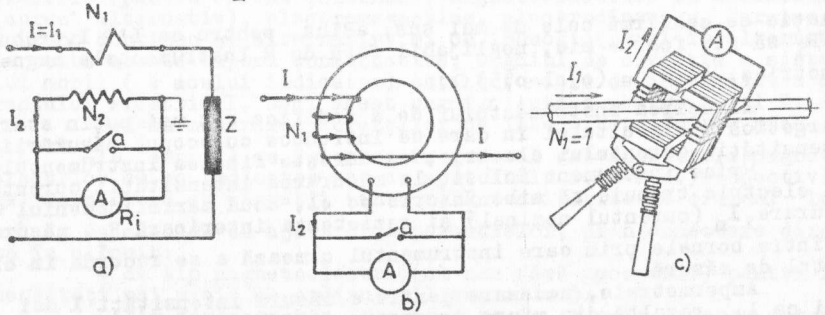


Fig.14.20

Înfăşurarea primară a transformatorului de curent, cu N_1 spire (spire puţine, sîrmă groasă), se leagă în serie cu circuitul electric de impedanţă Z, străbătut de curentul $I = I_1$, (de valoare mare), curent ce urmează a fi măsurat. La bornele înfăşurării secundare, cu N_2 spire (spire mai multe) se leagă ampermetrul A, care va măsura deci curentul I_2. Din studiul transformatorului, se ştie că raportul de transformare se poate scrie, dacă se neglijează curentul de magnetizare (vezi cap. transformatorul electric), sub forma:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \text{ de unde } I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \qquad (14.82)$$

Cum $N_2 > N_1$ rezultă $I_2 < I_1$ şi alegînd corespunzător pe N_1, la N_2 dat, se pot măsura curenţii I_1 foarte mari, măsurînd un curent I_2 de maxim 5 A. Ampermetrul A poate fi etalonat direct în valorile lui I_1 (rel.14.82). Rezistenţa ampermetrului A fiind foarte mică, secundarul transformatorului de curent este practic în scurtcircuit. Regimul normal de funcţionare a acestui transformator este regimul de scurtcircuit. Din acest motiv, secundarul se prevede cu un întrerupător a (fig.14.20), care se închide la deconectarea ampermetrului A, pentru ca şi în aceste condiţii transformatorul de curent să aibă secundarul scurtcircuitat.

Una din bornele secundare ale transformatorului de măsură TI se leagă obişnuit la masă (pămînt), cu scopul de a se evita pericolul de electrocutare al persoanei care face manevre în circuitul secundar, atunci cînd dintr-un motiv oarecare, izolaţia dintre primar şi secundar se deteriorează. Punerea la pămînt a acestei borne secundare se impune mai ales atunci cînd circuitul primar al lui TI aparţine unei linii de tensiune ridicată.

In măsurătorile de laborator sau de verificare în exploatare, se folosesc transformatoare de curent portabile, la care N_1 se realizează pe loc, prin înfăşurarea conductorului parcurs de I_1 pe miezul toroidal pe care se află şi cele N_2 spire secundare (fig. 14.20b).

Pentru măsurarea curenţilor mari, din circuitele de curent alternativ care nu pot fi întrerupte pentru introducerea primarului transformatorului de curent, se foloseşte cleştele ampermetric (fig. 14.20c), adică un transformator de curent cu miezul în formă de cleşte, realizîndu-se $N_1 = 1$. Precizia acestor instrumente este redusă.

La măsurarea curenţilor de înaltă frecvenţă se folosesc pe scară largă instrumente termice.

14.11.2. Metode indirecte. Intensitatea curentului electric se poate măsura în circuitele de curent continuu şi prin metode indirecte. Una dintre aceste metode, ce poate fi folosită pentru determinarea intensităţilor mici ale curentului electric este metoda potenţiometrică (metoda compensatorului). Metoda constă în determinarea curentului de măsurat I, din căderea de tensiune U, ce o produce pe o rezistenţă etalon R_n (adică $U = IR_n$), şi care este măsurată prin metoda compensaţiei. Schematic această

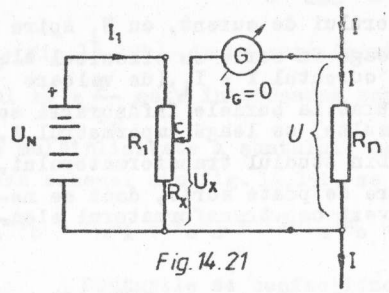


Fig.14.21

metodă este reprezentată în fig. 14.21. U_N reprezintă tensiunea sursei etalon (un element Weston) care dă un curent de intensitate $I_1 < 10^{-6}$A, deci $R_1 > 10^5 \Omega$. Rezistența R_1 este decadică, iar R_x o parte din R_1, cunoscută pentru orice poziție a cursorului c. Curentul I_1 produce pe R_x căderea de tensiune U_x. Cînd galvanometrul G(instrument de nul) indică zero, căderea de tensiune U, este compensată de U_x, putîndu-se scrie:

$$U_x = I_1 R_x = U = IR_n \qquad (14.83)$$

de unde rezultă:

$$I = \frac{R_x}{R_n} I_1 = \frac{R_x U_N}{R_n R_1} \qquad (14.84)$$

căci $I_1 = \frac{U_N}{R_1}$, cînd instrumentul de nul indică zero.

In relația 14.84, toate mărimile (R_x, R_n, R_1, U_N) fiind cunoscute se poate calcula valoarea intensității curentului de măsurat.

Actualmente elementul etalon Weston este tot mai mult înlocuit de surse etalon cu diode Zener.

Curenții electrici continui și alternativi, de intensități mari se pot măsura și cu dispozitive realizate pe baza efectului Hall. In fig. 14.22a este reprezentat schematic un multiplicator Hall. Un circuit magnetic prevăzut cu un întrefier, creează în acesta un cîmp magnetic de inducție magnetică B, atunci cînd cele N_B spire sînt parcurse de un curent de intensitate $I = I_B$. Pentru o caracteristică magnetică liniară a circuitului magnetic, se poate scrie:

$$B = K_B I_B N_B = K_N I_B \qquad (14.85)$$

In cîmpul magnetic de inducție $\bar{B}$, se află plasată transversal o plăcuță semiconductoare (de dimensiuni c.a. 4 x 2 x 0,5 mm), parcursă longitudinal de un curent I_c, denumit curent de comandă. Se demonstrează că la electrozii 3-4 (denumiți electrozi Hall) se măsoară o tensiune Hall U_H (folosind milivoltmetru magnetoelectric mV), a cărei expresie este :

$$U_H = K_H I_c B = K_H I_c K_N I_B = K I_c I_B \qquad (14.86)$$

K_H, fiind o constantă ce depinde însă de temperatură și inducție și care este denumită sensibilitatea în sarcină a multiplicatorului Hall. Caracterul de multiplicator rezultă din rel. 14.86, căci U_H este o mărime proporțională cu produsul alter două mărimi, I_c și B, respectiv I_c și I_B.

Din rel. 14.86, se vede că atunci cînd I_c este un curent continuu și menținut constant, tensiunea Hall măsurată de mV, este

o măsură a intensității curentului $I = I_B$, milivoltmetrul (mV) putînd fi etalonat direct în valori ale lui I. In cazul curentului alternativ, I reprezintă valoarea efectivă iar mV este un instrument magnetoelectric cu redresor.

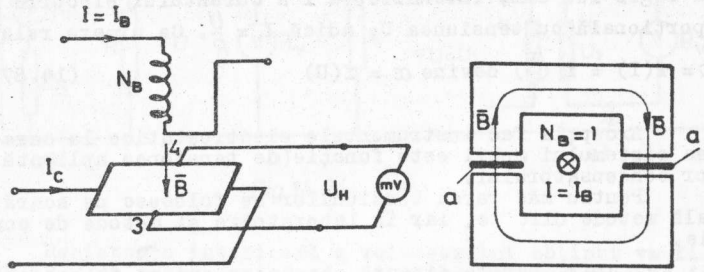


Fig.14.22

Pentru curenți de intensități mari, $N_B = 1$, se realizează circuitul magnetic ca cel din fig. 14.22b, cu două întrefieruri în care se află cîte o plăcuță (a) semiconductoare. Tensiunile Hall de la cele două plăcuțe se adună, suma lor măsurîndu-se cu un mV corespunzător. Se poate realiza chiar clește ampermetric pe bază de efect Hall.

Intensitatea curentului electric se măsoară și cu ajutorul instrumentelor (aparaturii) electronice, acestea fiind prezentate în cursul de Electronică industrială și automatizări. Cu asemenea instrumente se pot măsura curenți de la 10^{-12}A la 1 A. Au marele dezavantaj că necesită surse auxiliare de energie (exterioare sau interipare) și au precizii relativ scăzute, de la 1% la 3%. In construcții speciale s-a ajuns la măsurarea unor intensități de curent și mai mici și anume de 10^{-15} A.

In timpul exploatării, ampermetrele sînt supuse verificării periodice, conform normelor metrologice. Verificarea se poate face cu ajutorul compensatorului (pentru c.c.) sau prin metoda comparației. Figura 14.23a, reprezintă schema electrică folosită

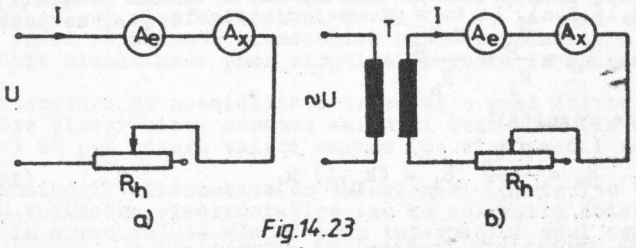


Fig.14.23

la metoda comparației în curent continuu și alternativ, iar fig. 14.23b pentru cazul ampermetrelor de curenți mari alternativi, cînd este necesar și un transformator T. In ambele scheme, ampermetrul de verificat A_x se află în serie cu ampermetrul etalon A_e (cu care se compară), fiind deci parcurse de același curent, a cărui intensitate I se poate modifica cu ajutorul reostatului reglabil R_h.

14.12. Măsurarea tensiunii electrice. Tensiunea electrică (diferenţa de potenţial)are ca unitate voltul, simbol/V.Ea poate fi măsurată cu orice tip de instrument la care unghiul de deviaţie este funcţie de intensitatea curentului, deoarece, pe baza legii lui Ohm, intensitatea I a curentului electric este proporţională cu tensiunea U, adică $I = \frac{U}{R}$. Ca urmare relaţia:

$$\alpha = f(I) = f\left(\frac{U}{R}\right) \text{ devine } \alpha = f(U) \qquad (14.87)$$

Excepţie fac instrumentele electrostatice la care deplasarea sistemului mobil este funcţie de tensiunea aplicată armăturilor condensatorului.

Pentru măsurarea tensiunilor se folosesc pe scară industrială metode directe, iar în laboratoare şi metode de compensaţie.

14.12.1. Metode directe. In acest caz se folosesc instrumente indicatoare, cu citirea directă a valorii tensiunii de măsurat. Tensiunile electrice continui de valori pînă la 10^{-4} V se măsoară cu ajutorul galvanometrelor, cele cuprinse între 10^{-4} - 10^{3} V, cu voltmetrele (în general de tip magnetoelectric), iar peste 750 V cu voltmetre prevăzute cu rezistenţe adiţionale.Tensiunile continui de zeci şi sute de kV se pot măsura direct cu ajutorul voltmetrelor electrostatice.

Tensiunile alternative mici,(dar peste 0,3V) se măsoară în general cu voltmetre magnetoelectrice echipate cu redresor sau termocuplu, cele cuprinse între 15-750 V cu instrumente feromagnetice şi electrodinamice. Tensiunile alternative peste 750V, se măsoară cu voltmetre conectate prin intermediul transformatoarelor de măsură de tensiune, iar cele foarte înalte cu ajutorul voltmetrelor electrostatice.

Orice voltmetru (excepţie cel tip electrostatic), se obţine dintr-un miliampermetru (care este de fapt şi un milivoltmetru) prin conectarea în serie cu acesta a unei rezistenţe adiţionale R_a, de valoare corespunzătoare. Dacă R_i este rezistenţa interioară a miliampermetrului ,I_n curentul nominal, atunci tensiunea nominală (a milivoltmetrului) va fi $U_n = I_n R_i$.Voltmetrul se conectează în paralel cu circuitul la care se măsoară tensiunea pentru ca el să fie parcurs de un curent proporţional cu U (fig.14.24a). Pe baza schemei din fig.14.24a, se poate scrie:

$$I_n = \frac{U_n}{R_i} = \frac{U-U_n}{R_a}$$

de unde rezultă:

$$R_a = \frac{U-U_n}{U_n} R_i = (k_n-1) R_i \qquad (14.88)$$

$k_n = \frac{U}{U_n}$ reprezintă factorul de multiplicitate al rezistenţei adiţionale R_a.

Aşadar, un voltmetru cu domeniul maxim de U volţi, se obţine dintr-un milivoltmetru cu domeniu U_n volţi (un miliampermetru cu R_i şi I_n) conectînd în serie cu acesta rezistenţa adiţională R_a, de o valoare corespunzătoare, dată de rel.14.88.

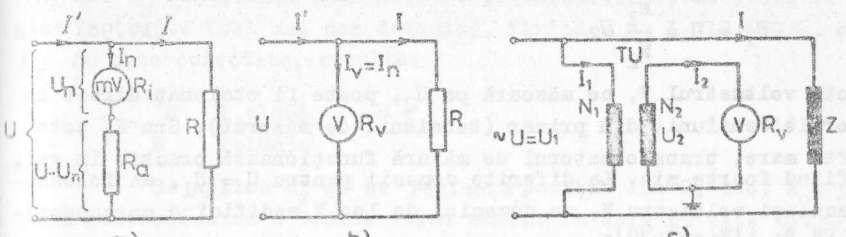


Fig.14.24

Rezistenţa interioară a voltmetrului obţinut va fi $R_v = R_i + R_a$, el reprezentîndu-se în schemele electrice ca în fig.14.24b. Rezistenţa adiţională se confecţionează din manganină şi se montează în interiorul voltmetrului, pentru domeniile pînă la (750-1000) iar peste aceste limite, în exteriorul instrumentului.

Voltmetrul fiind conectat în paralel, trebuie să absoarbă un curent I_v cît mai mic, pentru a nu modifica repartiţia curenţilor din circuit. Cum $I_v = \frac{U}{R_v}$, rezultă că voltmetrul trebuie să aibă o rezistenţă interioară R_v cît mai mare. Inversul curentului absorbit de voltmetru:

$$\frac{1}{I_v} = \frac{R_v}{U} = \frac{R_i+R_a}{U} \text{ în}\left[\Omega/V\right] \qquad (14.89)$$

este o mărime caracteristică pentru voltmetre, mărime ce trebuie să fie cît mai mare. Această mărime este un indiciu pentru consumul propriu al voltmetrului la tensiune U dată. Ca valoare,la voltmetrele de tablou ea este (100-300) Ω/V, iar la cele de laborator, de precizie mai ridicată ,(1-100)kΩ/V.

La măsurarea tensiunilor electrice se folosesc şi voltmetre electronice, ele avînd o rezistenţă interioară(rezistenţă de intrare) foarte mare, în jur de 100MΩ, deci consum practic nul. Cu ele se pot măsura tensiuni de la 10^{-7} V, la zeci de kV. Au însă o precizie scăzută şi necesită surse suplimentare de energie pentru alimentarea unor circuite ce intră în schema lor electrică.

Literatura de specialitate tratează o gamă foarte largă de voltmetre electronice, acestea avînd şi avantajul (în curent alternativ) că pot măsura valori maxime (de vîrf), medii sau efective.

Tensiunile alternative de valori mari (peste 750 V) se măsoară cu voltmetre electrostatice sau cu voltmetre obişnuite, conectate în circuitul de măsură prin intermediul unui transformator de măsură de tensiune (TU), denumit şi reductor de tensiune (fig.14.24c). Infăşurarea primară cu N_1 spire se conectează la tensiunea de măsurat $U = U_1$, iar la bornele secundarului cu N_2 spire, se obţine tensiunea U_2. Tensiunea U_2 se măsoară cu un voltmetru V obişnuit, în general cu domeniul de 100 V.Cum raportul de transformare este:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$$

rezultă,

$$U_1 = U = \frac{N_1}{N_2} U_2 \qquad (14.90)$$

adică, voltmetrul V, ce măsoară pe U_2, poate fi etalonat direct în valorile tensiunii din primar (tensiunii de măsurat). Cum R_v este foarte mare, transformatorul de măsură funcţionează practic în gol, I_2 fiind foarte mic. La diferite domenii pentru $U = U_1$, se foloseşte acelaşi voltmetru V, cu domeniul de 100 V, modificînd corespunzător pe N_1 (rel.14.90).

Una din bornele secundare ale transformatorului de măsură TU se leagă obişnuit la masă (la pămînt). In acest fel se evită pericolul electrocutării operatorului care lucrează în circuitul secundar, atunci cînd izolaţia dintre înfăşurarea primară şi secundară a transformatorului de măsură s-ar deteriora.

14.12.2. Metode de compensaţie (prin comparare). In acest caz se folosesc compensatoarele (denumite şi potenţiometre), care realizează căderi de tensiune calibrate, ele fiind bazate în mod obişnuit, pe metode de nul. Prin metodă de nul se înţelege compararea acţiunilor a două mărimi (în general), una cunoscută iar cealaltă necunoscută, iar în cazul în care diferenţa acţiunilor este nulă (acţiunile s-au compensat) se trage concluzia că cele două mărimi sînt egale.

In fig.14.25 sînt prezentate schemele electrice pentru unele compensatoare folosite la măsurarea tensiunilor electrice continui.

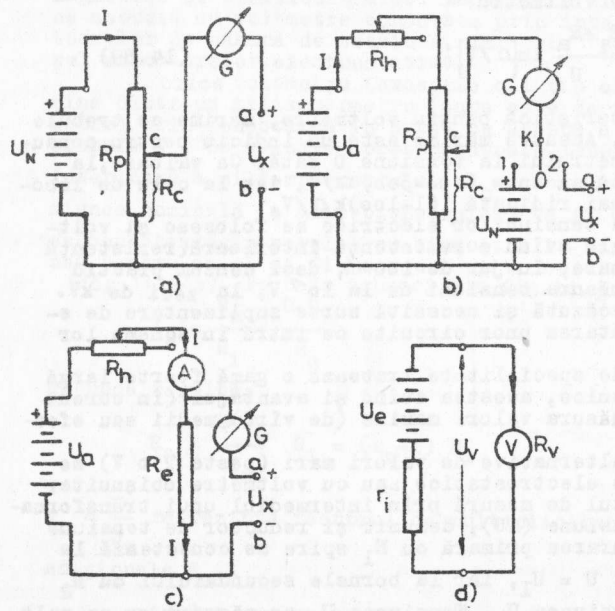


Fig.14.25

Prima schemă(fig. 14.25a) reprezintă aşa numita metodă de compensaţie(opoziţie)simplă,în care:U_N este tensiunea sursei etalon,(un element Weston cu U_N =1,01865 V);R_p -rezistenţa reostatului potenţiometric ($R_p > 10^5 \Omega$);R_c-parte din R_p,de valoare cunoscută pentru orice poziţie a cursorului C;G-galvanometru folosit ca instrument de nul;U_x-tensiunea de măsurat aplicată la bornele a şi b.Prima operaţie este aşa numita tarare, cînd se asigură prin R_p curentul $I = \frac{U_N}{R_p} \leq 10^{-6}$ A pe care îl poate furniza U_N.Cum U_N este de valoare constantă, iar R_p rezistenţa unui reostat potenţiometric, ce poate fi reglat în trepte (cel mai des decadic), fixînd R_p = 1.018.650 Ω, cînd U_x nu este conectată, rezultă:

$$I = \frac{U_N}{R_p} = \frac{1,01865}{1018650} = 10^{-6} \text{ A} \qquad (14.91)$$

Se aplică U_x şi se reglează poziţia lui C, deci R_c, pînă cînd galvanometrul G indică zero, moment în care U_x este compensată de căderea de tensiune IR_c, adică:

$$U_x = IR_c = \frac{U_N}{R_p} R_c = \frac{R_c}{R_p} U_N \qquad (14.92)$$

în care, R_p, R_c şi U_N fiind cunoscute, se poate calcula U_x.

A doua schemă (fig.14.25b) reprezintă metoda de compensaţie prin substituţie. Punînd comutatorul K în poziţia zero, cu ajutorul reostatului reglabil continuu R_h, se asigură în circuitul auxiliar,(format din sursa auxiliară U_a, reostatul potenţiometric R_p şi R_h) un curent $I = (10^{-3} \div 10^{-4})$A. Se comută K în poziţia 1 şi se modifică R_c(prin cursorul C) pînă ce galvanometrul G indică zero, moment în care $R_c = R_{c1}$, respectiv $U_N = IR_{c1}$. Se trece comutatorul în poziţia 2 (cu tensiunea U_x de măsurat aplicată la bornele a şi b)modificîndu-se din nou R_c, pînă cînd galvanometru indică tot zero. De data aceasta $R_c = R_{c2}$, iar tensiunea de măsurat U_x este compensată de căderea de tensiune IR_{c2}, adică $U_x = IR_{c2}$, deoarece curentul I din circuitul auxiliar a rămas neschimbat.

La trecerea comutatorului K în poziţia 2 s-a substituit U_N (tensiunea elementului Weston) cu tensiunea de măsurat U_x.Făcînd raportul celor două tensiuni se obţine:

$$\frac{U_x}{U_N} = \frac{IR_{c2}}{IR_{c1}} = \frac{R_{c2}}{R_{c1}}$$

de unde rezultă,

$$U_x = \frac{R_{c2}}{R_{c1}} U_N \qquad (14.93)$$

adică tensiunea de măsurat U_x se poate calcula ,căci U_N, R_{c2} şi R_{c1} sînt mărimi cunoscute.

Metodele de compensaţie, prezentate mai sus, oferă posibilitatea determinării numai a unor tensiuni U_x mai mici ca U_N.

Se realizează în tehnica măsurării şi compensatoare tehnice, fără sursă etalon, schema de principiu fiind cea din fig. 14.25c. Reostatul R_e este o rezistenţă etalon cunoscută, iar sursa auxiliară U_a, furnizează curentul I, ce poate fi reglat ca intensitate cu ajutorul lui R_h. Conectînd sursa a cărei tensiune U_x urmează a se măsura, se reglează R_h(deci I) pînă ce galvaneometru G indică zero,

moment în care U_x este compensată de căderea de tensiune IR_e, adică $U_x = IR_e$.

Intensitatea I se citeşte la ampermetrul A iar R_e are valoarea cunoscută, fiind rezistenţă etalon, astfel că U_x se poate calcula.

De remarcat că măsurătorile cu compensatoare se execută fără consum de curent de la circuitul a cărui tensiune se determină ceea ce este important pentru măsurarea tensiunilor electromotoare a surselor. In fig.14.25d, este reprezentată schematic măsurarea tensiunii la bornele unei surse (de tensiune electromotoare U_e şi rezistenţă interioară r_i) cu ajutorul voltmetrului V, de rezistenţă interioară R_v. Voltmetrul măsoară tensiunea:

$$U_v = I_v R_v = \frac{U_e}{r_i + R_v} \qquad R_v = \frac{U_e}{\frac{r_i}{R_v} + 1} \qquad (14.94)$$

De aici rezultă că tensiunea măsurată U_v, este cu atît mai apropiată ca valoare de U_e cu cît R_v este mai mare decît r_i. Folosind însă un compensator, se obţine exact U_e (rel.14.92 şi 93).

Literatura de specialitate menţionează şi compensatoarele automate la care reglarea se face automat, reducîndu-se în mod substanţial timpul necesar efectuării măsurărilor.

In tehnica măsurării se folosesc şi compensatoare de tensiune alternativă, cu precizarea că în acest caz, cele două tensiuni, cea necunoscută U_x şi cea de compensare, trebuie să îndeplinească, la echilibru, următoarele condiţiuni:

- forma de variaţie în timp a celor două tensiuni să fie aceeaşi;
- cele două tensiuni alternative trebuie să aibe aceeaşi perioadă, deci aceeaşi frecvenţă;
- amplitudinile, respectiv valorile efective, ale celor două tensiuni alternative, să fie egale;
- ambele tensiuni alternative să fie de aceeaşi fază iniţială.

Primele două condiţii se asigură, alimentînd compensatorul de la aceeaşi sursă cu circuitul a cărui tensiune U_x se măsoară. Ultimele două sînt îndeplinite în moduri diferite, funcţie de tipul constructiv al compensatorului. De remarcat faptul că nu se cunosc elemente etalon de tensiune alternativă.

Literatura de specialitate, menţionează pentru curentul alternativ, compensatoare; de valori efective, în coordonate rectangulare şi în coordonate polare.

In primul caz, tensiune alternativă de valoare efectivă U_x ce urmează a fi măsurată, este compensată de tensiunea alternativă a cărei valoare efectivă este U_c, compensatorul putînd realiza diferite valori pentru U_c.

La compensatorul în coordonate rectangulare, tensiunea de măsurat U_x se compensează printr-o tensiune U_c (fig.14.26) care are două componente rectangulare U_{ca} şi U_{cr}, prima componentă fiind în fază cu intensitatea I_a a curentului de lucru din compensator. Fiecare dintre cele două componente se poate modifica între anumite limite (ca valori efective) fără a se modifica însă defazajul dintre ele.

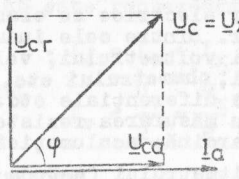


Fig.14.26

Compensatorul în coordonate polare asigură compensarea lui U_x printr-o tensiune U_c a cărei fază se modifică cu ajutorul unui regulator de fază (defazor) iar valoarea efectivă U_c se poate regla între anumite limite.

Ca şi ampermetrele, în timpul exploatării, voltmetrele sînt supuse verificării periodice, conform unor anumite norme metrologice. Verificarea se poate face cu ajutorul compensatoarelor (în curent continuu) sau prin metoda comparaţiei. In fig. 14.27a este prezentată schema electrică folosită la metoda comparaţiei pentru voltmetrele de tensiune continuă sau alternativă, iar în fig. 14.27b pentru voltmetrele de

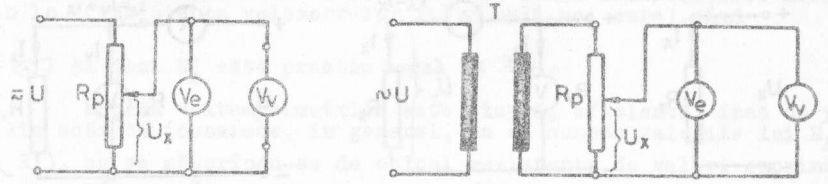


Fig.14.27

tensiune alternativă, cînd este necesar şi un transformator T. In ambele cazuri voltmetrul de verificat V_v se află conectat în paralel cu voltmetrul etalon V_e, cu care se compară. Tensiunea U_x la bornele celor două voltmetre se reglează cu potenţiometrul R_p.

In tehnica măsurării mărimilor electrice sînt foarte des întîlnite aşa numitele voltampermetre. Ele sînt formate dintr-un instrument indicator tip magnetoelectric (mili sau microampermetru) care se leagă prin intermediul unui comutator, fie în serie cu rezistenţe adiţionale în cazul folosirii ca voltmetru, fie în paralel cu şunturile electrice, dacă se foloseşte ca ampermetru. Fiecărui domeniu de măsură (tensiune respectiv curent) îi corespund anumite valori pentru rezistenţele adiţionale respectiv şunturi. Pentru măsurări în circuitele de curent alternativ, voltampermetrul este prevăzut cu încă un comutator pentru conectarea redresorului la instrumentul magnetoelectric. Construcţii speciale asigură în cazul voltampermetrelor folosite la măsurarea tensiunii, rezistenţe de 100.000 Ω/V în curent continuu şi 20.000 Ω/V în curent alternativ. Acelaşi voltampermetru, prin construcţie corespunzătoare, poate măsura şi rezistenţe electrice.

14.13. Măsurarea rezistenţelor electrice

Rezistenţele electrice ale rezistoarelor, după valoarea lor, se clasifică în trei categorii:

- rezistenţe mici şi foarte mici, sub 1Ω;
- rezistenţe mijlocii, cuprinse între 1Ω şi 1MΩ;
- rezistenţe mari şi foarte mari, peste 1MΩ, categorie ce cuprinde şi rezistenţele de izolaţie.

După natura lor, rezistoarele pot fi metalice, electrolitice, de izolaţie etc.

Metodele de măsurare a rezistenţelor electrice folosite

în tehnică, sînt funcţie de natura rezistorului, de ordinul de mărime al rezistenţei, de precizia măsurării etc.

Metodele de măsurare a rezistenţelor electrice se clasifică în metode industriale şi metode de laborator. Dintre cele industriale se menţionează metodele: ampermetrului şi voltmetrului; voltmetrului şi a rezistenţei etalon; voltmetrului; ohmmetrului etc, iar ca metode de laborator: metoda punţilor; metode diferenţiale etc.O categorie aparte o constituie metodele pentru măsurarea rezistenţelor electrice mari: comparaţiei; pierderii de sarcină; acumulaţiei etc.

14.13.1. Metoda ampermetrului şi voltmetrului (metoda volt-ampermetrică), se bazează pe legea lui Ohm, adică rezistenţa R_x a unui rezistor străbătut de un curent continuu de intensitate I_x (fig. 14.28a) cînd i se aplică la borne diferenţa de potenţial (tensiunea continuă) U_x, este egală cu raportul dintre U_x şi I_x.

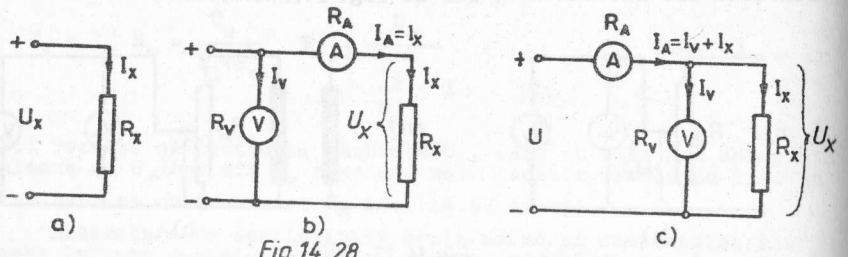


Fig.14.28

Neexistînd posiblitatea măsurării simultane a lui I_x (cu un ampermetru A de rezistenţă interioară R_A) şi a lui U_x (cu un voltmetru V de rezistenţă interioară R_v) au rezultat două montaje: amonte (fig.14.28b) şi aval (fig.14.28c). Notînd cu I_A şi U_v valoarea mărimilor măsurate de ampermetrul A respectiv voltmetrul V, se poate calcula o rezistenţă

$$R_x' = \frac{U_v}{I_A}$$

care este diferită de

$$R_x = \frac{U_x}{I_x}$$

a) Montajul amonte. In acest caz, conform schemei din fig. 14.28b, se poate scrie:

$$I_A = I_x \quad \text{şi} \quad U_v = I_x R_x + I_x R_A = I_x(R_x + R_A)$$

rezultînd,

$$R_x' = \frac{U_v}{I_A} = R_x + R_A \qquad (14.95)$$

Se vede că eroarea este cu atît mai mică (R_x' mai apropiat ca valoare de R_x) cu cît $R_A \ll R_x$. Se ştie că rezistenţa ampermetrelor este foarte mică. Ca urmare montajul se recomandă pentru rezistenţe mijlocii şi mari ($R_x > 10\,\Omega$).

b) Montajul aval. Pentru acest montaj, a cărui schemă electrică este reprezentată în fig. 14.28c, se poate scrie:

$$I_A = I_v + I_x \quad \text{şi} \quad U_v = U_x$$

unde,

$$I_v = \frac{U_v}{R_v} = \frac{U_x}{R_v} \quad \text{şi} \quad I_x = \frac{U_x}{R_x}$$

rezultînd,

$$R_x' = \frac{U_v}{I_A} = \frac{U_x}{\frac{U_x}{R_v} + \frac{U_x}{R_x}} = \frac{R_x}{1 + \frac{R_x}{R_v}} \qquad (14.96)$$

Se vede că montajul aval se recomandă în cazul rezistenţelor mici, sub $10\,\Omega$ (rezistenţa voltmetrelor fiind mult mai mare), cînd

$\frac{R_x}{R_v} \ll 1$ şi deci R_x' este practic egal cu R_x.

Metoda voltampermetrică este simplă, eficientă, însă de precizie scăzută (deoarece, în general, nu se cunosc valorile lui R_A şi R_v), cu ea măsurîndu-se de obicei rezistenţe de valori cuprinse între $10^{-2}\,\Omega$ şi $10^{5}\,\Omega$.

Datorită efectului pelicular, rezistenţa electrică în alternativ diferă de cea din curent continuu. Pînă la frecvenţe de ordinul 10^3 Hz, diferenţa nu este sensibilă. Peste această frecvenţă, rezistenţa în alternativ se determină din puterea activă $P_x = I_x^2 R_x$ măsurînd pe I_x şi P_x.

14.13.2. Metoda voltmetrului şi rezistenţei etalon. Este o metodă de comparaţie şi constă în compararea a două căderi de tensiune (măsurate cu voltmetrul): cea de pe rezistenţa etalon R_e (a cărei valoare este cunoscută) cu cea de pe rezistenţa de măsurat R_x, (fig.14.29). Cu rezistorul potenţiometric R_p se poate alimenta schema cu o tensiune continuă U de valori diferite.

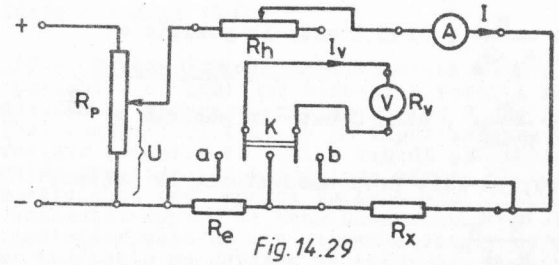


Fig.14.29

Prin reostatul reglabil R_h, se stabileşte un curent de intensitate I, care este acelaşi prin R_e şi R_x, dacă se neglijează I_v faţă de acesta. Această neglijare e posibilă căci R_v este foarte mare şi deci I_v foarte mic. Comutatorul K comută voltmetrul V, la început pe

R_e,(poziţia a) cînd acesta măsoară $U_{ve} = IR_e$, iar ulterior pe R_x, cînd voltmetrul măsoară $U_{vx} = IR_x$.

Comparînd cele două căderi de tensiune, U_{ve} şi U_{vx}, se obţine:

$$\frac{U_{vx}}{U_{ve}} = \frac{IR_x}{IR_e} = \frac{R_x}{R_e}$$

rezultînd,

$$R_x = \frac{U_{vx}}{U_{ve}} R_e \qquad (14.97)$$

Căderile de tensiune se pot măsura şi cu galvanometrul sau cu compensatorul de tensiune continuă, precizia fiind mult mai mare în acest caz.

Metoda se poate folosi pentru măsurarea rezistenţelor mici şi mijlocii ($R_x < 10\,\Omega$). Pentru rezistenţe mari, se recomandă schema din fig.14.30, care reprezintă tot o metodă de comparaţie, dar se compară două intensităţi de curent: I_e dintr-o rezistenţă etalon R_e (cunoscută) şi I_x din rezistenţa de măsurat R_x. Ambele rezistenţe sînt conectate pe rînd (prin comutatorul K) la aceeaşi

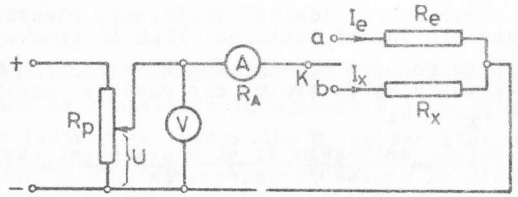


Fig.14.30

tensiune U = constantă. Tensiunea U se menţine constantă cu R_p şi se măsoară cu voltmetrul V. Se poate scrie:

$$I_e = \frac{U}{R_A + R_e}$$, cînd K este în poziţia a;

$$I_x = \frac{U}{R_A + R_x}$$, cînd K este în poziţia b.

Comparînd cele două măsurători, se obţine:

$$\frac{I_e}{I_x} = \frac{R_A + R_x}{R_A + R_e}$$

şi de aici,

$$R_x = \frac{I_e}{I_x}(R_e + R_A) - R_A \qquad (14.98)$$

Luînd $R_e \gg R_A$ şi cum $R_A \ll R_x$, rezultă:

$$R_x \simeq \frac{I_e}{I_x} R_e \qquad (14.99)$$

14.13.3. Metoda voltmetrului. Este tot o metodă de comparaţie (schema electrică în fig.14.31). prin care se compară indicaţia voltmetrului V, cînd acesta se conectează direct la tensiunea U (K în poziţia 1), cu cea cînd se conectează la aceeaşi tensiune U, dar avînd ca rezistenţă adiţională pe R_x (K în poziţia 2).

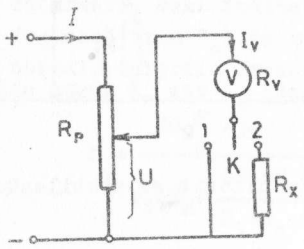


Fig.14.31

In primul caz voltmetrul V măsoară tensiunea $U_{v1} = I_{v1}R_v$, iar în al doilea, $U_{v2} = I_{v2}R_v$, unde:

$$I_{v1} = \frac{U}{R_v} \text{ şi } I_{v2} = \frac{U}{R_v + R_x} \qquad (14.100)$$

căci tensiunea U a fost menţinută la aceeaşi valoare, în ambele măsurători prin R_p.

Comparînd cele două tensiuni măsurate de voltmetrul V, se poate scrie:

$$\frac{U_{v1}}{U_{v2}} = \frac{I_{v1}R_v}{I_{v2}R_v} = \frac{U}{\frac{U}{R_v + R_x}R_v} = \frac{R_v + R_x}{R_v}$$

şi de aici,

$$R_x = \left(\frac{U_{v1}}{U_{v2}} - 1\right) R_v \qquad (14.101)$$

Această ultimă relaţie este tocmai relaţia de calcul a rezistenţei adiţionale pentru voltmetru (rel.14.88).

Folosind ca sursă de tensiune continuă baterii de acumulatoare de U = 4V se pot măsura cu metoda voltmetrului, rezistenţe R_x cuprinse între 25 Ω şi 50 kΩ, iar dacă U = 80 V, rezistenţe cuprinse între 2 kΩ şi 4MΩ.

14.13.4. Metoda Ohmmetrului. Ohmmetrul este un instrument de măsură portabil, cu indicare directă a valorii rezistenţei de măsurat, servind la măsurarea rezistenţelor R_x de la ordinul ohmilor la cel al megohmilor, funcţie de tipul constructiv. Este o metodă cu precizie scăzută, în schimb rapidă şi simplă, folosită în general pentru precizarea ordinului de mărime al rezistenţei R_x.

Ohmmetrele se pot împărţi în două mari grupuri: ohmmetre ale căror indicaţii depind de tensiunea sursei de alimentare (instrumentul indicator este de tip magnetoelectric obişnuit) şi ohmmetre la care indicaţia nu depinde de tensiunea sursei (au instrumentul indicator de tip logometru magnetoelectric), care se mai numesc şi ohmmetre logometrice.

Ohmmetrele la care indicaţiile depind de valoarea tensiunii U de alimentare se construiesc în două variante, funcţie de poziţia instrumentului în circuit faţă de R_x şi sursă. Cele două variante sînt: serie şi derivaţie (paralel).

a. Ohmmetru serie. Cel mai simplu ohmmetru serie are schema electrică reprezentată în fig.14.32a. Sursa de alimentare are tensiunea electromotoare U_e şi rezistenţa interioară r_i.

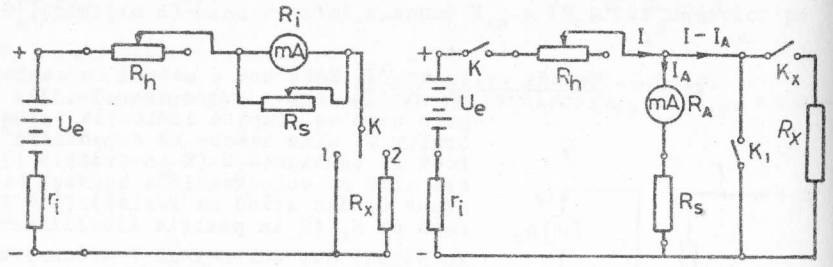


Fig. 14.32

Cu comutatorul K în poziţia 1, în circuit se stabileşte un curent maxim:

$$I_{max} = \frac{U_e}{r_i+R_h+R_A} = K_I \alpha_{max} \qquad (14.1o2)$$

unde,

R_A - reprezintă rezistenţa echivalentă a lui R_i şi R_s, care se află în paralel;

R_S - rezistenţa şuntului, care serveşte şi la reglarea poziţiei acului indicator la α_{max}, atunci cînd tensiunea sursei de alimentare s-a modificat;

R_h - rezistenţă ce limitează pe I_{max} (la U_e şi R_s date) la o valoare ce corespunde lui α_{max} cînd $R_x = 0$ (K în poziţia 1);

K_I - constanta instrumentului indicator în [A/div].

Cu comutatorul K în poziţie neutră, adică $R_x = \infty$, curentul este zero, deci şi $\alpha = 0$. Se vede că scara are gradaţiile în sens opus celor de la ampermetre şi voltmetre, adică are 0(zero) la dreapta şi maxim la stînga.

Dacă se trece comutatorul K_1 în poziţia 2, instrumentul indicator măsoară:

$$I_x = \frac{U_e}{r_i+R_h+R_A+R_x} = K_I \alpha_x$$

de unde se obţine,

$$\alpha_x = f(R_x) \qquad (14.1o3)$$

Ca urmare, instrumentul indicator poate fi gradat direct în ohmi.

Ohmmetrul serie se foloseşte la măsurarea rezistenţelor electrice cuprinse între $1o^2\Omega$ şi $1o^4\Omega$, cînd clasa de precizie este de (2,5 ∿ 5)%. In cazul măsurării unor rezistenţe mai mari, precizia scade simţitor.

b. Ohmmetrul paralel (derivaţie). Schema electrică a unui astfel de ohmmetru este reprezentată în fig. 14.32b. Se consideră K închis, deci sursa conectată. Dacă se închide K_1 iar K_x rămîne deschis, atunci $R_x = 0$ în circuit, rezultînd un curent egal cu zero prin instrumentul indicator ($I_A = 0$), acesta fiind scurtcircuitat prin K_1. Aşadar, la $R_x = 0$ rezultă $\alpha = 0$.

Deschizînd şi pe K_1 (deci $R_x = \infty$), instrumentul indicator va fi străbătut de un curent maxim:

$$I_{Amax} = \frac{U_e}{r_i+R_h+R_A+R_s} \qquad (14.1o4)$$

şi ca urmare, acul indicator trebuie să fie la α_{maxim} (la nevoie se reglează prin R_h). De remarcat că scara instrumentului este gradată normal, valorile crescînd de la stînga spre dreapta. Dacă se închide numai K_x iar K_1 rămîne deschis, atunci se pot scrie relaţiile:

$$I = \frac{U_e}{r_i+R_h+\dfrac{(R_A+R_s)R_x}{R_A+R_s+R_x}}$$

$$I_{Ax}(R_A + R_s) = (I-I_{Ax})R_x$$

de unde rezultă:

$$I_{AX} = K_I \alpha_x = \frac{U_e R_x}{(r_i+R_h)(R_A+R_s+R_x)+(R_A+R_s)R_x}$$

adică, $\alpha_x = f(R_x)$ (14.1o5)

Ca urmare, la U_e = constant, instrumentul se poate grada direct în valori ale rezistenţei R_x.

Compensarea variaţiilor lui U_e se face cu ajutorul lui R_s.

Cu acest ohmmetru se măsoară rezistenţe cuprinse între (1oo-1ooo) Ω. Prezintă dezavantajul apariţiei unor curenţi de intensitate mare.

Cînd ohmmetrele serie şi derivaţie se folosesc la măsurarea rezistenţelor mari, cum ar fi verificarea rezistenţei de izolaţie, tensiunea de alimentare a ohmmetrului este dată de un mic generator de curent continuu, învîrtit manual cu o manivelă. In aceste condiţii instrumentul e denumit megohmmetru cu inductor. Pentru a obţine o anumită tensiune, turaţia trebuie să aibă o valoare dată, care să se menţină constantă în timpul măsurătorilor (circa 2...3 rot/sec).

c) Ohmmetru logometric. La acesta, indicaţiile nu depind de tensiunea sursei de alimentare. Se construieşte în două variante, folosind instrument tip logometru magnetoelectric sau alt tip de logometru. O variantă la care R_x se conectează în serie cu una din bobinele mobile ale logometrului (fig.14.33a), iar a doua variantă, cînd R_x se leagă în paralel cu una din bobinele mobile ale logometrului (fig.14.33b). In R_1 şi R_2 sînt înglobate şi rezistenţele bobinelor mobile 1 şi 2 ale logometrului. După cum se ştie, deviaţia instrumentului tip logometru este funcţie de raportul curenţilor I_1 şi I_2 ce străbat cele două bobine mobile, adică:

$$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \qquad (14.1o6)$$

In cazul ohmmetrului logometric serie cei doi curenţi au valorile:

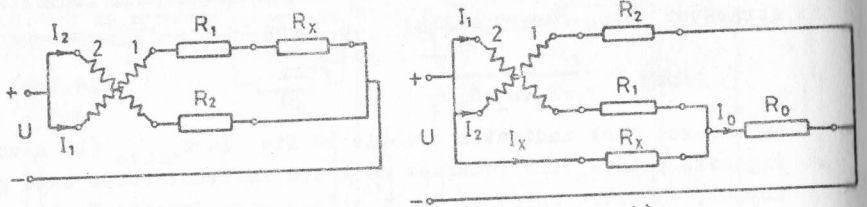


Fig. 14.33

$$I_1 = \frac{U}{R_1+R_x} \text{ şi } I_2 = \frac{U}{R_2}$$

rezultînd,

$$\alpha = f(\frac{I_1}{I_2}) = f\ (\frac{R_2}{R_1+R_x}) = F(R_x) \qquad (14.1o7)$$

Scara logometrului poate fi gradată în unităţi de rezistenţă. Asemenea ohmetre se folosesc la măsurarea rezistenţelor mari. Pentru R_x cuprins între (5oo-1o.ooo) MΩ, ele se construiesc cu inductor, numindu-se megohmetre logometrice. Inductorul poate furniza tensiuni continue de 12o-2ooo V.

Pentru ohmmetrul logometric derivaţie (fig. 14.33b) se poate scrie:

$$I_2 = \frac{U}{R_2} \quad \text{şi} \quad I_1 = I_o - I_x$$

unde,

$$I_o = \frac{U}{R_o + \frac{R_1 R_x}{R_1+R_x}} \quad \text{şi} \quad I_x = \frac{I_1 R_1}{R_x} \qquad (14.1o8)$$

rezultînd,

$$I_1 = I_o - I_x = U\ \frac{R_x}{R_o(R_1+R_x)+R_1R_x} \qquad (14.1o9)$$

Ca urmare,

$$\alpha = f(\frac{I_1}{I_2}) = f\ (\frac{R_2\ R_x}{R_o(R_1+R_x)+R_1R_x}) = F(R_x). \qquad (14.11o)$$

adică scara logometrului poate fi şi în acest caz gradată în unităţi de rezistenţă. Asemenea ohmmetre logometrice derivaţie se folosesc pentru măsurarea rezistenţelor mici.

Ohmmetrele logometrice, denumite şi ohmmetre cu bobine încrucişate, sînt de precizie scăzută, au însă avantajul că deviaţiile lor (α) nu depinde de tensiunea de alimentare U.

14.13.5. Metoda punţii. Este o metodă indirectă, de comparaţie, adică rezistenţa necunoscută R_x se compară (prin echilibrarea punţii) cu rezistenţe cunoscute. Prima punte în curent continuu a fost realizată de Wheatstone în 1843, (ea purtîndu-i şi numele). Puntea Wheatstone este o punte simplă, a cărei schemă electrică este reprezentată în figura 14.34. IN este un instrument de nul, avînd rolul de a indica absenţa curentului din diagonala respectivă, el putînd fi un galvanometru, un micro sau miliampermetru magnetoelectric.

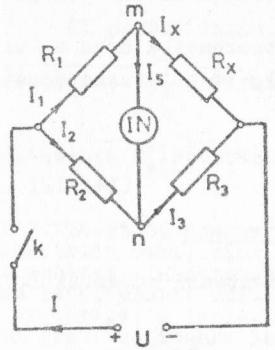


Fig. 14.34

La echilibrul punţii $I_5 = 0$, ca urmare IN indică zero, punctele m şi n fiind la acelaşi potenţial. In aceste condiţii se poate scrie :

$$I_1R_1 = I_2R_2 \text{ şi } I_xR_x = I_3R_3$$

în care,

$$I_1 = I_x \text{ şi } I_2 = I_3$$

Făcînd raportul primelor două ecuaţii de mai sus, se obţine:

$$\frac{R_1}{R_x} = \frac{R_2}{R_3}, \text{ respectiv, } R_x = \frac{R_1}{R_2} R_3 \qquad (14.111)$$

Relaţia 14.111 reprezintă condiţia de echilibru a punţii Wheatstone. De remarcat că rezistenţa interioară a sursei şi cea a intrumentului de nul nu influenţează condiţia de echilibru şi drept urmare se pot interverti între ele cele două diagonale ale punţii, diagonala ce conţine instrumentul de nul şi cea care conţine sursa de tensiune U.

Puntea Wheatstone, constructiv apare în mai multe variante funcţie de modul cum se satisface condiţia de echilibru.

O variantă la care raportul R_1/R_2 este constant, în general o putere întreagă a lui 1o, (valori cuprinse între $1o^{-3}$ şi $1o^3$), iar R_3 este reglabil decadic, putînd lua valori cuprinse între o,1 şi 11.111 (din zecime în zecime de ohm). Obişnuit, rezistenţele R_1 şi R_2 iau valorile : 1 - 1o - 1oo sau 1ooo Ω.

Altă variantă la care R_3 este constantă (R_3=o,1-1-1o-1oo Ω) iar raportul $\frac{R_1}{R_2}$ este reglabil continuu, R_1 şi R_2 reprezentînd un fir metalic calibrat pe care se deplasează un cursor. Se poate realiza şi punte cu raportul $\frac{R_1}{R_2}$ variabil discret, R_1 şi R_2 fiind rezistenţe decadice. Cu puntea Wheatstone se măsoară, în general, rezistenţe mijlocii ($1-1o^6$ Ω). Pentru rezistenţe de valori mai mici se foloseşte puntea dublă (denumită şi puntea Thomson), cu ea măsurîndu-se rezistenţe electrice de ordinul ($1o^{-6}$ - $1o^{-2}$) Ω.

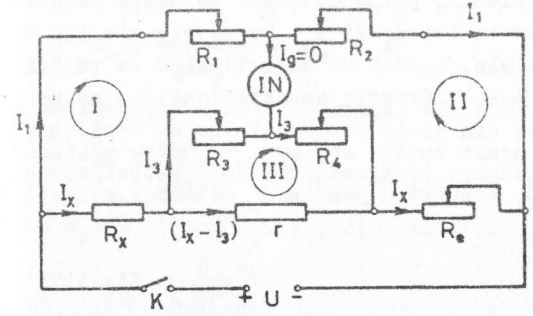


Fig. 14.35

Schema electrică a punţii Thomson este prezentată în figura 14.35. Prin schemă realizată, se elimină influenţa rezistenţelor de contact şi a conductoarelor de legătură, rezistenţe care în cazul măsurării unor rezistenţe mici, sînt de acelaşi ordin de mărime cu cele de măsurat.

La realizarea punţii se folosesc rezistoare cu patru borne, două pentru

curent iar celelalte două pentru tensiune(numai la cele etalon R_e și de măsurat R_x)

La echilibru ($I_g = 0$) și pe baza teoremei a doua a lui Kirchhoff, aplicată ochiurilor I,II și III, se pot scrie ecuațiile:

$$I_1R_1 - I_3R_3 - I_xR_x = 0$$

$$I_1R_2 - I_xR_e - I_3R_4 = 0 \qquad (14.112)$$

$$I_3(R_3+R_4) - (I_x-I_3)r = 0$$

Din ultimele două ecuații se explicitează curenții I_1 și I_3 obținîndu-se:

$$I_1 = \frac{I_xR_e+I_3R_4}{R_2} \quad \text{respectiv,} \quad I_3 = \frac{rI_x}{r+R_3+R_4} \qquad (14.113)$$

Inlocuind aceste valori în prima ecuație din 14.112,aceasta devine:

$$\frac{I_xR_e+I_3R_4}{R_2}R_1 - \frac{rI_x}{r+R_3+R_4}R_3 - I_xR_x = 0 \qquad (14.114)$$

din care rezultă:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2}R_e + \frac{R_4r}{r+R_3+R_4}\left\{\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4}\right\} = \frac{R_1}{R_2}R_e + \Delta R \qquad (14.115)$$

Termenul,

$$\Delta R = \frac{R_4r}{r+R_3+R_4}\left\{\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4}\right\} \qquad (14.116)$$

se numește corecție. Dacă această corecție este zero, atunci relația de calcul a lui R_x (rel.14.115) este aceeași ca cea de la punteа Wheastone (rel.14.111)

Din expresia lui ΔR (rel.14.116) rezultă că se obține $\Delta R=0$, numai dacă este îndeplinită una din condițiile:

$$\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4} = 0, \quad \text{adică} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad \text{sau} \quad r = 0$$

Cum R_1/R_2 este variabil, prima condiție se poate asigura, dacă spre exemplu, cursoarele lui R_1 și R_3, respectiv ale lui R_2 și R_4 se leagă mecanic între ele, astfel ca valorile lor să rămînă mereu egale ($R_1 = R_3$ și $R_2 = R_4$). Practic această condiție nu se poate îndeplini în totalitate din cauza rezistențelor de contact și a firelor de legătură. Din acest motiv se ia și r foarte mic(conductor de secțiune mare și lungime mică)asigurîndu-se astfel corecția practic nulă, adică $\Delta R \simeq 0$, rezultînd pentru R_x (din rel.14.115),relația de calcul:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2}R_e \qquad (14.117)$$

Și puntea Thomson se poate realiza în două variante:

- rezistența R_e variabilă și $\frac{R_1}{R_2}$ constant;
- rezistența R_e constantă și raportul $\frac{R_1}{R_2}$ variabil.

14.13.6. Măsurarea rezistențelor electrice mari. Rezistențe electrice mari, sînt în general rezistențele de izolație.Problema izolației electrice este deosebit de importantă pentru asigurarea funcționării normale a mașinilor , aparatelor și instalațiilor electrice. O izolație necorespunzătoare duce la scurtcircuite și la grave accidente în muncă.

Controlul rezistențelor de izolație constă în măsurarea periodică a acestora, valorile măsurate trebuind să se încadreze în anumite norme. Spre exemplu, în instalațiile electrice în care tensiunea de lucru este U (volți), rezistența de izolație trebuie să fie mai mare ca $10^3 \cdot U[\text{ohmi}]$.

Pentru măsurarea rezistențelor electrice mari există diferite metode.

In figura 14.36, este reprezentată schema electrică(schemă întrucîtva asemănătoare celei din fig.14.3o)folosită în metoda comparației, cînd rezistența necunoscută R_x este comparată cu una etalon R_e.

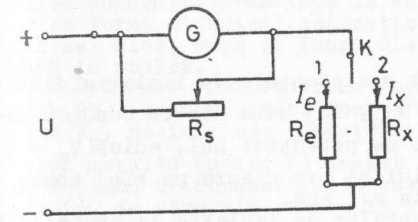


Fig.14.36

Cu comutatorul K în poziția 2,se citește la galvanometrul G,șuntat cu R_s, deviația α_x. Domeniul de măsură a galvanometrului se poate modifica prin R_s. Trecînd comutatorul în poziția 1,circuitul nu se mai închide prin R_x ci prin R_e, la galvanometru citindu-se α_e. Notînd cu K_g constanta galvanometrului cu șunt și cu R_G rezistența echivalentă a galvanometrului șuntat, se pot scrie curenții din circuit în cele două situații, dacă U = constant, sub forma:

$$I_x = \frac{U}{R_G+R_x} = K_{gx}\alpha_x \qquad (14.118)$$

$$I_e = \frac{U}{R_G+R_e} = K_{ge}\alpha_e$$

Făcînd raportul acestor curenți, rezultă:

$$\frac{I_e}{I_x} = \frac{R_G+R_x}{R_G+R_e} = \frac{K_{ge}\alpha_e}{K_{gx}\alpha_x} \qquad (14.119)$$

Luînd $R_e \gg R$ și cum $R_x \gg R_G$, din rel.14.119, se obține :

$$R_x \simeq R_e\frac{K_{ge}\alpha_e}{K_{gx}\alpha_x} \qquad (14.12o)$$

Dacă în cele două cazuri constanta galvanometrului a rămas aceeaşi ($K_{g\theta} = K_{gx}$) atunci rel.14.12o devine:

$$R_x = \frac{\alpha_\theta}{\alpha_x} R_\theta \qquad (14.121)$$

Măsurarea rezistenţei de izolaţie în instalaţiile electrice, se poate face şi cu ajutorul megohmmetrelor cu inductor(M Ω). Această metodă se aplică la instalaţiile scoase de sub tensiune,folosindu-se montajul din fig. 14.37a pentru instalaţia electrică de c.c. sau alternativ monofazat, respectiv fig. 14.37b, pentru cele trifazate.

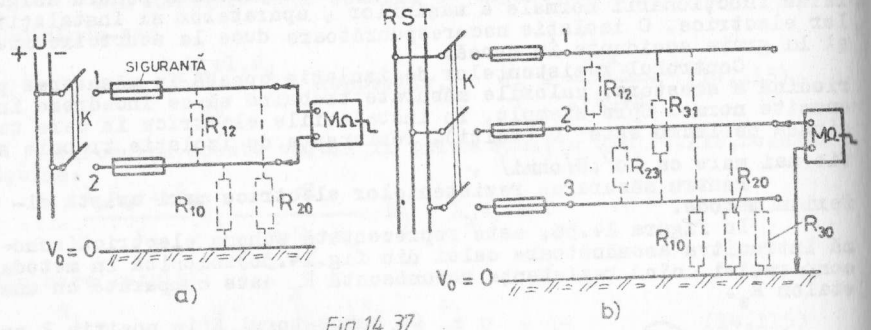


Fig.14.37

Cu R_{12},R_{23}, R_{31} s-au notat rezistenţele de izolaţie dintre conductoarele 1, 2, 3 iar cu R_{1o}, R_{2o}, R_{3o} cele dintre conductoare şi pămînt, acesta fiind considerat de potenţial nul, adică $V_o = 0$. Schimbînd conexiunea megohmmetrului se pot măsura pe rînd toate rezistenţele de izolaţie menţionate mai sus.

Pentru verificarea rezistenţelor de izolaţie la instalaţiile electrice care se află sub tensiune, se foloseşte metoda voltmetrelor. Voltmetrele se conectează ca în fig. 14.38a, pentru instalaţii de c.c. şi monofazate, respectiv ca în fig. 14.38b, în cazul celor trifazate. Se verifică rezistenţa de izolaţie a conductoarelor faţă de pămînt, aceasta considerîndu-se ca fiind bună,dacă tensiunile măsurate de voltmetre satisfac relaţiile:

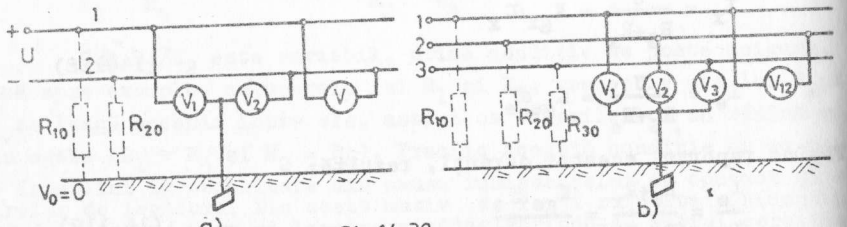


Fig.14.38

$U_1 = U_2 = \frac{U}{2}$ în cazul instalaţiilor de c.c. sau c.a. monofazat;

$U_1 = U_2 = U_3 = U_{12}$, dacă instalaţiile sînt trifazate.

Toate voltmetrele sînt identice, avînd deci rezistenţele interioare egale. Dacă rezistenţa de izolaţie a unui conductor(unei faze) faţă de pămînt este slăbită, voltmetrul corespunzător acestei faze va indica o tensiune mai mică.

In cazul instalaţiilor de înaltă tensiune, voltmetrele se conectează cu ajutorul transformatoarelor de măsură de tensiune,care trebuie să fie şi ele identice.

Controlul izolaţiei cu ajutorul voltmetrelor permite supravegherea continuă, comodă şi operativă a instalaţiilor.Schemele folosite în aceste cazuri pot să fie conectate cu dispozitive de semnalizare şi avertizare (sonore sau vizuale) a defectelor de izolaţie ce pot apărea în timpul exploatării instalaţiei respective.

14.13.7. Măsurarea rezistenţei electrice a prizei de pămînt. Priza de pămînt este un dispozitiv care asigură o legătură electrică conductoare (metalică) directă cu pămîntul, a unor puncte din reţelele şi circuitele electrice (pentru a realiza anumite circulaţii ale curenţilor), a carcaselor maşinilor şi aparatelor electrice (care în mod normal nu sînt sub tensiune), a părţilor conductoare din instalaţiile de protecţie etc. Priza de pămînt asigură protecţia contra pericolului de electrocutare,ea micşorînd sub limita periculoasă (cînd rezistenţa sa este mică) tensiunea electrică ce se stabileşte (în caz de deranjamente)între carcase, grilaje metalice de protecţie etc şi pămînt.

In general priza de pămînt este formată dintr-unul sau mai multe conductoare aşezate în sol (poziţie verticală sau orizontală, avînd forme diferite), confecţionate din metale cu rezistivitate ρ cît mai mică, care se leagă electric cu partea metalică ce trebuie pusă la pămînt.

Deoarece conductoarele folosite la realizarea prizelor de pămînt au o rezistivitate foarte mică, prin rezistenţa prizei de pămînt R_p, se înţelege rezistenţa electrică de trecere de la conductorul metalic (priza P) aşezat în sol, la pămînt.Această rezistenţă depinde de conductibilitatea electrică a solului, adică de umiditate, de sărurile existente în sol, de temperatura etc.Prin norme se impune ca $R_p \leq 4\,\Omega$.

Rezistenţa R_p a unei prize de pămînt existente, se poate măsura prin diverse metode. La toate metodele însă, sînt necesare: o priză auxiliară A, prin intermediul căreia se închide circuitul electric de măsură (distanţa dela A la P fiind de obicei 4o m) şi o sondă S situată între P şi A.

a. Metoda voltampermetrică. Schema electrică folosită în acest caz este reprezentată în fig.14.39. După cum se vede,circuitul electric al prizei este separat electric de sursa de tensiune alternativă U,de către transformatorul T. Secundarul acestui transformator furnizează în circuitul P-A, un curent electric de intensitate $I_p \simeq$ 1o A,măsurat de ampermetrul A_p.Voltmetrul V, care măsoară tensiunea U_{PS},avînd o rezistenţă R_v mare,rezultă un I_v neglijabil faţă de I_p, putîndu-se deci scrie:

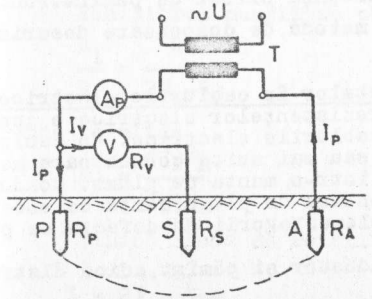


Fig.14.39

$$R_p = \frac{U_{PS}}{I_p} \ [\Omega]. \qquad (14.122)$$

Nu se utilizează tensiune continuă pentru a se evita influenţa tensiunilor electromotoare de natură chimică ce apar la suprafaţa de contact priză-pământ, priza jucînd rol de electrod,pământul (datorită sărurilor ce le conţine) rol de electrolit.

b.Metoda de măsurare prin compensare. Este o metodă foarte răspîndită, utilizîndu-se scheme electrice ca cea din fig.14.40.

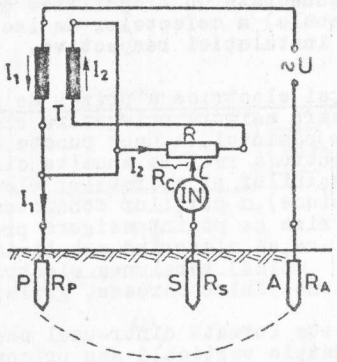


Fig.14.40

Primarul unui transformator T,cu raportul de transformare 1:1, deci $I_1 = I_2$, este în circuitul format de sursa de tensiune alternativă U(care poate fi şi un inductor manual) şi cele două rezistenţe R_p şi R_A.Instrumentul de nul IN se conectează între S şi cursorul C care se poate deplasa de-a lungul lui R. Valoarea rezistenţei R_C este o parte din R (funcţie de poziţia lui C), fiind cunoscută pentru fiecare poziţie a lui C. Prin deplasarea lui C se realizează situaţia cînd prin sonda S curentul este zero, deci nu există cădere de tensiune pe rezistenţa R_s. In momentul acesta căderile de tensiune:

I_1R_p, de pe priza de pământ

I_2R_c, de pe rezistenţa R_c, care e cunoscută,

sînt egale, adică, $I_1R_p = I_2R_c$. Cum $I_1 = I_2$, rezultă $R_p = R_c$.

De remarcat că rezistenţa prizei auxiliare R_A nu intră în calculul lui R_p.

Industria electrotehnică românească (ICEMENERG Bucureşti) produce aparatul portabil tranzistorizat tip A.P.P.(aparat priză pământ) cu care se măsoară rezistenţa prizei de pământ.Funcţionarea aparatului se bazează pe metoda de compensare descrisă mai sus.

14.13.8. Localizarea defectelor în cablurile electrice. O aplicaţie concretă a măsurării rezistenţelor electrice o constituie localizarea defectelor în cablurile electrice. Un cablu electric este constituit din unul sau mai multe conductoare metalice izolate între ele, situate într-o manta de plumb. Conductoarele sînt izolate şi faţă de mantaua de plumb,manta ce este în contact cu pământul. Principalele categorii de defecte ce pot apărea sînt următoarele:

- contact electric între conductor şi pământ,adică distrugerea izolaţiei dintre conductor şi mantaua de plumb(scurtcircuit între conductor şi manta);

- contact electric între două conductoare, cînd izolaţia dintre ele s-a distrus (scurtcircuit între conductoare);
- întreruperea unui conductor din cablu.

In asemenea cazuri se pune problema localizării acestor defecte cît mai precis în spaţiu, fără a dezgropa cablul electric pe distanţe mari.

Figura 14.41 prezintă cazul unui cablu monofilar, cu o

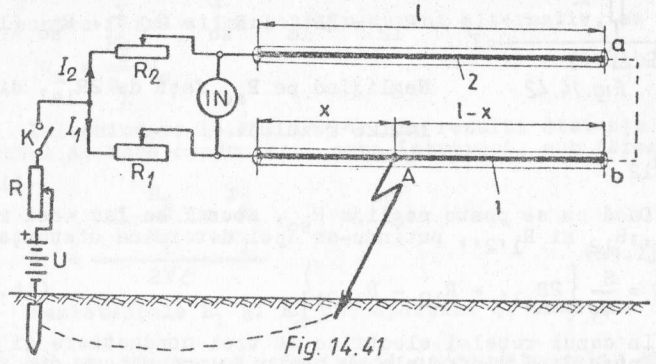


Fig. 14.41

punere la pământ a conductorului 1, în punctul A situat la distanţa X de capătul de început al cablului.Altfel spus, în punctul A există un scurtcircuit între conductor şi manta. Pentru determinarea lui X, se scurtcircuitează capetele de sfîrşit ale celor două conductoare 1 şi 2, adică se leagă metalic a cu b. In acest fel s-a obţinut o buclă, de unde şi denumirea de metoda buclei. Se realizează o punte, la care două braţe sînt constituite de rezistenţe reglabile R_1 şi R_2, cunoscute în orice moment, iar celelalte braţe de rezistenţele R_x şi $(2R_L-R_x)$. S-a notat cu R_x rezistenţa conductorului de lungime X şi cu R_L a celui de lungime l (lungimea cablului).Rezistenţele R_1 şi R_2pot fi înlocuite cu un fir metalic calibrat.

Considerînd conductoarele de aceeaşi secţiune S şi acelaşi material omogen de rezistivitate ϱ, rezistenţele R_x şi R_L se pot scrie:

$$R_L = \varrho \frac{\ell}{S} \ ; \qquad R_x = \varrho \frac{X}{S} \qquad (14.123)$$

Echilibrul punţii se obţine pentru:

$$\frac{R_1}{R_x} = \frac{R_2}{2R_L - R_x}$$

de unde rezultă:

$$R_x = \frac{2R_1R_L}{R_1+R_2} \qquad (14.124)$$

Ţinînd seama de relaţiile 14.123, din 14.124 se obţine:

$$X = 2\ell \frac{R_1}{R_1+R_2} \qquad (14.125)$$

Cazul scurtcircuitului dintre două conductoare aflate în aceeaşi manta de plumb, este prezentat în figura 14.42.Scurtcircuitul este considerat între punctele a şi b, evidenţiat prin rezistenţa R_{sc}.Izolaţiile faţă de manta (deci faţă de pământ)a celor două conductoare 1-1' şi 2-2', se consideră perfecte.

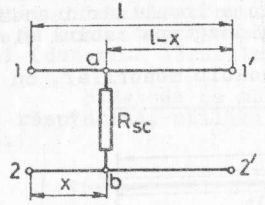


Fig. 14.42

Cu una din metodele cunoscute, se măsoară rezistenţa între punctele 1 şi 2 adică:

$$R_{12} = 2R_{1a} + R_{sc} = 2\rho\frac{X}{S} + R_{sc} \qquad (14.126)$$

Neglijînd pe R_{sc} faţă de $2R_{1a}$, din rel. 14.126 rezultă:

$$X = \frac{S}{2\rho} R_{12} \qquad (14.127)$$

Dacă nu se poate neglija R_{sc}, atunci se fac trei măsurători:$R_{11'}$;R_{12} şi $R_{1'2'}$, putîndu-se apoi determina distanţa:

$$X = \frac{S}{4\rho}\left\{2R_{11'} + R_{12} - R_{1'2'}\right\} \qquad (14.128)$$

In cazul reţelei electrice cu trei conductoare şi scurtcircuit între două dintre ele,se poate folosi schema din fig.14.43,prin care se realizează o punte de măsură.Rezistenţa de contact (scurtcircuit) se consideră zero iar capetele 2'-3' se leagă împreună.

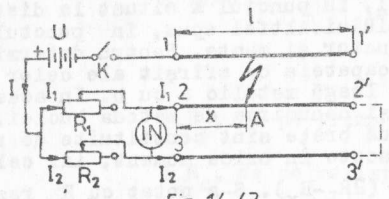


Fig. 14.43

Din condiţia de echilibru a punţii: $\frac{R_1}{R_{2A}} = \frac{R_2}{R_{3A}}$ adică ,

$$\frac{R_1}{\rho\frac{X}{S}} = \frac{R_2}{\rho\frac{l}{S} + \rho\frac{l-x}{S}} , \qquad (14.129)$$

de unde rezultă distanţa X,

$$X = \frac{2lR_1}{R_1+R_2} \qquad (14.130)$$

Pentru localizarea întreruperii conductorului unui cablu electric, poate fi utilizată schema electrică din fig.14.44. S-a considerat un cablu cu un conductor întrerupt în punctul A.Un asemenea cablu electric constituie de fapt un condensator cilindric, conductorul 1 de rază r_1 şi mantaua de plumb 2,de rază r_2, reprezentînd cele două armături. Izolaţia 3 dintre conductor şi manta de permitivitate absolută ε ,constituie dielectricul condensatorului.

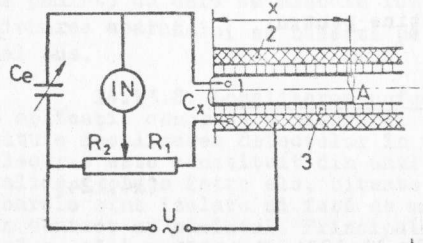


Fig. 14.44

Capacitatea acestui condensator cilindric, de lungime X,are

expresia cunoscută:

$$C_X = \frac{2\pi\varepsilon X}{\ln\frac{r_2}{r_1}} \qquad (14.131)$$

Cu ajutorul punţii realizate, ale cărei braţe sînt R_1,R_2 C_2 şi C_x, se măsoară C_x (vezi cap.14.14).Din condiţia de echilibru, puntea fiind alimentată în curent alternativ, se obţine:

$$C_x = \frac{R_2}{R_1} C_e \qquad (14.132)$$

Inlocuind pe 14.132 în 14.131, rezultă distanţa X pînă la punctul A, unde conductorul este întrerupt, sub forma:

$$X = \frac{C_e\frac{R_2}{R_1}\ln\frac{r_2}{r_1}}{2\pi\varepsilon} \qquad (14.133)$$

Rezistenţele R_1 şi R_2 pot aparţine şi unui fir calibrat.

14.14. Măsurarea capacităţii condensatoarelor electrice

După cum s-a văzut (cap.5) un condensator electric ideal, fără pierderi în dielectric, se caracterizează prin capacitatea sa electrică C.În realitate nu există dielectrici perfecţi astfel că în aceştia au loc pierderi de putere. Existenţa acestor pierderi se evidenţiază prin aceea că un condensator electric cu pierderi nu se mai poate caracteriza numai prin capacitatea sa electrică, ci printr-o schemă echivalentă ce conţine doi parametri electrici: o capacitate electrică ideală C_x şi o rezistenţă ohmică R_{ox}. Cei doi parametri pot fi consideraţi în serie sau în derivaţie(paralel).

În tehnica măsurării mărimilor electrice se folosesc diferite metode de măsurare a capacităţii condensatorului electric.

14.14.1. Metoda voltampermetrică. Este o metodă industrială indirectă, prin care nu se ţine seama de pierderile din dielectric. Ea se bazează pe faptul că un condensator de capacitate C_x,deci de reactanţă $X_{cx} = \frac{1}{2\pi fC_x}$, conectat la o tensiune sinusoidală de frecvenţă f şi valoare efectivă U_x(fig. 14.45a) absoarbe un curent I_x (tot sinusoidal şi de aceeaşi frecvenţă) a cărui valoare efectivă este:

$$I_x = \frac{U_x}{X_{cx}} = 2\pi fC_xU_x, \text{ rezultînd } C_x = \frac{I_x}{2\pi fU_x} \qquad (14.134)$$

Cum nu se poate măsura simultan U_x şi I_x, rezultă(ca şi la măsurarea rezistenţelor)două montaje:amonte (fig.14.45b) şi aval (fig.14.45c) alimentate cu tensiune sinusoidală de frecvenţă f (cunoscută). Prin intermediul unui potenţiometru R_h,se obţin diferite valori pentru U_x. Notînd cu I_A şi U_V indicaţiile

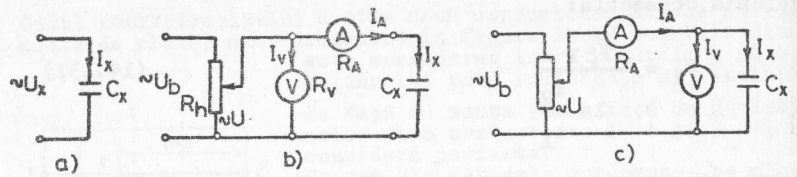


Fig.14.45

celor două instrumente şi cu R_A respectiv R_v rezistenţele lor interioare (faţă de care se neglijează reactanţele instrumentelor) se poate scrie:

a. In cazul montajului amonte, $U_x = \sqrt{U_v^2 - (I_A R_A)^2}$ şi $I_A = I_x$, rezultînd,

$$C_x = \frac{I_x}{2\pi f U_x} = \frac{1}{2\pi f \sqrt{\frac{U_v^2}{I_A^2} - R_A^2}} \qquad (14.135)$$

b. Pentru montajul aval, $U_x = U_v$ şi $I_x = \sqrt{I_A^2 - I_v^2} = \sqrt{I_A^2 - \frac{U_v^2}{R_v^2}}$ rezultînd,

$$C_x = \frac{I_x}{2\pi f U_x} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{I_A^2}{U_v^2} - \frac{1}{R_v^2}} \qquad (14.136)$$

Montajul amonte este folosit în cazul măsurării unor capacităţi mici (o,1-1o μF), cînd rezultă curenţi mici (rel.14.134) putîndu-se neglija R_A faţă de $\frac{U_v}{I_A}$ (rel.14.135). Pentru măsurarea capacităţilor mari se recomandă montajul amonte, căci în acest caz rezultă curenţi mari şi se poate neglija $\frac{1}{R_v}$ faţă de $\frac{I_A}{U_v}$ (rel.14.136)

Dacă se cunosc R_A şi R_v, atunci se poate folosi oricare montaj pentru orice capacitate, rezultatul măsurării fiind dat de rel.14.135 respectiv 14.136.

14.14.2. Metoda ampermetrului, voltmetrului şi wattmetrului. Este tot o metodă industrială indirectă, în care se consideră schema echivalentă serie pentru condensatorul cu pierderi (fig.14.46a). Impedanţa acestui circuit serie este:

$$Z_c = \sqrt{R_{cx}^2 + (-\frac{1}{\omega C_x})^2} = \frac{U_c}{I_c}$$

de unde rezultă capacitatea C_x, sub forma:

$$C_x = \frac{1}{2\pi f \sqrt{Z_c^2 - R_{cx}^2}} \qquad (14.137)$$

în care,

- impedanţa Z_c se determină din raportul tensiune curent, măsurate de voltmetrul V şi ampermetrul A;
- rezistenţa R_{cx} se calculează din puterea activă consumată prin efect Joule Lenz ($I^2 R_{cx}$), măsurată de wattmetrul W;
- frecvenţa f, a tensiunii de alimentare se consideră cunoscută.

In figura 14.46b şi c sînt prezentate schemele de conexiune a celor trei instrumente (A,V,W), în montaj amonte respectiv aval.

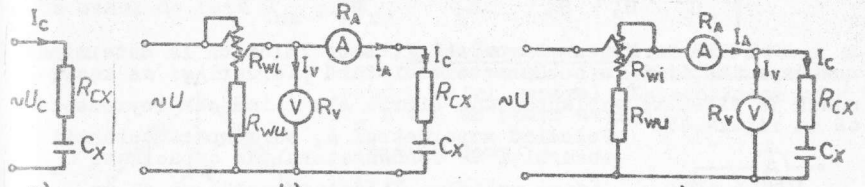


Fig.14.46

Notînd cu I_A, U_v, P_w valorile mărimilor măsurate de cele trei instrumente şi neglijînd consumurile de putere activă a acestora, la măsurarea unor capacităţi mari, (deci şi cu pierderi $I^2 R_{cx}$ mari) se pot scrie (pentru ambele scheme) relaţiile:

$$I_A \simeq I_c \; ; \; Z_c = \frac{U_c}{I_c} = \frac{U_v}{I_A} \; ; \; P_w = I_A^2 R_{cx} = I_c^2 R_{cx} \text{ adică } R_{cx} = \frac{P_w}{I_A^2} \qquad (14.138)$$

Inlocuind aceste valori în rel. 14.137 se obţine:

$$C_x = \frac{I_A^2}{2\pi f \sqrt{(U_v I_A)^2 - P_w^2}} \qquad (14.139)$$

Pentru măsurători mai precise, la scrierea rel.14.138, se ţine seama de montajul folosit (amonte sau aval).

14.14.3. Metoda celor trei voltmetre. Voltmetrele se conectează ca în figura 14.47, în care se consideră tot schema echivalentă serie a condensatorului cu pierderi. Neglijînd curenţii prin voltmetre faţă de curentul I din circuitul serie (rezistenţele voltmetrelor fiind foarte mari), se pot scrie, pentru tensiunile măsurate de cele trei voltmetre expresiile:

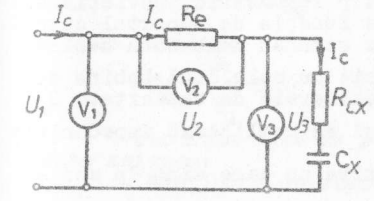


Fig.14.47

$$U_1 = I_c \sqrt{(R_{cx}+R_e)^2 + (\frac{1}{\omega C_x})^2}$$

$$U_2 = I_c R_e \qquad (14.14o)$$

$$U_3 = I_c \sqrt{R_{cx}^2 + (\frac{1}{\omega C_x})^2}$$

Rezistenţa R_e este cunoscută (rezistenţă etalon), fiind de valoare mai mică decît impedanţa condensatorului cu pierderi.

Relaţiile 14.14o constituie un sistem de trei ecuaţii cu trei necunoscute (I_c, R_{cx} şi C), care rezolvat conduce la:

$$R_{cx} = \frac{R_e}{2}\left\{\frac{U_1^2}{U_2^2} - \frac{U_3^2}{U_2^2} - 1\right\} \qquad (14.141)$$

$$C_x = \frac{1}{\pi f R_e \sqrt{2\frac{U_3^2}{U_2^2} - \frac{U_1^4}{U_2^4} - \frac{U_3^4}{U_2^4} + 2\frac{U_1^2 U_3^2}{U_2^4} + 2\frac{U_1^2}{U_2^2} - 1}} \qquad (14.141)$$

14.14.4. Metoda comparației. Este folosită la determinarea capacității C_x a condensatorului fără pierderi și se realizează în diferite variante, una dintre ele fiind cea reprezentată în fig.14.48.

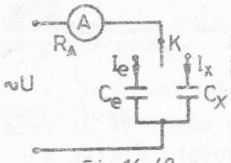


Fig.14.48

Folosind ampermetrul A, se compară curenții absorbiți de condensatorul de capacitate C_x (care umează a fi determinată) și de un condensator de capacitate cunoscută C_e. Neglijînd rezistența R_A a ampermetrului față de reactanța capacitivă a condensatoarelor, corepunzător celor două poziții ale comutatorului K, se pot scrie pentru curenții indicați de ampermetru, expresiile :

$$I_e = U\omega C_e \quad \text{și} \quad I_x = U\omega C_x$$

rezultînd,

$$C_x = C_e \frac{I_x}{I_e} \qquad (14.142)$$

Dacă C_e este variabil (dar de valoare cunoscută în permanență) se poate regla pînă se realizează $I_e = I_x$ și atunci $C_x = C_e$.

14.14.5. Metoda directă. In acest caz se folosesc instrumente tip logometric, numite faradmetre sau capacimetre, la care se citește direct capacitatea condensatorului fără pierderi. Se construiesc pe principiul logometrelor electrodinamice sau feromagnetice. Cele magnetoelectrice nu se pot folosi întrucît măsurătorile se efectuează în alternativ și nu în curent continuu.

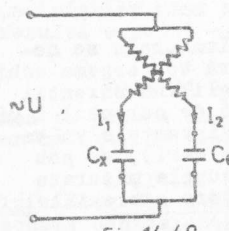


Fig.14.49

După cum se știe (din capitolele anterioare) la instrumentele tip logometric, deviația sistemului mobil este funcție de raportul curenților I_1 și I_2, ce străbat cele două bobine mobile. Dacă în serie cu cele două bobine se conectează condensatoarele de capacitate C_e și C_x (fig.14.49) și se neglijează impedanțele bobinelor față de reactanțele capacitive cu care sînt în serie, atunci se poate scrie:

$$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = f\left(\frac{U\omega C_x}{U\omega C_e}\right) = f\left(\frac{C_x}{C_e}\right) = F(C_x) \qquad (14.143)$$

instrumentul putînd fi etalonat direct în unități de capacitate.

14.14.6. Metoda punții. Puntea în curent alternativ diferă de cea din curent continuu cel puțin din două motive:

-Instrumentul de nul trebuie să fie un galvanometru cu vibrații (GV) în cazul frecvențelor de 50 Hz, o cască telefonică (T) cînd frecvențele sînt mai mari, (500-3000) Hz sau un indicator de nul electronic;

- Brațele punții sînt impedanțe și ca urmare condiția de echilibru se scrie cn relație între mărimi complexe. Din această condiție, egalînd părțile reale și apoi cel imaginare rezultă două ecuații, putîndu-se deci determina două necunoscute, în cazul de față R_{cx} și C_x.

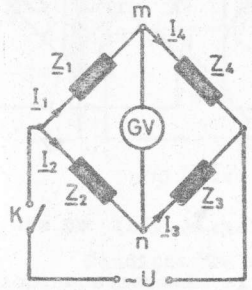


Fig.14.50

In fig.14.50 este reprezentată schema electrică a punții în curent alternativ, pentru cazul general. La echilibru, cînd $V_m = V_n$, se poate scrie:

$$\underline{I}_1\underline{Z}_1 = \underline{I}_2\underline{Z}_2$$

$$\underline{I}_4\underline{Z}_4 = \underline{I}_3\underline{Z}_3 \qquad (14.144)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_4$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_3$$

din care rezultă condiția de echilibru:

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_4} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$$

sau

$$\underline{Z}_1\underline{Z}_3 = \underline{Z}_2\underline{Z}_4 \qquad (14.145)$$

Pentru măsurarea capacității condensatoarelor electrice se folosesc diferite tipuri de punți în curent alternativ, cîteva dintre ele fiind prezentate în continuare.

a) Puntea Sauty. Este reprezentată în figura 14.51a, avînd brațele:

$$\underline{Z}_1 = R_1 \; ; \; \underline{Z}_2 = R_2 \; ; \; \underline{Z}_3 = \frac{-j}{\omega C_e} \; ; \; \underline{Z}_4 = \frac{-j}{\omega C_x} \cdot \qquad (14.146)$$

Condiția de echilibru dată de rel.14.145, se scrie:

$$\underline{Z}_1\underline{Z}_3 = -j\frac{R_1}{\omega C_e} = \underline{Z}_2\underline{Z}_4 = -j\frac{R_2}{\omega C_x}$$

de unde rezultă,

$$C_x = \frac{R_2}{R_1} C_e \qquad (14.147)$$

Condiția dată de rel. 14.147, pentru un C_x oarecare se poate asigura:

- Menținînd constant raportul $\frac{R_2}{R_1}$ și variind pe C_e. Această variantă se aplică la măsurarea capacităților mici, pînă la 5000 pF, cînd C_e este un condensator ce are ca dielectric aerul.

-Menținînd constant pe C_e și reglînd raportul $\frac{R_2}{R_1}$ (cazul capacităților mari).

Puntea Sauty se recomandă pentru măsurarea capacității condensatoarelor de calitate superioară, cu dielectrici foarte buni, avînd pierderi dielectrice foarte mici.

b) Puntea Wien și Nernst. Pentru măsurarea capacității condensatoarelor cu pierderi se poate folosi puntea Wien (fig. 14.51b) în care se consideră schema electrică echivalentă serie

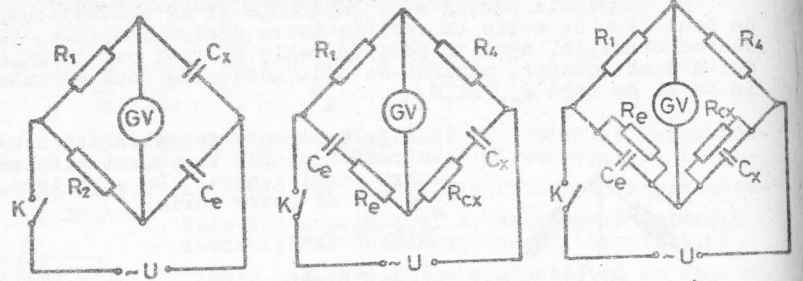


Fig. 14.51

a condensatorului, sau puntea Nernst (fig.14.51c) cu schema echivalentă derivaţie .

In cazul punţii Wien, folosită la măsurarea capacităţii condensatoarelor cu pierderi dielectrice mici, braţele sînt:

$$\underline{Z}_1 = R_1 \; ; \quad \underline{Z}_2 = R_e - j\frac{1}{\omega C_e} \; ; \tag{14.148}$$

$$\underline{Z}_3 = R_{cx} - j\frac{1}{\omega C_x} \; ; \quad \underline{Z}_4 = R_4$$

Inlocuind aceste impedanţe în rel.14.145 şi apoi egalînd între ele părţile reale respectiv pe cele imaginare, se obţine:

$$R_{cx} = \frac{R_4}{R_1} R_e \quad \text{şi} \quad C_x = \frac{R_1}{R_4} C_e \tag{14.149}$$

La puntea Nernst, folosită la măsurarea capacităţii condensatoarelor cu pierderi dielectrice mai mari, braţele sînt:

$$\underline{Z}_1 = R_1 \; ; \quad \underline{Z}_2 = \frac{-j\frac{R_e}{\omega C_e}}{R_e - j\frac{1}{\omega C_e}} \; ; \tag{14.150}$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{-j\frac{R_{cx}}{\omega C_x}}{R_{cx} - j\frac{1}{\omega C_x}} \; ; \quad \underline{Z}_4 = R_4 \; ;$$

rezultînd, după înlocuirea în condiţia de echilibru, expresiile

$$R_{cx} = \frac{R_4}{R_1} R_e \quad \text{şi} \quad C_x = \frac{R_1}{R_4} C_e \tag{14.151}$$

c) Puntea Schering. Se foloseşte la măsurarea capacităţii condensatoarelor electrice ce lucrează la tensiuni electrice înalte. Schema electrică a acestei punţi este reprezentată în fig. 14.52. In cadrul punţii Schering, se consideră schema echivalentă serie a condensatorului. Măsurătorile se fac la tensiuni egale

cele de lucru, folosindu-se în acest scop transformatorul Tr.

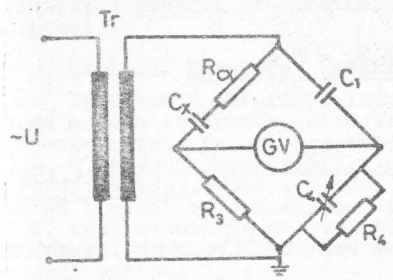


Fig. 14.52

După cum se vede , braţele punţii sînt:

$$\underline{Z}_1 = -j\frac{1}{\omega C_1}$$

$$\underline{Z}_2 = R_{cx} - j\frac{1}{\omega C_x} \tag{14.152}$$

$$\underline{Z}_3 = R_3$$

$$\underline{Z}_4 = \frac{-j\frac{R_4}{\omega C_4}}{R_4 - j\frac{1}{\omega C_4}}$$

Condiţia de echilibru (rel.14.145), în aceste condiţii, se scrie sub forma:

$$\underline{Z}_2\underline{Z}_4 = \left(R_{cx} - j\frac{1}{\omega C_x}\right)\left\{\frac{-j\frac{R_4}{\omega C_4}}{R_4 - j\frac{1}{\omega C_4}}\right\} = \underline{Z}_1\underline{Z}_3 = -j\frac{R_3}{\omega C_1} \tag{14.153}$$

care, după efectuarea calculelor, conduce la :

$$R_{cx} = \frac{C_4}{C_1} R_3 \text{ respectiv } C_x = \frac{R_4}{R_3} C_1 \tag{14.154}$$

In general, la puntea Schering, $R_3 \ll \frac{1}{\omega C_x}$ iar $R_4 \ll \frac{1}{\omega C_1}$

şi drept urmare, întreaga tensiune furnizată de secundarul transformatorului, se aplică la bornele capacităţilor C_x şi C_4. Aceasta înseamnă că rezistenţele R_2 şi R_3 nu sînt supuse la tensiuni electrice mari, ele fiind şi puse la pămînt prin borna secundarului transformatorului Tr.

d) Puntea R.L.C. Schema electrică a acestei punţi este reprezentată în figura 14.53, ea avînd braţele:

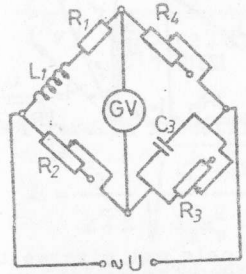


Fig. 14.53

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j\omega L_1 \; ;$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 \; ;$$

$$\underline{Z}_3 = \frac{-j\frac{R_3}{\omega C_3}}{R_3 - j\frac{1}{\omega C_3}} \tag{14.155}$$

$$\underline{Z}_4 = R_4$$

Condiţia de echilibru a punţii se poate scrie sub forma :

$$Z_1 Z_3 = (R_1 + j\omega L_1)\,\frac{-j\frac{R_3}{\omega C_3}}{R_3 - j\frac{1}{\omega C_3}} = Z_2 Z_4 = R_2 R_4$$

sau,

$$-j\,R_1\frac{R_3}{\omega C_3} + \frac{R_3 L_1}{C_3} = R_3 R_4 R_2 - j\,\frac{R_2 R_4}{\omega C_3} \qquad (14.156)$$

Egalînd părţile reale ale relaţiei (14.156), se obţine:

$$\frac{R_3 L_1}{C_3} = R_3 R_4 R_2 \quad \text{sau} \quad \frac{L_1}{C_3} = R_4 R_2 \qquad (14.157)$$

de unde rezultă că la echilibru punţii R.L.C. se poate scrie:

$$C_x = C_3 = \frac{L_1}{R_4 R_2}\ ,\ \text{cînd se cunosc } L_1,\ R_4 \text{ şi } R_2\ ;$$

$$L_x = L_1 = C_3 R_4 R_2,\ \text{cînd se cunosc } C_3,\ R_4 \text{ şi } R_2\ ; \qquad (14.158)$$

$$R_x = R_2 = \frac{L_1}{C_3 R_4}\ ,\ \text{cînd se cunosc } L_1,\ R_4 \text{ şi } C_3.$$

Aşadar, cu această punte se pot măsura toţi trei parametrii de circuit, adică R,L,C, de unde şi denumirea de punte R.L.C.

14.15. Măsurarea inductivităţilor bobinelor electrice

Inductivitatea electrică L, este un parametru electric ce caracterizează bobinele electrice, alături de rezistenţa electrică R_b a spirelor conductoare ce compun bobina. Bobina electrică va fi reprezentată printr-o schemă electrică rezultată din gruparea în serie a rezistenţei R_b cu inductivitate proprie L(fig.14.54a).

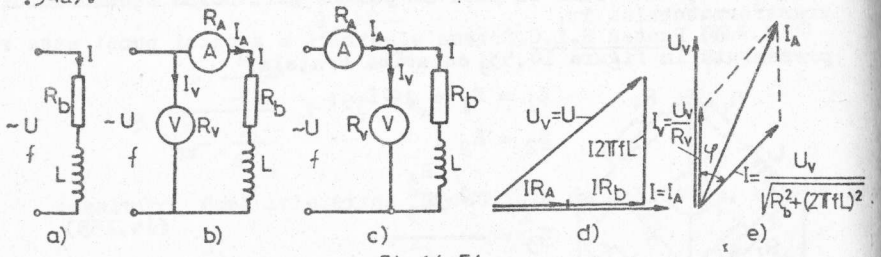


Fig.14.54

In tehnică se întîlnesc bobine de cele mai diverse tipuri, cu inductivităţi cuprinse între 10^{-8} şi (1-3)H. La măsurarea inductivităţilor se consideră cunoscută rezistenţa electrică R_b a bobinei, sau se măsoară anticipat prin una din metodele studiate.

Se vor prezenta în cele ce urmează, metode pentru măsurarea inductivităţii proprii a bobinei şi separat pentru cele mutuale (reciproce).

14.15.1. Măsurarea inductivităţii proprii

In tehnica măsurării inductivităţii proprii se folosesc diverse metode indirecte, directe sau metoda punţii. Cîteva dintre aceste metode vor fi prezentate în continuare.

a) Metoda industrială a ampermetrului şi voltmetrului. (voltampermetrică). Este o metodă indirectă şi ea constă în alimentarea bobinei cu o tensiune sinusoidală U, de frecvenţă cunoscută f, apoi măsurarea acestei tensiuni (cu voltmetrul V) şi a curentului I ce o străbate (cu ampermetrul A), urmînd a calcula impedanţa bobinei Z_b :

$$Z_b = \frac{U}{I} = \sqrt{R_b^2 + (2\pi fL)^2} \qquad (14.159)$$

respectiv inductivitatea proprie,

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{Z_b^2 - R_b^2} = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - R_b^2} \qquad (14.160)$$

Nici în acest caz nu se pot măsura simultan U şi I, rezultînd cele două montaje, amonte (fig.14.54b) respectiv aval(fig.14.54c), cînd instrumentele măsoară tensiunea U_V şi intensitatea curentului I_A.

Pentru montajul amonte, diagrama fazorială este reprezentată în fig.14.54d, pe baza căreia se poate scrie:

$$U_V^2 = (I_A R_A + I_A R_b)^2 + (I_A 2\pi fL)^2$$

de unde rezultă,

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{U_V^2}{I_A^2} - (R_b + R_A)^2} \qquad (14.161)$$

In cazul montajului aval, diagrama fazorială este cea din fig.14.54e, pe baza căreia se poate scrie:

$$I_A^2 = I_V^2 + I^2 + 2I_V I\cos\varphi$$

sau,

$$I_A^2 = \left(\frac{U_V}{R_V}\right)^2 + \left\{\frac{U_V}{\sqrt{R_b^2 + (2\pi fL)^2}}\right\}^2 + \frac{2U_V^2}{R_V\sqrt{R_b^2 + (2\pi fL)^2}} \cdot \frac{R_b}{\sqrt{R_b^2 + (2\pi fL)^2}} \qquad (14.162)$$

de unde rezultă inductivitatea proprie a bobinei,

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{U_V^2 + 2R_b R_V U_V^2}{I_A^2 R_V^2 - U_V^2}} \qquad (14.163)$$

Determinarea inductivităţilor cu rel.14.161 şi 14.163 ţine seama de corecţiile ce trebuie făcute datorită erorilor de metodă de la cele două montaje, amonte şi aval. Pentru determinări mai puţin precise nu se ţine seama de aceste corecţii şi în ambele

montaje se consideră impedanţa bobinei, adică Z_b, ca raportul celor două mărimi măsurate, U_v şi I_A, adică:

$$Z_b = \frac{U_v}{I_A} = \sqrt{R_b^2 + (2\pi fL)^2}$$

şi de aici inductivitatea,

$$L = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{(\frac{U_v}{I_A})^2 - R_b^2} \qquad (14.164)$$

In acest caz s-a neglijat căderea de tensiune pe bobina de curent ($I_A R_A$) faţă de cea de pe R_b la montajul amonte, respectiv curentul I_v din bobina de tensiune faţă de cel din Z_b la montajul aval. Se recomandă, în aceste condiţii, montajul amonte în cazul cînd $R_b \gg R_A$ (curenţi mici, tensiuni mari) respectiv aval, în cazul curenţilor mari $I \gg I_v$ şi tensiuni mici.

b) Metodă directă. Inductivitatea proprie L se poate măsura şi direct cu ajutorul unor aparate de tip logometru (în general electrodinamic), denumite henrymetre. Schema electrică a unui henrymetru logometric electrodinamic, este cea reprezentată în figura 14.55. Bobina fixă este străbătută de curentul I, iar cele două bobine mobile de curenţii I_1 respectiv I_2. Dacă se neglijează impedanţele celor două bobine, faţă de reactanţele inductive ωL_e respectiv ωL, cu care sînt conectate în serie, atunci cei doi curenţi se scriu:

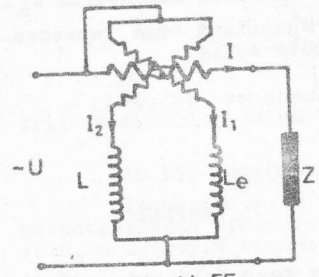


Fig. 14.55

$$I_1 = \frac{U}{\omega L_e} \text{ respectiv } I_2 = \frac{U}{\omega L} \qquad (14.165)$$

Cum deviaţia α a logometrului electrodinamic este funcţie de raportul curenţilor ce străbat bobinele mobile, pe baza rel.14.165 se poate scrie:

$$\alpha = f(\frac{I_1}{I_2}) = f\left(\frac{\frac{U}{\omega L_e}}{\frac{U}{\omega L}}\right) = f\left(\frac{L}{L_e}\right) = F(L) \qquad (14.166)$$

ceea ce înseamnă că instrumentul (logometrul electrodinamic) poate fi gradat direct în unităţi de inductivitate.

c) Metoda punţii. Este realizată în numeroase variante de montaj. Figura 14.56 reprezintă puntea simplă de inductivităţi, cu bobină etalon proprie (caracterizată prin R_e şi L_e). Această punte este denumită şi punte tip Sauty sau Maxwell. Braţele acestei punţi, ţinînd seama de notaţiile din fig.14.5o şi 14.56, se scriu:

$$\underline{Z}_1 = R_1 \; ; \; \underline{Z}_2 = R_e + j\omega L_e \; ; \; \underline{Z}_3 = R_b + j\omega L \; ; \; \underline{Z}_4 = R_4 \qquad (14.167)$$

iar condiţia de echilibru (rel.14.147),

$$\underline{Z}_1\underline{Z}_3 = R_1(R_b + j\omega L) = \underline{Z}_2\underline{Z}_4 = (R_e + j\omega L_e)R_4 \qquad (14.168)$$

Din condiţia de echilibru (rel.14.168) rezultă (prin egalarea între ele a părţilor reale, respectiv imaginare) relaţiile:

$$R_1R_b = R_4R_e \quad \text{şi} \quad R_1L = R_4L_e$$

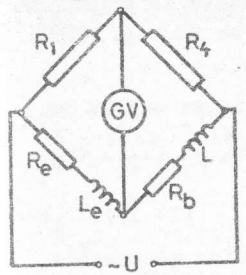


Fig. 14.56

adică,

$$R_b = \frac{R_4}{R_1}R_e \; ; \; L = \frac{R_4}{R_1}L_e. \qquad (14.169)$$

Echilibrul punţii simple de inductivităţi se realizează prin raportul $\frac{R_4}{R_1}$ şi prin R_e respectiv L_e, toate mărimi cunoscute.

Inductivitatea proprie se poate măsura direct şi cu puntea R.L.C. reprezentată în fig.14.53, conform rel.14.158.

In tehnica măsurării inductivităţii proprii a unei bobine se folosesc şi alte tipuri de punţi în curent alternativ.

14.15.2. Măsurarea inductivităţilor reciproce (mutuale). Se consideră două bobine, cu inductivităţile proprii L_1 şi L_2, iar inductivitatea mutuală dintre ele $M_{12} = L_{12}$, avînd bornele polarizate marcate distinct. La legarea în serie adiţională a celor două bobine, inductivitatea totală este $L_{ad} = L_1 + L_2 + 2M_{12}$, iar la legarea în serie opoziţională (diferenţială) $L_{op} = L_1 + L_2 - 2M_{12}$. Măsurarea inductivităţii mutuale dintre două bobine, se poate face prin diverse metode.

a) Metoda voltampermetrică. Este o metodă indirectă, ea fiind reprezentată în figura 14.57, unde prima bobină este alimentată cu tensiunea sinusoidală U_1, de frecvenţă f_1 cunoscută iar la bornele celei de a doua bobine este conectat voltmetrul V_2 care măsoară tensiunea U_2. Tensiunea U_1 determină în prima bobină un curent i_1 variabil în timp, (măsurat de ampermetrul A_1) care la rîndul său produce un flux variabil în timp şi prin spirele bobinei 2. Acest flux induce în spirele bobinei 2 o tensiune electromotoare de valoare instantanee $u_{e2} = -M_{12}\frac{di_1}{dt}$. Neglijînd impedanţa bobinei 2 faţă de rezis-

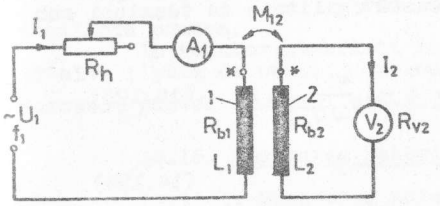


Fig. 14.57

tenţa mare R_{v2} a voltmetrului V_2, se poate scrie:

$$u_{e2} = -M_{12}\frac{dt_1}{dt} \simeq u_2 = i_2R_{v2}, \quad \text{sau} \quad -j\omega M_{12}\underline{I}_1 = R_{v2}\underline{I}_2 = \underline{U}_2$$

respectiv,

$$\omega M_{12}I_1 = R_{v2}I_2 = U_2, \text{ şi de aici } M_{12} = \frac{U_2}{\omega I_1} = \frac{U_2}{2\pi f_1 I_1} \qquad (14.17o)$$

b) Altă metodă indirectă, constă în măsurarea lui L_{ad} și L_{op}, cele două bobine cuplate magnetic fiind legate în primul caz ca în fig. 14.58a, respectiv în al doilea caz ca în fig. 14.58b.

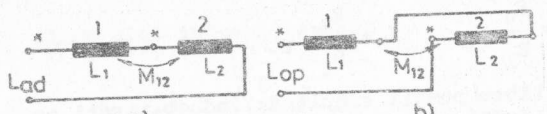


Fig. 14.58

Cum,

$$L_{ad} = L_1 + L_2 + 2M_{12}$$
$$L_{op} = L_1 + L_2 - 2M_{12} \qquad (14.171)$$

măsurînd pe L_{ad} și L_{op}, prin una dintre metodele de măsurare a inductivităților proprii, rezultă inductivitatea mutuală,

$$M_{12} = \frac{1}{4}(L_{ad} - L_{op}) \qquad (14.172)$$

c) Metoda cu compensator Campbell. Este tot o metodă indirectă, prin care cele două bobine cuplate magnetic se conectează într-o schemă electrică ca în fig 14.59. Se reglează capacitatea condensatorului etalon C_e (cunoscută), pînă cînd $I_2 = 0$ (galvanometrul cu vibrații GV indică zero). În această situație de „echilibru" ($I_2 = 0$), tensiunea electromotoare u_{e2} indusă în bobina 2, (cînd bobina 1 este parcursă de curentul sinusoidal I_1) este compensată de căderea de tensiune capacitivă dela bornele condensatorului. Ca mărimi complexe, se poate scrie această egalitate de tensiuni sub forma:

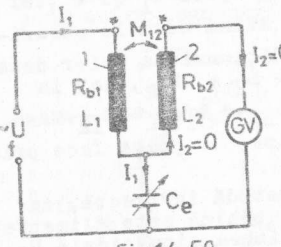


Fig. 14.59

$$\underline{U}_{e2} = -j\omega M_{12}\underline{I}_1 = -j X_c \underline{I}_1 = -j\frac{\underline{I}_1}{\omega C_e} \qquad (14.173)$$

de unde rezultă,

$$M_{12} = \frac{1}{(2\pi f)^2 C_e} \qquad (14.174)$$

d) Metoda punții. O variantă de punte, folosită la măsurarea inductivității mutuale M_{12} dintre două bobine 1 și 2 este cea prezentată în figura 14.60. La echilibru $I_g = 0$, adică $\underline{V}_b = \underline{V}_c$ și ca urmare se poate scrie:

$$\underline{V}_a - \underline{V}_b = \underline{V}_a - \underline{V}_c \quad \text{respectiv,} \quad \underline{V}_b - \underline{V}_d = \underline{V}_c - \underline{V}_d \qquad (14.175)$$

Cum,

$$\underline{V}_a - \underline{V}_b = (R_{b1} + j\omega L_1)\underline{I}_1 - j\omega M_{12}(\underline{I}_1 + \underline{I}_2)$$
$$\underline{V}_a - \underline{V}_c = R_2\underline{I}_2 \qquad (14.176)$$
$$\underline{V}_b - \underline{V}_d = R_4\underline{I}_1$$
$$\underline{V}_c - \underline{V}_d = R_3\underline{I}_2$$

în baza relațiilor 14.175 rezultă:

$$(R_{b1} + j\omega L_1 - j\omega M_{12})\underline{I}_1 = (R_2 + j\omega M_{12})\underline{I}_2$$
$$R_4\underline{I}_1 = R_3\underline{I}_2 \qquad (14.177)$$

Făcînd raportul ultimelor două relații se obține:

$$\frac{R_{b1} + j\omega L_1 - j\omega M_{12}}{R_4} = \frac{R_2 + j\omega M_{12}}{R_3} \qquad (14.178)$$

sau,

$$R_{b1}R_3 + j\omega(L_1 - M_{12})R_3 = R_2R_4 + j\omega M_{12}R_4 \qquad (14.179)$$

Egalînd părțile reale și apoi pe cele imaginare (din rel. 14.179) rezultă:

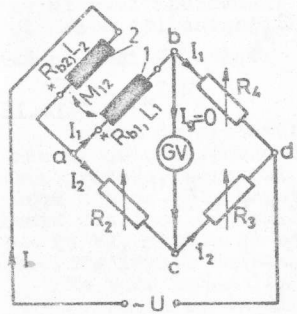


Fig. 14.60

$$R_{b1}R_3 = R_2R_4 \qquad (14.180)$$
$$(L_1 - M_{12})R_3 = M_{12}R_4$$

respectiv,

$$R_{b1} = \frac{R_2}{R_3}R_4$$
$$M_{12} = \frac{L_1}{1 + \frac{R_4}{R_3}}$$

Din ultima relație se vede că se pot măsura cu această punte, numai inductivități mutuale M_{12} mai mici decît L_1, deoarece numai în aceste condiții se poate echilibra puntea.

În tehnica măsurării inductivității mutuale se folosesc și alte tipuri de punți, cunoscute sub denumiri ca : puntea Carey-Forster; puntea Maxwell etc...

14.16. Măsurarea puterilor electrice

14.16.1. Măsurarea puterii în circuitele de curent continuu

Dacă se consideră un receptor de rezistență R, alimentat cu o tensiune continuă U (figura 14.61a) acesta absoarbe un curent de intensitate $I = \frac{U}{R}$, consumînd o putere:

$$P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R} \qquad (14.182)$$

Din aceste expresii ale puterii rezultă posibilitatea măsurării puterii electrice P, folosind diverse metode.

a) Metoda voltampermetrică, adică măsurînd pe U cu un voltmetru și pe I cu un ampermetru, făcînd apoi produsul P = UI. Este o metodă indirectă, foarte des utilizată. Cum nu există posibilitatea măsurării exacte, simultane, a lui U și I, rezultă (ca la măsurarea rezistențelor) două montaje: amonte (fig. 14.61b) și aval (fig. 14.61c). Notînd cu I_A și U_V valorile indicate de A și V se

poate scrie:

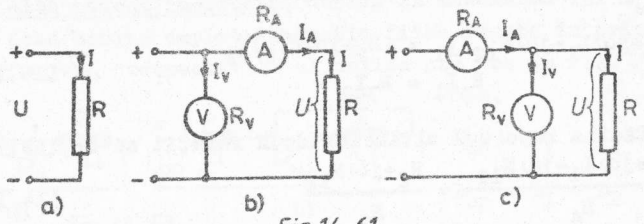


Fig.14.61

- Pentru montajul amonte,

$$I_A = I \text{ și } U_v = I_A R + I_A R_A = IR + IR_A = U + IR_A$$

rezultînd o putere:

$$P_{am} = U_v I_A = UI + I^2 R_A = P + I^2 R_A$$

și de aici

$$P = P_{am} - I^2 R_A \qquad (14.183)$$

- Pentru montajul aval,

$$U_v = U \text{ și } I_A = I + I_v = I + \frac{U_v}{R_v} = I + \frac{U}{R_v}$$

rezultînd o putere,

$$P_{av} = U_v I_A = UI + \frac{U^2}{R_v} = P + \frac{U^2}{R_v}$$

și de aici

$$P = P_{av} - \frac{U^2}{R_v} \qquad (14.184)$$

Se observă că prin ambele montaje, din măsurători se obține o putere (P_{am} respectiv P_{av}) mai mare decît puterea de măsurat $P = UI$ și anume mai mare cu consumurile proprii ale instrumentelor: $I^2 R_A$ (al ampermetrului) la montaj amonte, respectiv $\frac{U^2}{R_v}$ (al voltmetrului) la montajul aval. Cum R_A este foarte mic, iar R_v foarte mare, la măsurarea puterilor electrice mari, se pot neglija consumurile intrumentelor (care sînt de o,5-5 W) și deci puterea de măsurat este practic puterea obținută prin ambele montaje, adică $P = U_v I_A = P_{am} = P_{av}$.

Se recomandă folosirea montajului amonte la măsurarea puterilor consumate în rezistența $R \gg R_A$, cînd $U_v = IR + IR_A \simeq IR = U$, respectiv montajul aval la rezistențe $R \ll R_v$ (rezistențe mici) cînd $I_v \ll I$ și deci prin ambele montaje se obține puterea $P_{am} = U_v I_A \simeq UI = P$.

b) Metoda wattmetrului. Cel mai folosit wattmetru este cel de tip electrodinamic, la care bobina fixă de rezistență R_{wi}, se conectează în serie cu circuitul de măsură, iar bobina mobilă de rezistență R_{wu}, în paralel (după ce în prealabil în serie cu ea s-a conectat o rezistență adițională R_a). După modul cum sînt legate cele două bobine în circuitul de măsură, una în raport cu cealaltă, rezultă și la această metodă un montaj amonte (fig.14.62a) și unul aval 14.62b). După cum se știe (vezi rel.14.29), cuplul activ al unui instrument electrodinamic este proporțional cu produsul celor doi curenți, I_1 și I_2, ce străbat cele două bobine (fixă și mobilă), adică:

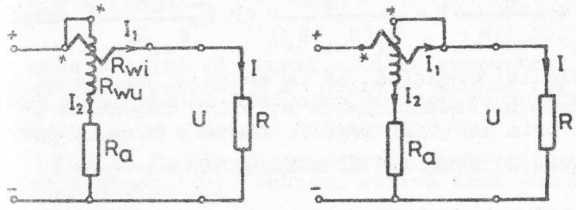


Fig.14.62

$$M_a = K_a I_1 I_2 \qquad (14.185)$$

Pentru ca sistemul mobil al instrumentului să se rotească în sensul ce corespunde deplasării acului indicator în interiorul scării gradate, curenții trebuie să aibe anumite sensuri prin cele două bobine. Din acest motiv fiecare bobină are cîte o bornă marcată distinct (o steluță, asterisc, săgeată sau o literă I și U sau A și V), numite și borne polarizate. Cele două borne polarizate trebuie legate întotdeauna la același conductor al circuitului.

Pe baza schemelor din fig. 14.62a și b, se poate scrie:

- Pentru montajul amonte,

$$I_1 = I \text{ și } I_2 = \frac{U + IR_{wi}}{R_{wu} + R_a}$$

rezultînd

$$M_a = K_a I_1 I_2 = \frac{K_a}{R_{wu} + R_a} \left\{ UI + I^2 R_{wi} \right\} \qquad (14.186)$$

- Pentru montajul aval,

$$I_2 = \frac{U}{R_{wu} + R_a} \text{ și } I_1 = I + I_2$$

rezultînd,

$$M_a = K_a I_1 I_2 = \frac{K_a}{R_{wu} + R_a} \left\{ UI + \frac{U^2}{R_{wu} + R_a} \right\} \qquad (14.187)$$

Pentru ambele cazuri în expresiile cuplului activ apare puterea de măsurat $P = UI$.

Cuplul rezistent este determinat de resoarte spiralate, el fiind proporțional cu deformația lor elastică α, care este în același timp și deviația acului indicator, adică $M_r = K_r \alpha$. Acul indicator se va opri în dreptul diviziunii pentru care este îndeplinită condiția $M_a = M_r$, obținîndu-se în aceste condiții:

$$\alpha = \frac{K_a}{K_r(R_{wu}+R_a)}(UI+I^2R_{wi}) = \frac{K_a}{K_r(R_{wu}+R_a)}(P+I^2R_{wi}) \text{ - amonte}$$

$$\alpha = \frac{K_a}{K_r(R_{wu}+R_a)}(UI + \frac{U^2}{R_{wu}+R_a}) = \frac{K_a}{K_r(R_{wu}+R_a)}(P + \frac{U^2}{R_{wu}+R_a}) \text{ -aval}$$

Din expresiile lui α rezultă că la montajul amonte se măsoară pe lîngă puterea P şi puterea consumată de bobina de curent (I^2R_{wi}), cîtă vreme prin montajul aval se măsoară în plus puterea consumată în circuitul de tensiune al wattmetrului($\frac{U^2}{R_{wu}+R_a}$).

Dacă se măsoară puteri P mari, faţă de care se pot neglija consumurile bobinelor de curent şi tensiune, atunci se pot scrie, pentru α expresiile:

$$\alpha = \frac{K_a}{K_r(R_{wu}+R_a)}P \text{ - pentru montaj amonte;}$$

$$\alpha = \frac{K_a}{K_r(R_{wu}+R_a)}P \text{ - pentru montaj aval,}$$

Se vede că pentru ambele montaje rezultă:

$$P = k_w\alpha \qquad (14.189)$$

unde,

$$k_w = \frac{K_r(R_{wu}+R_a)}{R_a}, \text{ reprezintă constanta wattmetrului.}$$

Constanta wattmetrului se obţine pe baza valorilor nominale ale curentului (I_n) şi tensiunii (U_n) pentru care este construit aparatul, valori la care corespunde deviaţia maximă α_m a acului indicator, deci:

$$k_w = \frac{U_nI_n}{\alpha_m} \text{ în[W/div].} \qquad (14.190)$$

Domeniile de măsură se extind prin folosirea rezistenţelor adiţionale pentru circuitul de tensiune al wattmetrului, respectiv prin comutarea secţiunilor bobinei fixe (bobina de curent)pentru circuitul de curent (vezi capitolul instrumente electrodinamice).

Se poate folosi şi wattmetrul Hall, realizat pe baza multiplicatorului Hall, reprezentat în fig.14.22a. Tensiunea Hall U_H, măsurată de milivoltmetrul mV, are expresia dată de rel.14.86,adică:

$$U_H = K\,I_cI_B \qquad (14.191)$$

Făcînd unul din cei doi curenţi I_c sau I_B,egal sau proporţional cu I(curentul din circuitul în care se măsoară puterea)iar celălalt curent I_B sau I_c, proporţional cu U (tensiunea din circuit)atunci tensiunea Hall măsurată de mV va fi proporţională cu puterea P = UI. Milivoltmetrul mV poate fi deci etalonat direct în watti, realizîndu-se în acest fel un wattmetru Hall.

c) Metoda bazată pe efectul Joule-Lenz. Puterea consumată prin efectul Joule-Lenz, în cazul unei rezistenţe R, parcursă de un curent de intensitate I, cînd i se aplică la borne tensiunea continuă U, are expresia cunoscută:

$$P = I^2R = \frac{U^2}{R} \qquad (14.192)$$

din care rezultă că atunci cînd se cunoaşte R (şi nu variază cu temperatura) puterea P se poate determina fie măsurînd cu un voltmetru tensiunea U,fie cu un ampermetru intensitatea I a curentului electric. Este o metodă indirectă.

14.16.2. Măsurarea puterii active din circuitele monofazate în regim sinusoidal. Puterea activă dintr-un circuit de impedanţă $Z = \sqrt{R^2+(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$, alimentat cu o tensiune sinusoidală $u = \sqrt{2}U\sin\omega t$ şi parcurs de curentul sinusoidal $i = \sqrt{2}I\sin(\omega t-\varphi)$, are expresia cunoscută:

$$P = UI\cos\varphi, \text{ unde } \varphi \text{ este dat de } tg\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \qquad (14.193)$$

Pentru măsurarea acestei puteri active se pot folosi diverse metode.

a) Metoda voltmetrului, ampermetrului şi cosfimetrului. Este o metodă indirectă ce rezultă chiar din expresia puterii active. Cu ampermetrul se măsoară I, cu voltmetrul -tensiunea U iar cu cosfimetrul factorul de putere $\cos\varphi$,calculîndu-se puterea activă $P = UI\cos\varphi$.

Este o metodă simplă , de precizie redusă. De menţionat că şi în cazul acestei metode, voltmetrul poate fi conectat în montaj amonte sau aval faţă de ampermetru.

b) Metoda celor trei voltmetre. Voltmetrele sînt conectate ca în fig. 14.63a. Neglijînd curenţii din circuitele voltmetrelor

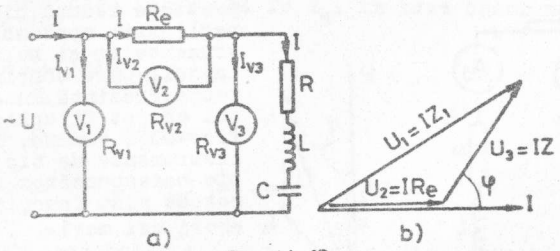


Fig. 14.63

faţă de curentul I din circuitul principal (rezistenţele voltmetrelor fiind foarte mari), tensiunile măsurate de cele trei voltmetre se pot scrie:

$$U_3 = IZ = I\sqrt{R^2+(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}\ ;\ U_2 = IR_e\ ;$$

$$U_1 = IZ_1 = I\sqrt{(R+R_e)^2+(\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \qquad (14.194)$$

iar diagrama lor fazorială este cea reprezentată în fig.14.63b, pe baza ei putîndu-se scrie relaţia:

$$U_1^2 = U_2^2+U_3^2+2U_2U_3\cos\varphi = U_2^2 + U_3^2 + 2IR_eU_3\cos\varphi = U_2^2 + U_3^2 + 2R_eP \qquad (14.195)$$

de unde rezultă puterea activă:

$$P = \frac{1}{2R_e}(U_1^2 - U_2^2 - U_3^2) \qquad (14.196)$$

c) Metoda celor trei ampermetre. Ampermetrele sînt conectate ca în fig.14.64a. Neglijînd căderile de tensiune pe ampermetre (rezistenţele acestora fiind foarte mici), diagrama fazorială arată ca în fig.14.64b, pe baza căreia se poate scrie:

$$I_1^2 = I_2^2 + I_3^2 + 2I_2I_3\cos\varphi \qquad (14.197)$$

în care :

$$I_2 = \frac{U}{R_e}\ ;\quad I_3 = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L - \frac{1}{\omega C})}} \qquad (14.198)$$

Relaţia 14.197, se mai poate scrie:

$$I_1^2 = I_2^2 + I_3^2 + \frac{2UI_3\cos\varphi}{R_e} = I_2^2 + I_3^2 + \frac{2}{R_e}P \qquad (14.199)$$

din care rezultă puterea activă:

$$P = \frac{R_e}{2}(I_1^2 - I_2^2 - I_3^2) \qquad (14.200)$$

Ambele metode (a celor trei voltmetre respectiv ampermetre) sînt metode indirecte, de precizie redusă, din cauza neglijării consumurilor instrumentelor şi relaţiei de calcul, care conţine diferenţe. Prezintă însă avantajul că pot fi aplicate la frecvenţe înalte, folosind instrumente de tip constructiv corespunzător, unde alte metode sînt însoţite de erori mai mari.

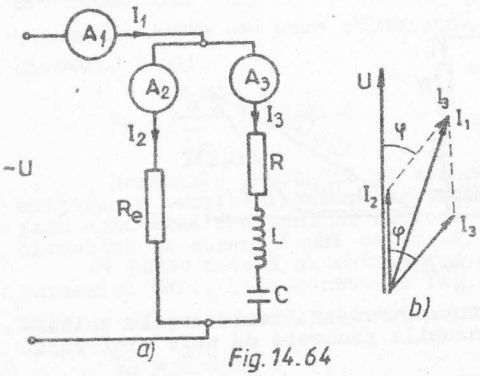


Fig.14.64

d) Metoda wattmetrului. Utilizează acelaşi montaj ca în fig. 14.62 a şi b, fiind metoda cea mai utilizată. Wattmetrul cel mai frecvent folosit este de tip electrodinamic, la care, asupra bobinei mobile acţionează un cuplu activ mediu (vezi rel.14.32)

$$M_a = K_aI_1I_2\cos\psi_{1,2} \qquad (14.201)$$

unde,

I_1 şi I_2 sînt valorile efective ale curenţilor sinusoidali

ce străbat cele două bobine (fixă şi mobilă);

$\psi_{1,2}$, unghiul de defazaj dintre I_1 şi I_2.

Ca şi la măsurarea puterii în curent continuu sînt posibile două scheme de montaj, amonte (fig.14.65a) şi aval (fig.14.65b). Cu Z s-a notat impedanţa receptorului a cărui putere activă se măsoară.

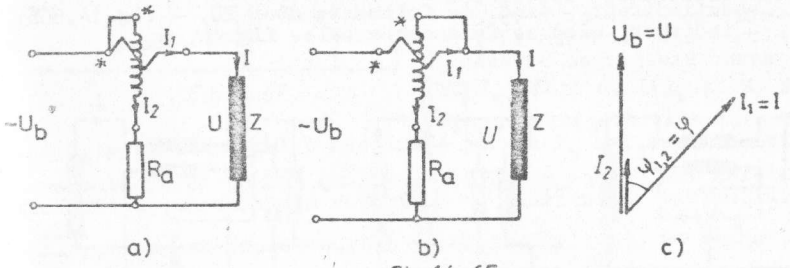


Fig.14.65

Dacă se neglijează căderile de tensiune pe bobinele de curent ale wattmetrelor faţă de U (deci $U = U_b$ la ambele montaje) şi curenţii din bobinele de tensiune faţă de curentul I din receptor (deci în ambele montaje $I_1 = I$), atunci diagrama fazorială, comună ambelor montaje, este cea reprezentată în fig.14.65c. La construcţia acestei diagrame s-a considerat reactanţa inductivă X_{wu} a bobinei mobile neglijabilă faţă de R_a şi ca urmare s-a luat I_2 în fază cu $U_b = U$. Rezistenţa ohmică (R_{wu}) a acestei bobine se consideră înglobată în R_a. In baza celor de mai sus, se poate scrie:

$$I_2 = \frac{U}{R_a} \quad \text{şi} \quad \psi_{12} = \varphi$$

iar relaţia 14.201 devine:

$$M_a = K_aI_1I_2\cos\psi_{1,2} = K_aI\frac{U}{R_a}\cos\varphi = \frac{K_a}{R_a}P \qquad (14.202)$$

Cuplul rezistent fiind $M_r = K_r\alpha$, la echilibru se obţine:

$$P = k_w\alpha \qquad (14.203)$$

unde,

$$k_w = \frac{K_rR_a}{K_a}$$ - constanta wattmetrului (vezi rel.14.170).

Pentru măsurători de precizie trebuiesc corectate erorile de metodă, adică trebuie ţinut seama de faptul că wattmetrul măsoară o putere activă P_w diferită de $P = UI\cos\varphi$ şi anume:

- la montajul amonte, $P_w = P + \Delta P_i$; (14.204)
- la montajul aval, $P_w = P + \Delta P_u$;

unde ΔP_i şi ΔP_u sînt consumurile de putere activă din circuitul de

curent, respectiv de tensiune, ale wattmetrului.

In cazul cînd puterea de măsurat este consumată la curenţi mari (I > 5oA), respectiv tensiuni mari (U > 65o V), wattmetrele se conectează în circuit prin intermediul transformatoarelor de măsură de curent(TI), respectiv de tensiune (TU).Transformtoarele de măsură reduc (de aici şi denumirea de reductoare) curentul la maxim 5A şi tensiunea la maxim loo V.

Literatura de specialitate, menţionează trei montaje:

- semidirect, cînd se foloseşte numai un TI, conectat ca în fig. 14.66a;
- semiindirect , cînd se foloseşte doar TU, - fig.14.66b;
- indirect, cînd se folosesc ambele, fig. 14.66c.

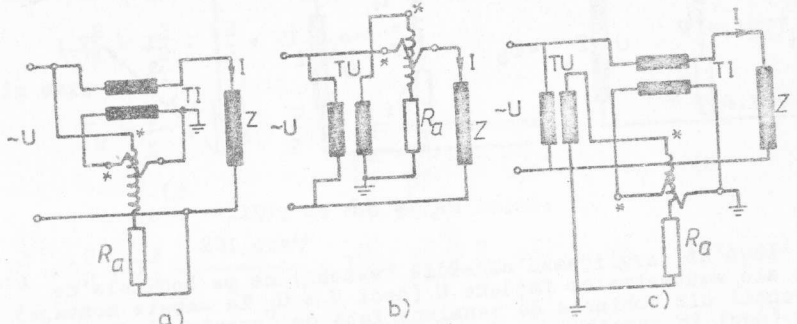


Fig.14.66

Dacă se notează cu K_{un} şi K_{in} rapoartele nominale de transformare ale transformatorului de măsură de tensiune,respectiv de curent, atunci puterea de măsurat $P = UI\cos\varphi$ este dată de relaţia:

$$P = K_{un} K_{in} P_w \qquad (14.2o5)$$

unde P_w este puterea indicată de wattmetru.

Dacă receptorul cuprinde numai o rezistenţă R, constantă şi cunoscută, atunci puterea activă se poate măsura şi prin metoda ampermetrului sau cea a voltmetrului, deoarece

$$P = I^2R = \frac{U^2}{R} \qquad (14.2o6)$$

Literatura de specialitate tratează şi alte metode de determinare (măsurare) a puterii active în circuitele monofazate, cum ar fi metoda: oscilografului catodic; a electrometrului binant; a calorimetrului ; a wattmetrului cu diode redresoare ; a wattmetrului Hall ; a transformatoarelor de măsură; a compensatorului de curent alternativ etc, fiecare cu avantaje şi dezavantaje specifice metodei.

14.16.3. Măsurarea puterii reactive din circuitele monofazate în regim sinusoidal

După cum se ştie (cap.9.4.3), puterea reactivă are expresia:

$$Q = UI\sin\varphi \qquad (14.2o7)$$

In cazul circuitelor inductive ($\varphi > 0$) puterea reactivă este pozitivă,adică absorbită de circuit de la sursa de alimentare.Dacă circuitul are caracter capacitiv ($\varphi < 0$) atunci şi $Q < 0$,circuitul debitînd puterea reactivă reţelei (sursei) de alimentare. Puterea reactivă se poate măsura folosind diverse metode.

a) Metoda wattmetrului, ampermetrului şi voltmetrului, este o metodă indirectă, a cărei schemă electrică este reprezentată în fig.14.67. Metoda se bazează pe relaţia (vezi rel.9.68) dintre puterea activă P, reactivă Q şi aparentă S = UI dintr-un circuit monofazat în regim sinusoidal. Această relaţie este:

$$S = \sqrt{P^2+Q^2} \quad \text{sau} \quad Q = \sqrt{S^2-P^2} \qquad (14.2o8)$$

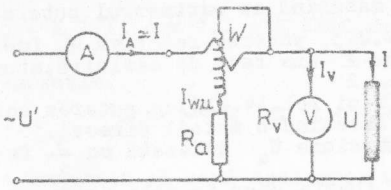


Fig.14.67

Cu wattmetrul se măsoară P, cu voltmetrul şi ampermetrul U,respectiv I, deoi se calculează S= UI. La montajul din fig.14.67, dacă se neglijează curenţii I_v şi I_{wu} faţă de I(R_v şi R_a fiind foarte mari)atunci A măsoară practic I_A = I.Wattmetrul W măsoară o putere P_w mai mare decît cea consumată în circuitul de impedanţă Z, şi anume, mai mare cu puterea activă consumată în circuitul de tensiune al wattmetrului ($\frac{U^2}{R_{wu}}$) şi cu cea din circuitul voltmetrului ($\frac{U^2}{R_v}$). Se poate scrie:

$$P_w = P + \frac{U^2}{R_{wu}} + \frac{U^2}{R_v} \qquad (14.2o9)$$

In rel.14.2o9 s-a notat prin R_{wu} suma celor două rezistenţe în serie (a bobinei mobile şi a celei adiţionale).

Voltmetrul V măsoară tensiunea U_v = U, de la bornele circuitului.

Din măsurătorile efectuate cu cele trei instrumente se poate calcula puterea reactivă:

$$Q = \sqrt{S^2-P^2} = \sqrt{(U_vI_A)^2-(P_w - \frac{U^2}{R_{wu}} - \frac{U^2}{R_v})^2} \qquad (14.21o)$$

In cazul unor puteri active mari, se pot neglija puterile consumate în circuitul de tensiune şi alvoltmetrului faţă de P, şi ca urmare, puterea reactivă se calculează cu relaţia

$$Q = \sqrt{U_v^2I_A^2 - P_w^2} \ ; \ \text{în [VAr]} \qquad (14.211)$$

Este o metodă de precizie mică, deoarece se folosesc multe instrumente (trei) fiecare avînd un consum propriu, corecţiile cărora sînt destul de dificil de făcut.

b) Metoda wattmetrului. Este tot o metodă indirectă,în care wattmetrul se conectează într-un montaj specific, în sensul că bobina de curent se conectează în serie cu circuitul în care se măsoară Q, în schimb bobina de tensiune este conectată la o tensiune auxiliară U_a, care este defazată cu $\frac{\pi}{2}$ în urma tensiunii U a circuitului(fig.14.68). Wattmetrul,într-o asemenea conexiune, va indica o putere activă:

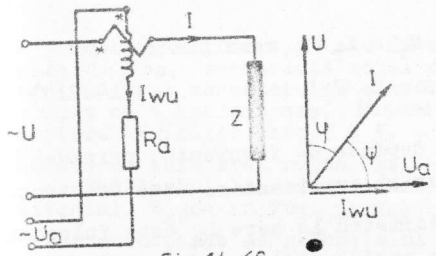


Fig.14.68

$$P_a = U_aI\cos\psi = U_aI\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) =$$

$$= \frac{U_a}{U} UI\sin\varphi = \frac{U_a}{U} Q \qquad (14.212)$$

rezultînd,

$$Q = \frac{U}{U_a} P_a = k_a P_a \qquad (14.213)$$

Ca urmare, cunoscînd pe U, U_a şi măsurînd cu wattmetrul puterea P_a, se poate calcula pe baza rel. 14.213, puterea reactivă Q. Dacă se asigură ca $U = U_a$, dar defazate cu $\frac{\pi}{2}$ una faţă de cealaltă, atunci puterea reactivă Q devine egală (vezi rel.14.213) cu puterea activă P_a indicată de wattmetru, metoda devenind o metodă directă.

Este greu de realizat o tensiune U_a defazată cu $\frac{\pi}{2}$ faţă de U, în circuite monofazate, dar foarte uşor în cele trifazate.

c) Metoda varmetrului. Este o metodă directă de măsurare

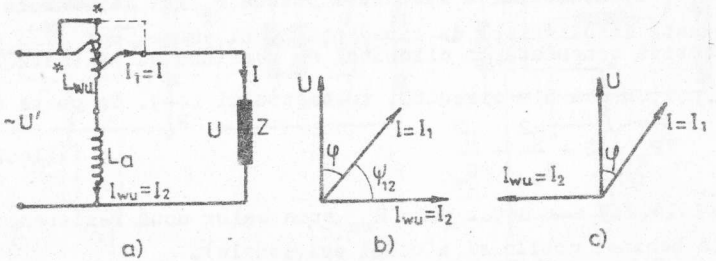


Fig.14.69

a puterii reactive ce foloseşte varmetrul electrodinamic, reprezentat în fig.14.69. Varmetrul electrodinamic diferă de wattmetrul electrodinamic prin aceea că bobina de tensiune (de rezistenţă R_{wu} foarte mică şi inductivitate L_{wu}) se conectează în serie cu o inductivitate L_a foarte mare, astfel că I_{wu} este defazat practic cu $\frac{\pi}{2}$ în urma lui U (fig.14.69b). La montajul amonte, neglijînd căderea de tensiune pe bobina de curent a varmetrului faţă de U, respectiv la montajul aval neglijînd pe I_{wu} faţă de I, pe baza celor din fig.14.69, relaţia 14.2ol se scrie:

$$M_a = K_a I_1 I_2 \cos\psi_{12} = K_a I \frac{U}{\omega(L_a+L_{wu})} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$$

$$M_a = \frac{K_a}{\omega(L_a+L_{wu})} UI \sin\varphi = K\,Q \qquad (14.214)$$

La echilibru, $M_a = KQ = M_r = K_r\alpha$, rezultînd:

$$\alpha = \frac{K}{K_r} Q \text{ , respectiv } Q = \frac{K_r}{K}\alpha = K_Q\alpha \qquad (14.215)$$

De remarcat că acest K_Q depinde de frecvenţă, prin $\omega = 2\pi f$, deci varmetrul este însoţit de erori suplimentare dacă frecvenţa f nu este constantă.

Se poate realiza şi un varmetru la care L_a este înlocuită cu un condensator de capacitate C_a, astfel ca impedanţa bobinei mobile Z_{wu} (a bobinei de tensiune a varmetrului) să fie neglijabilă faţă

de reactanţa capacitivă $X_{ca} = \frac{1}{\omega C_a}$. Diagrama fazorială pentru acest caz este cea reprezentată în fig.14.69c, putîndu-se scrie:

$$M_a = K_a I_1 I_2 \cos\psi_{12} = K_a IU\omega C_a \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = -K_c Q \qquad (14.216)$$

respectiv,

$$\alpha = -\frac{K_c}{K_r} Q \text{ şi } Q = -\frac{K_r}{K}\alpha = K_{Q'}\alpha \qquad (14.217)$$

De remarcat că acul indicator va devia în sens opus cazului cînd s-a folosit L_a în circuitul de tensiune.

Varmetrele se conectează în circuit ca şi wattmetrele, ţinînd seama de bornele polarizate, iar domeniul de măsură se extinde, ca în cazul watmetrelor, cu TI şi TU.

Se pot realiza şi varmetre pe baza multiplicatorului Hall.

14.16.4. Măsurarea puterii active în circuitele trifazate

Independent de faptul că receptorul trifazat este echilibrat sau nu şi de modul cum sînt conectate *fazele* (stea sau triunghi), puterea activă totală are expresia dată de relaţia lo.4o, adică:

$$P = U_{1f}I_{1f}\cos\varphi_1 + U_{2f}I_{2f}\cos\varphi_2 + U_{3f}I_{3f}\cos\varphi_3 \qquad (14.218)$$

a) Metoda celor trei wattmetre. Din expresia puterii active (rel.14.218) rezultă posibilitatea măsurării *acesteia cu* trei wattmetre, cîte unul pentru fiecare fază. Modul cum se conectează cele trei wattmetre depinde de felul conexiunilor faze-

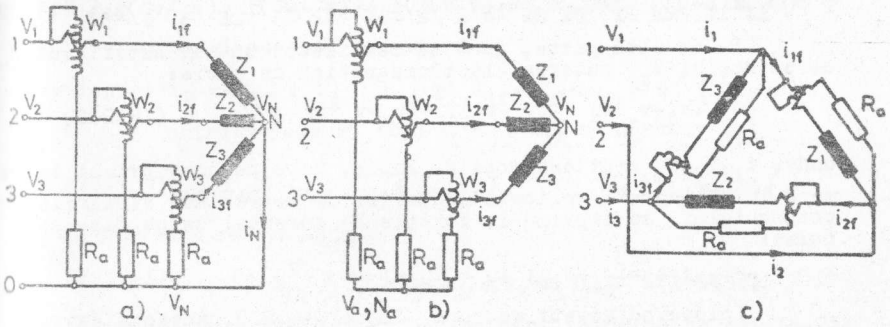


Fig.14.70

lor receptorului, stea, cu sau fără neutru, respectiv triunghi. Figura 14.7oa, reprezintă modul de conectare a celor trei wattmetre în cazul receptorului conectat în stea cu nulul accesibil (circuit cu 4 conductoare). Puterea activă totală, absorbită de receptorul trifazat este $P = P_1 + P_2 + P_3$, adică suma puterilor măsurate de cele trei wattmetre.

Dacă nulul lipseşte, atunci se realizează un punct de nul artificial, N_a, (ca în fig. 14.7ob), deoarece se poate demonstra că puterea nu depinde de potenţialul nulului (punctului comun). Într-adevăr, puterea electromagnetică instantanee se exprimă sub forma:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 = u_{1f}i_{1f} + u_{2f}i_{2f} + u_{3f}i_{3f} =$$

$$= (v_1-v_N)i_{1f} + (v_2-v_N)i_{2f} + (v_3-v_N)i_{3f} =$$

$$= v_1i_{1f} + v_2i_{2f} + v_3i_{3f} - v_N(i_{1f}+i_{2f}+i_{3f}) \qquad (14.219)$$

Cum prima teoremă a lui Kirchhoff, aplicată nodului N, conduce la,

$$i_{1f} + i_{2f} + i_{3f} = 0$$

relaţia 14.219 devine :

$$p = v_1i_{1f} + v_2i_{2f} + v_3i_{3f} \qquad (14.22o)$$

adică, p este independentă de potenţialul v_N al punctului comun N şi ca urmare se poate lua un punct comun arbitrar N_a, de potenţial V_a. De reţinut că nici putere activă P, nu depinde de potenţialul punctului comun.

Trebuie remarcat faptul că cele trei wattmetre conectate ca în figura 14.70a, măsoară fiecare puterea activă pe cîte o fază, cîtă vreme cele conectate ca în(fig.14.7ob , măsoară fiecare cîte o putere activă oarecare, cu precizarea că suma acestor trei puteri active (indicate de cele trei wattmetre)reprezintă puterea activă din circuitul trifazat respectiv.

Dacă receptorul are fazele conectate în triunghi, atunci cele trei wattmetre se montează în circuit ca în fig. 14.7oc. sau se realizează un nul artificial, asemănător cazului conectării stea (fig, 14.7ob). Intr-adevăr, la conexiunea triunghi, puterea electromagnetică instantanee se scrie :

$$p = u_{1f}i_{1f}+u_{2f}i_{2f}+u_{3f}i_{3f} = (v_1-v_2)i_{1f}+(v_2-v_3)i_{2f}(v_3-v_1)i_{3f} \qquad (14.221)$$

Pe de altă parte, dacă se realizează un nul artificial N_a, de potenţial V_a, puterea electromagnetică se scrie:

$$p = (v_1-v_a)i_1 + (v_2-v_a)i_2+(v_3-v_a)i_3 \qquad (14.222)$$

unde, i_1, i_2, i_3 sînt curenţii de linie, care pe baza primei teoreme a lui Kirchnoff aplicată nodurilor ce reprezintă vîrfurile triunghiului, se exprimă în funcţie de curenţii de pe faze,sub forma:

$$i_1 = i_{1f}-i_{3f};\ i_2=i_{2f}-i_{1f};\ i_3 = i_{3f}-i_{2f} \qquad (14.223)$$

Inlocuind aceşti curenţi, în rel.14.222, aceasta devine:

$$p=(v_1-v_a)(i_{1f}-i_{3f})+(v_2-v_a)(i_{2f}-i_{1f})+(v_3-v_a)(i_{3f}-i_{2f}) \qquad (14.224)$$

care după efectuarea calculelor şi gruparea termenilor în mod corespunzător, se obţine:

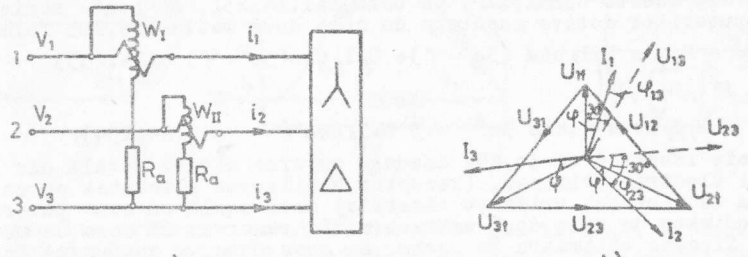
$$p = (v_1-v_2)i_{1f}+(v_2-v_3)i_{2f}+(v_3-v_1)i_{3f} \qquad (14.225)$$

expresie identică cu cea dată de rel.14.221.

Ca urmare este justificată folosirea metodei celor trei wattmetre, cu nul creat artificial şi în cazul conexiunii tri - unghi.

b) Metoda celor două wattmetre. Această metodă este o consecinţă a faptului că puterea electromagnetică instantanee este

independentă de potenţialul nulului artificial creat.Ca urmare, dacă se ia potenţialul nulului creat artificial V_a, egal cu potenţialul unuia dintre conductoarele de linie, atunci wattmetrul corespunzător fazei respective va indica zero(bobina de tensiune ajunge la o diferenţă de potenţial zero), şi ca urmare el poate lipsi, ajungîndu-se la metoda celor două wattmetre. Cele două wattmetre pot fi conectate ca în fig. 14.71a. Metoda se poate aplica numai în cazul circuitelor trifazate cu trei conductoare, deci stea fără conductor neutru sau triunghi.



a) b)

Fig.14.71

Puterea electromagnetică, a cărei valoare efectivă o măsoară cele două wattmetre, conform schemei din fig. 14.71a, este:

$$p = (v_1-v_3)i_1 + (v_2-v_3)i_2 \qquad (14.226)$$

care se mai poate scrie :

b_1) Pentru conexiunea stea, fără conductor neutru:

$$p = v_1i_{1f} + v_2i_{2f} - v_3(i_{1f}+i_{2f}) = v_1i_{1f}+v_2i_{2f}+v_3i_{3f} \qquad (14.227)$$

deoarece în cazul acestei conexiuni:

$$i_1 = i_{1f}\ ;\ i_2 = i_{2f}\ ;\ i_3 = i_{3f} \text{ şi } i_{1f}+i_{2f}+i_{3f} = 0 \qquad (14.228)$$

b_2) Pentru triunghi, cînd $i_1=i_{1f}-i_{3f}$ şi $i_2=i_{2f}-i_{1f}$:

$$p = (v_1-v_3)(i_{1f}-i_{3f})+(v_2-v_3)(i_{2f}-i_{1f}) \qquad (14.229)$$

iar după efectuarea calculelor,

$$p = (v_1-v_2)i_{1f} + (v_2-v_3)i_{2f}+(v_3-v_1)i_{3f} \qquad (14.23o)$$

Se vede că rel.14.227 şi 14.23o sînt identice cu rel.14.22o, respectiv 14.221, şi ca urmare, în ambele cazuri suma puterilor active P_I şi P_{II} măsurate de cele două wattmetre,montate ca în fig.14.71a, este egală cu puterea consumată în cele trei faze.

Pentru cele două puteri active măsurate de wattmetrele W_I şi W_{II}, se poate scrie:

$$P_I = U_{13}I_1\cos\varphi_{13,1}\ ;\ P_{II} = U_{23}I_2\cos\varphi_{23,2} \qquad (14.231)$$

Dacă receptorul trifazat, a cărui putere activă se măsoară, este echilibrat ($\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$) şi alimentat cu un sistem de tensiuni trifazat simetric ($U_{12} = U_{23} = U_{31} = U$) atunci şi $I_1 = I_2 = I_3 = I$ iar defazajele $\varphi_{13,1}$ şi $\varphi_{23,2}$ rezultă din diagrama

fazorială (cazul conexiunii stea a fazelor receptorului)prezentată în fig. 14.71b, sub forma :

$\varphi_{13,1} = (30^0 - \varphi)$ respectiv $\varphi_{23,2} = (30^0 + \varphi)$ (14.232)

căci $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$, acelaşi defazaj între tensiunea şi curentul de pe faze, receptorul fiind echilibrat şi alimentat cu un sistem de tensiuni trifazat simetric.

In aceste condiţii , pe baza rel.14.231, se poate scrie suma puterilor active măsurate de cele două wattmetre,sub forma:

$$P = P_I + P_{II} = U_\ell I_\ell \cos(30^0 - \varphi) + U_\ell I_\ell \cos(30^0 + \varphi) \quad (14.233)$$

sau,

$$P = U_\ell I_\ell 2\cos\varphi . \cos 30^0 = \sqrt{3}\, U_\ell I_\ell \cos\varphi \quad (14.234)$$

expresie identică cu 1o.45. Aşadar, puterea activă totală din circuitul electric trifazat, (receptor echilibrat alimentat cu un sistem de tensiuni trifazat simetric) este egală cu suma puterilor indicate de cele două wattmetre. De remarcat că ceea ce măsoară fiecare wattmetru în parte, nu este puterea consumată întro fază sau mai multe, ci o putere oarecare, astfel încît suma celor două puteri este puterea totală.

Din rel.14.233 rezultă că atunci cînd:

$\varphi = 0$, cele două wattmetre indică aceeaşi putere, $P_I = P_{II} = \frac{P}{2}$;

$\varphi = \pm 90^0$,wattmetrele indică aceeaşi putere, dar de semn opus;

$\varphi = \pm 60^0$, unul din wattmetre indică zero;

$\varphi > 60^0$, al doilea wattmetru indică putere negativă, indicaţia acestuia îşi schimbă semnul, acul indicator va „bate" invers. Pentru ca şi acest wattmetru să indice din nou în sensul direct, se schimbă între ele bornele de curent (sau cele de tensiune) iar indicaţia wattmetrului conteză cu semn negativ.

Deci, cînd$\varphi > 60^0$, după schimbarea bornelor, puterea activă totală este : $P = P_I - P_{II}$.

In tehnica măsurării puterii active în circuitele trifazate, pe baza metodei celor două wattmetre, se foloseşte wattmetrul trifazat (un singur instrument) denumit şi wattmetru dublu.Wattmetrul trifazat de tip electrodinamic, este constituit de fapt din două wattmetre monofazate (în aceeaşi cutie), avînd separate cele două bobine de curent (bobine fixe) iar cele două de tensiune (bobine mobile) sînt fixate rigid pe acelaşiax.In aceste condiţii, asupra sistemului mobil acţionează suma cuplurilor date de cele două wattmetre. Există şi wattmetre trifazate triple, realizate pe baza metodei celor trei wattmetre, la care cele trei bobine de tensiune sînt fixate pe acelaşi ax mobil.

Pentru extinderea domeniilor de măsură ale wattmetrelor se folosesc transformatoare de măsură de curent TI şi de tensiune TU, ca şi în cazul măsurării puterilor în circuitele monofazate.

c) Metoda unui singur wattmetru monofazat. Această metodă se poate folosi numai în cazul sistemelor de tensiuni simetrice şi al receptoarelor echilibrate, wattmetrul monofazat conectîndu-se în circuit după una din schemele reprezentate în fig.14.72 şi anume:

- circuite trifazate stea cu nul accesibil,fig.14.72a;
- circuite trifazate triunghi, cînd se pot desface laturile triunghiului pentru montarea wattmetrului monofazat,fig.14.72.b;

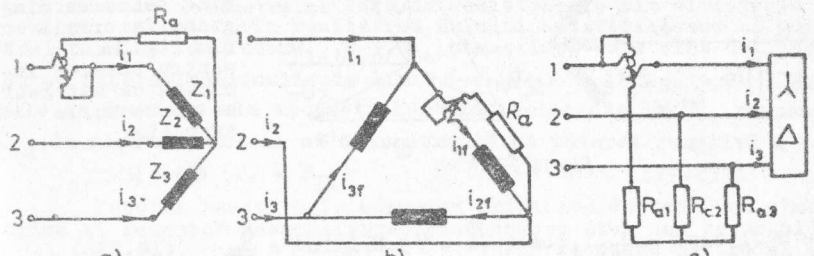


Fig. 14.72

- circuite trifazate stea fără neutru sau triunghi la care nu se pot desface laturile triunghiului, cînd se realizează nul artificial prin rezistenţele R_{a1}, R_{a2} şi R_{a3}, (R_{a1} este şi rezistenţa adiţională pentru bobina de tensiune), fig.14.72c.

In toate cele trei cazuri, puterea activă totală din circuitul trifazat este de 3 ori mai mare decît puterea activă P_w, indicată de wattmetrul monofazat, adică: $P = 3\,Pw$.

Asemenea wattmetre monofazate, dacă sînt montate permanent în circuite trifazate, au scara gradată direct în valorile lui P, fără a mai fi necesară înmulţirea cu trei.

14.16.5. Măsurarea puterii reactive în circuitele trifazate

In circuitele trifazate, puterea reactivă totală are expresia cunoscută,

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = U_{1f} I_{1f} \sin\varphi_1 + U_{2f} I_{2f} \sin\varphi_2 + U_{3f} I_{3f} \sin\varphi_3 \quad (14.235)$$

respectiv,

$$Q = 3U_f I_f \sin\varphi = \sqrt{3} U_\ell I_\ell \sin\varphi \quad (14.236)$$

pentru receptor echilibrat şi alimentat cu un sistem de tensiuni trifazat simetric.

Există diverse metode de măsurare a puterii reactive în circuitele trifazate, funcţie de conexiunea fazelor, de felul tensiunilor de alimentare (simetrice sau nesimetrice), de natura receptorului (echilibrat sau dezechilibrat).

a) Măsurarea puterii reactive cu varmetrul monofazat.Un varmetru monofazat a fost descris la măsurarea puterii reactive din circuitele monofazate. Toate schemele de conectare a wattmetrului monofazat prezentate la măsurarea puterii active în circuitele trifazate se pot utiliza la măsurarea puterii reactive din circuitele trifazate folosind varmetre monofazate (cu un varmetru, cu două, respectiv cu trei varmetre).Desigur că aceasta este o metodă directă.

b) Măsurarea puterii reactive cu wattmetre monofazate.

Pentru circuitele trifazate simetrice şi echilibrate se poate folosi schema cu un wattmetru, reprezentată în fig.14.73, cînd bobina de tensiune a wattmetrului este conectată la tensiunea de linie U_{23}, care e defazată cu $\frac{1}{2}$ faţă de tensiunea U_{1f} a fazei 1.

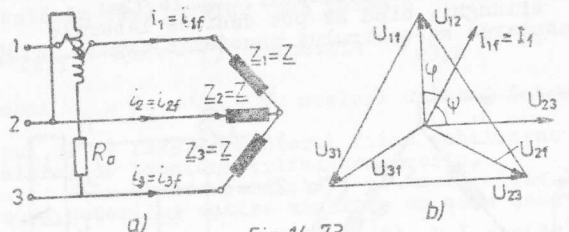


Fig. 14.73

In serie, pe faza unu, e montată bobina de curent a wattmetrului. Ținînd seama de diagrama fazorială din fig. 14.73b, pentru puterea indicată de wattmetru, se poate scrie expresia:

$$P_w = U_{23} I_1 \cos\varphi = U_{23} I_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = U_\ell I_\ell \sin\varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}} \qquad (14.236)$$

de unde rezultă că se obține puterea reactivă totală Q, dacă ceea ce indică wattmetrul monofazat, conectat ca în fig. 14.73a, se înmulțește cu $\sqrt{3}$, adică, $Q = \sqrt{3}\, P_w$.

Wattmetrul monofazat din fig. 14.73a, se mai poate monta cu bobina de curent pe fazele 2 sau 3, iar bobina de tensiune între fazele 3 și 1 respectiv 1 și 2, rezultînd așadar trei variante.

In cazul circuitelor trifazate, fără conductor neutru sau în triunghi, cu tensiuni simetrice și receptor echilibrat, puterea reactivă se poate măsura prin metoda celor două wattmetre, conectate în circuit ca la măsurarea puterii active (fig. 14.71a). Făcînd diferența puterilor indicate de cele două wattmetre (vezi rel. 14.235) se obține:

$$P_I - P_{II} = U_\ell I_\ell 2\sin\varphi \sin 30^0 = U_\ell I_\ell \sin\varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}} \qquad (14.237)$$

de unde rezultă,

$$Q = \sqrt{3}\,(P_I - P_{II}) \qquad (14.238)$$

adică, puterea reactivă totală din circuitul trifazat cu tensiuni simetrice și receptor echilibrat, se obține prin metoda celor două wattmetre folosită la măsurarea puterilor active, dacă diferența celor două puteri indicate de wattmetre se înmulțește cu $\sqrt{3}$.

Metoda celor două wattmetre se poate folosi la măsurarea puterii reactive și în circuite trifazate (stea fără conductor neutru sau triunghi), cu tensiuni simetrice și receptor dezechilibrat, dacă acestea se conectează în circuit conform montajului special din fig. 14.74a. Se vede că s-a creat un nul artificial,

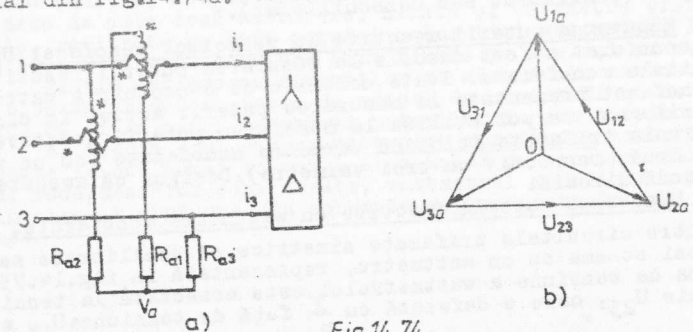


Fig. 14.74

de potențial V_a. In această schemă rezistențele din circuitele bobinelor de tensiune sînt egale între ele și egale cu R_{a3}, adică $R_{a1} = R_{a2} = R_{a3}$. Dacă se neglijează inductivitățile bobinelor de tensiune ale wattmetrelor față de rezistențele din circuitele acestora atunci, prin realizarea nulului artificial se asigură trei tensiuni de faze U_{1a}, U_{2a}, U_{3a} simetrice, care sînt defazate cu $\frac{\pi}{2}$ față de tensiunile de linie U_{23}, U_{31}, U_{12} (fig. 14.74b). Bobinele de tensiune ale wattmetrelor sînt conectate la U_{2a} respectiv U_{1a}. In aceste condiții se demonstrează că puterea reactivă Q este:

$$Q = \sqrt{3}\,(P_I + P_{II}) \qquad (14.239)$$

Puterea reactivă în circuite trifazate cu tensiuni simetrice și receptor dezechilibrat (conectarea stea sau triunghi) se poate măsura și cu trei wattmetre conectate în montaj special, așa ca în fig. 14.75. În aceste condiții, se obține:

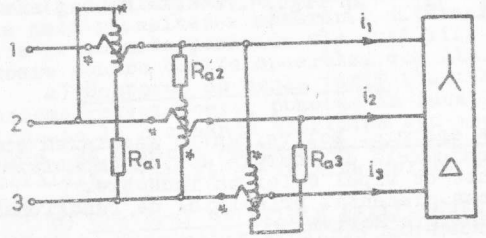


Fig. 14.75

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(P_I + P_{II} + P_{III}) \qquad (14.240)$$

Pe baza schemelor prezentate în fig. 14.73a, 14.74 și 14.75 se realizează wattmetre trifazate, care se pot folosi la măsurarea puterii reactive totale din circuite trifazate cu tensiuni simetrice. Și la măsurarea puterii reactive, extinderea domeniilor de măsură se face (ca în cazul celei active) prin folosirea transformatoarelor de măsură de intensitate (TI) respectiv de tensiune (TU).

14.17. Măsurarea energiei electrice

Energia electrică, prin definiție, reprezintă integrala puterii (active respectiv reactive) efectuată pentru un anumit interval de timp t.

Ca urmare se poate scrie:

- energia activă, $W_a = \int_0^t P.dt$, wattsecundă (Joule), simbol [Ws] respectiv [J];
- energia reactivă, $W_r = \int_0^t Q.dt$, voltamperreactivi secundă, [Vars].

Din aceste considerente, instrumentul folosit la determinarea energiei electrice (denumit contor electric) trebuie să aibe în componența sa:

- unul sau mai multe dispozitive care să producă un cuplu activ M_a, proporțional cu puterea activă P respectiv puterea reactivă Q;
- un mecanism integratpr, cu rolul de a efectua integrarea acestor mărimi (P respectiv Q) de-a lungul intervalului de timp o-t.

Se disting contoare de energie activă respectiv reactivă. După principiul de funcționare acestea pot fi electrodinamice (pentru curent continuu) sau cu inducție (pentru curent alternativ).

14.17.1. Măsurarea energiei electrice în circuite de curent continuu. In circuitele de curent continuu, energia se măsoară cu ajutorul contorului de tip electrodinamic al cărui principiu de funcţionare a fost prezentat în cap.14.4.2. In fig.14.76 este prezentată schema electrică şi modul de conectare a contorului electrodinamic pentru măsurarea energiei electrice consumată de receptorul caracterizat prin rezistenţa R, alimentat cu tensiunea continuă U şi parcurs de curentul de intensitate I.

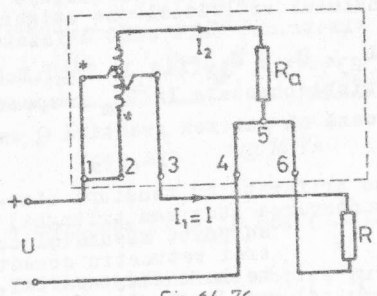


Fig.14.76

Bobina de curent a conturului este conectată în serie cu receptorul (bornele 1-3), iar cea de tensiune în paralel (bornele 2-5). In fig.14.76 este montaj amonte.

14.17.2. Măsurarea energiei active. Pentru măsurarea energiei active se folosesc contoarele de energie activă (monofazate sau trifazate), instrumente de tipul celor cu inducţie.

In cap.14.6.1 a fost prezentat principiul de funcţionare al contorului monofazat de energie activă.

In cazul circuitelor monofazate, bobina de curent (spire puţine, sîrmă groasă) are rezistenţă şi inductivitate mică, ea conectîndu-se în serie cu receptorul de impedanţă Z, a cărui energie activă consumată se măsoară (fig.14.77). Bobina de tensiune (spire multe, sîrmă subţire) are rezistenţa R_b şi inductivitatea L_b mult mai mari, ea conectîndu-se în paralel cu circuitul receptor. Pentru a se asigura îndeplinirea condiţiei dată de rel.14.64, ar trebui ca R_b să fie foarte mic iar L_b foarte mare, astfel ca I_2 să fie defazat cu $\frac{\pi}{2}$ în urma lui U (vezi fig.14.14).

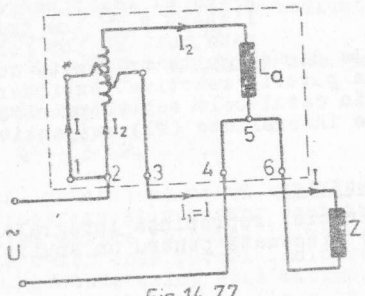


Fig.14.77

Numai prin intermediul bobinei de tensiune nu se poate asigura acest defazaj, fapt pentru care în serie cu L_b se introduce inductivitatea L_a de valoare foarte mare. In aceste condiţii rezistenţa R_b este neglijabilă faţă de reactanţa inductivă $\omega(L_b+L_a)$, obţinîndu-se defazajul de aproximativ $\frac{\pi}{2}$.

In circuitele trifazate, energia electrică activă se măsoară cu ajutorul contoarelor de energie activă monofazate sau trifazate. La măsurarea energiei active cu contoare monofazate funcţie de natura receptorului (echilibrat sau dezechilibrat), de modul de conexiune (stea cu sau fără neutru, respectiv triunghi), de simetria sau nesimetria tensiunilor de alimentare, se realizează aceleaşi montaje ca şi în cazul puterii active (în circuite trifazate) cu wattmetre monofazate: cu trei contoare (fig.14.7o), cu două contoare (fig.14.71) sau cu un contor (fig.14.72).

Contoarele trifazate de energie activă pot fi cu trei echipaje mobile, deci cu trei discuri pe acelaşi ax sau cu două (după metoda celor două wattmetre).

Intreprinderea de aparate electrice de măsură (I.A.E.M.) Timişoara, produce atît contoare de energie activă monofazată cît şi trifazate. Ca exemplu de notare a unui contor trifazat se dă, CA 43 SDT, cu semnificaţiile următoare:

C - contor; A - de energie activă; 4 - pentru reţele (circuite) electrice cu 4 fire, adică în conectare stea cu neutru; 3 - cu trei echipaje (trei discuri); S - tipul constructiv ; DT - mecanism cu dublu tarif.

O problemă deosebit de importantă, legată de măsurarea energiei active, o reprezintă tarifarea diferenţială a consumului de energie. Aceasta are drept scop interesarea consumatorilor în utilizarea energiei electrice în afara orelor de vîrf (cînd se solicită energia electrică maximă din sistemul energetic naţional) ducînd astfel la o aplatizare a curbei de sarcină de-a lungul unei zile. Apare deci necesitatea măsurării diferenţiate a energiei electrice active pe anumite perioade ale unei zile. In acest scop se folosesc contoare pentru tarife speciale, cum sînt:

a) Contorul cu dublu tarif (tarifare binomă). Acesta are două mecanisme integratoare, punerea în funcţiune a unuia sau celuilalt, făcîndu-se la o comandă electrică sau mecanică. De obicei un ceas electric dă comanda de trecere de pe un tarif (mecanism integrator) pe celălalt, funcţie de anumite perioade de timp de-alungul celor 24 ore.

b) Contorul cu triplu tarif. Este cu trei mecanisme integratoare şi un dispozitiv electric sau mecanic, care la anumite ore, execută comutarea de pe un mecanism integrator pe altul. Cele trei tarife sînt:

- tarif redus, pentru energia consumată în timpul nopţii;
- tarif mai ridicat, pentru consumul din perioada vîrfului de sarcină;
- tarif normal, pentru energia consumată în restul timpului.

c) Contorul de vîrf. Acesta este prevăzut cu un singur mecanism integrator şi un dispozitiv limitator care-i permite să înregistreze energia activă numai cînd puterea activă absorbită de la reţea depăşeşte puterea limită stabilită prin contract între întreprinderea furnizoare de energie electrică şi cea consumatoare.

d) Contorul de depăşire. Acesta are în componenţa sa două mecanisme integratoare. Primul mecanism totalizează întreaga energie activă consumată indiferent de perioada din zi cînd se consumă şi de valoarea puterii active, energie ce se plăteşte după tarifal normal. Al doilea mecanism, este comandat de un dispozitiv diferenţial, el înregistrînd numai energia activă ce corespunde puterilor active, de valori superioare puterii limită stabilită prin contract. Această energie se plăteşte după tarif mărit.

e) Contorul cu indicator de maxim. Acest contor pe lîngă înregistrarea energiei totale consumate de receptor, înregistrează şi maximumul valorilor medii ale puterii active absorbite într-o anumită perioadă de timp (de obicei 15 minute) denumită perioadă de înregistrare. Dacă se depăşeşte valoarea limită stabilită, printr-un mecanism, contorul semnalizează depăşirea (optic sau sonor) sau comandă declanşarea întreruptorului principal (lăsînd consumatorul fără alimentarea cu energie electrică).

f) Contorul cu plată anticipată. Are un singur mecanism integrator şi un mecanism auxiliar care menţine întrerupt circuitul de alimentare cu energie electrică al consumatorului respectiv, dar îl poate conecta (închide), dacă în contor se introduce o monedă. In Acelaşi moment se pune în funcţiune şi contorul care înregistrează energia consumată. La consumarea unei energii, corespunzătoare valorii monedei, mecanismul auxiliar deconectează consumatorul de la

rețeaua de alimentare, reconectîndu-l la întroducerea altei monede.

In cazul unor circuite cu tensiuni și curenți mari, contoarele de energie activă, monofazate și trifazate, se conectează în circuite, prin intermediul transformatoarelor de măsură de tensiune (TU) respectiv de curent (TI), ca și wattmetrele mono respectiv trifazate.

14.17.3. Măsurarea energiei reactive. Ca și puterea reactivă, energia reactivă se poate măsura:

- folosind contoare de energie reactivă, putîndu-se realiza toate montajele folosite la măsurarea puterii reactive cu varmetru monofazat;
- folosind contoare de energie activă, realizîndu-se montaje speciale, identice celor din fig.14.73 ,74 și 75, funcție de conexiunea receptorului (stea cu sau fără neutru, respectiv triunghi), de natura acestuia (echilibrat sau dezechilibrat) și de tensiunile de alimentare (simetrice sau nesimetrice).

Din expresia cuplului activ al instrumentelor cu inducție (rel.14.61)adică:

$$M = K_i I_a I_b \sin\psi \qquad (14.241)$$

rezultă că acesta este proporțional cu puterea reactivă numai dacă sînt îndeplinite condițiile:

- curentul I_a, din bobina de curent, să fie proporțional cu cel din circuitul a cărui energie reactivă se măsoară, adică $I_a = K_a I$;
- curentul I_b, din bobina de tensiune, să fie proporțional cu tensiunea U din circuit, adică $I_b = K_b U$;
- unghiul de defazaj ψ, dintre I_a și I_b, să fie egal cu unghiul de defazaj φ, dintre U și I, adică $\psi = \varphi$.

Dacă se îndeplinesc aceste condiții, atunci rel.14.241 se poate scrie:

$$M = K_i(K_a I)(K_b U)\sin\varphi = K_i K_a K_b \sin\varphi = K_Q Q \qquad (14.242)$$

putîndu-se realiza un contor monofazat de energie reactivă.Condițiile de mai sus se pot satisface prin diferite montaje speciale,Unul dintre acestea constă în șuntarea bobinei de curent a contorului cu o rezistență pur ohmică R_s și introducerea în serie cu bobina de tensiune a unei rezistențe R_a, de valoare foarte mare în comparație cu reactanța bobinei (fig.14.78a). Alegînd corespunzător parametrii R_s și R_a se asigură atît proporționalitățile : $I_a = K_a I$; $I_b = K_b U$ cît și egalitatea $\psi = \varphi$.

Pe acest principiu sînt realizate contoarele de energie reactivă monofazate și trifazate, ultimele putînd fi cu două sau trei echipaje (respectiv discuri fixate pe același ax).Schemele de montaj a acestor contoare sînt reprezentate în fig. 14.78b, pentru cazul rețelelor cu trei conductoare (stea fără neutru sau triunghi) respectiv în fig. 14.78c, dacă rețeaua este cu 4 conductoare(conexiunea stea cu conductor neutru).

Dacă tensiunea sau curentul din circuitul consumatorului depășește valorile nominale ale contoarelor de energie reactivă,atunci acestea se montează în circuite prin intermediul transformatoarelor de măsură (TU și TI).

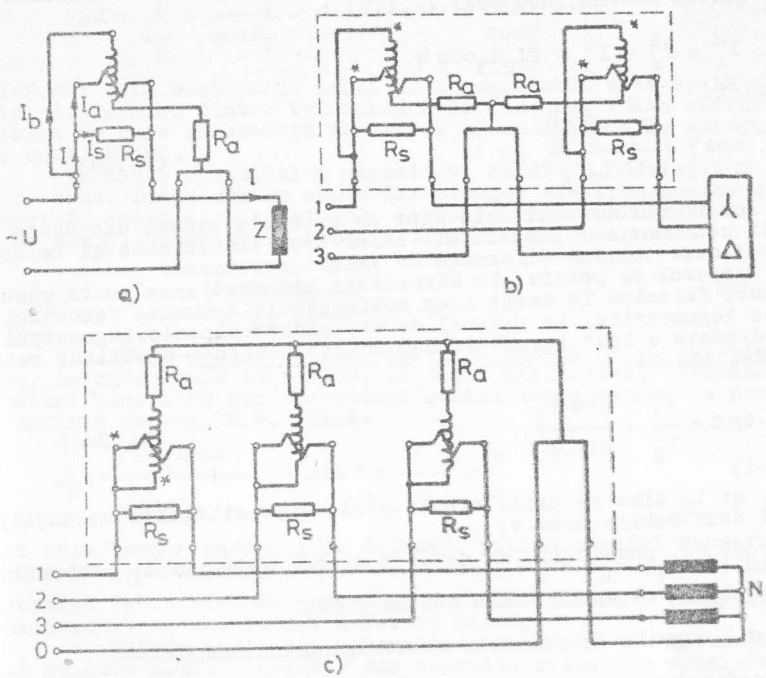


Fig.14.78

14.18.Măsurarea factorului de putere

In cap.12.1 a fost definit factorul de putere atit pentru circuitele monofazate cît și pentru cele trifazate.

14.18.1 Măsurarea factorului de putere în circuitele monofazate. În regimul sinusoidal al circuitelor monofazate,factorul de putere (vezi rel.12.2) este tocmai $\cos\varphi$, adică factorul de defazaj.

Din $P = UI\cos\varphi$, rezultă posibilitatea determinării factorului de putere $\cos\varphi$, printr-o metodă indirectă, folosind un wattmetru (pentru P), voltmetru (U) și un ampermetru (I) iar apoi calculînd:

$$\cos\varphi = \frac{P}{UI} \qquad (14.243)$$

Tot o metodă indirectă o constituie metoda celor trei voltmetre, folosită la măsurarea puterii active, cînd (vezi rel.14.195) s-a obținut:

$$U_1^2 = U_2^2 + U_3^2 + 2U_2U_3\cos\varphi$$

rezultînd de aici:

$$\cos\varphi = \frac{U_1^2 - U_2^2 - U_3^2}{2U_2U_3} \qquad (14.244)$$

Se poate utiliza și metoda celor trei ampermetre(metodă

indirectă) întîlnită tot la măsurarea puterilor active. Folosind această metodă s-a obţinut (rel.14.117) :

$$I_1^2 = I_2^2 + I_3^2 + 2I_2I_3\cos\varphi$$

şi de aici:

$$\cos\varphi = \frac{I_1^2 - I_2^2 - I_3^2}{2\,I_2I_3} \qquad (14.245)$$

Aceste metode indirecte sînt de precizie redusă din cauza neglijării consumurilor proprii ale celor trei instrumente şi relaţiei de calcul, care conţine diferenţe de valori apropiate.

Factorul de putere în circuitele monofazate se poate măsura şi direct, folosind în acest scop cosfimetrele (denumite fazmetre), instrumente logometrice, în general de tip electrodinamic. Logometrul electrodinamic a fost tratat în cap.14.4.3., cînd s-a obţinut relaţia 14-47, adică:

$$tg\alpha = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{\cos\psi_1}{\cos\psi_2} \qquad (14.246)$$

unde,

I_1 şi I_2 sînt valorile efective ale intensităţilor curenţilor din cele două bobine mobile;

ψ_1 şi ψ_2, unghiurile de defazaj dintre curenţii I_1 respectiv I_2 şi curentul I din bobina fixă;

α, unghiul de deviaţie al echipajului mobil.

Cosfimetrul electrodinamic monofazat are de obicei bobina fixă constituită din două semibobine (în serie) parcurse de curentul I, iar bobinele mobile legate în paralel sînt conectate la tensiunea U (fig. 14.79a). O bobină mobilă este conectată în serie cu rezistenţa R_a, foarte mare, faţă de care reactanţa inductivă a bobinei este neglijabilă. Ca urmare, curentul din această bobină I_2, este practic în fază cu U. Cealaltă bobină mobilă este conectată în serie cu o inductivitate L_a foarte mare, astfel că rezistenţa ohmică a acestei bobine este neglijabilă faţă de reactanţa inductivă ωL_a. In consecinţă, curentul I_1 din această bobină este practic defazat cu 90° în urma tensiunii U (fig.14.79b). Alegînd astfel parametrii R_a şi L_a, încît impedanţele celor două bobine mobile (bobine de tensiune) să fie egale, atunci şi cei doi curenţi I_1 şi I_2 vor fi egali. Ţinînd seama de faptul că în condiţiile de mai sus, $\psi_2 = \varphi$ şi $\psi_1 = 90^o - \varphi$ (vezi fig.14.79 b), iar $I_1 = I_2$, rel.14.246 se scrie:

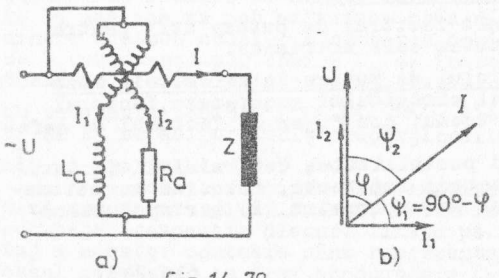


Fig. 14.79

$$tg\alpha = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{\cos\psi_1}{\cos\psi_2} = \frac{\cos(90^o-\varphi)}{\cos\varphi} = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = tg\varphi \qquad (14.247)$$

adică, deviaţia sistemului mobil al logometrului este egală cu unghiul de defazaj dintre tensiunea U şi curentul I din circuitul monofazat în care se execută măsurarea şi nu depinde de valorile acestor două mărimi.

In cazul circuitului capacitiv, cînd $\varphi < 0$, deviaţia α schimbă de sens. Drept urmare scara fazmetrelor electrodinamice este bilaterală, avînd zero la mijloc. Scara se gradează direct în unităţi de $\cos\varphi$, devenind în acest fel neliniară, deoarece

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\varphi}} \qquad (14.248)$$

14.18.2. Măsurarea factorului de putere în circuitele trifazate. La circuitele trifazate, în regim sinusoidal, alimentate cu tensiuni simetrice iar receptorul echilibrat, factorul de putere este definit de rel.12.4, adică:

$$K_p = \frac{\sqrt{3}U_\ell I_\ell\cos\varphi}{\sqrt{3}U_\ell I_\ell} = \cos\varphi = \frac{P}{U_\ell I_\ell} = \frac{P}{S} \qquad (14.249)$$

deci este tocmai factorul de defazaj, φ fiind unghiul de defazaj dintre tensiunea şi curentul unei faze ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi$). Pentru măsurarea factorului de putere la asemenea circuite (simetrice şi echilibrate) se pot folosi diferite metode.

a. Metoda indirectă. Măsurînd printr-una din metodele cunoscute puterea activă totală P din circuit, respectiv tensiunea U_ℓ şi curentul I_ℓ, se calculează $\cos\varphi$ cu rel.14.249. Este o metodă indirectă.

b. Metoda celor două wattmetre. Cele două wattmetre conectate ca în fig.14.71 indică puterile date de rel.14.233, adică:

$$P_I = U_\ell I_\ell \cos(30^o - \varphi) \text{ şi } P_{II} = U_\ell I_\ell \cos(30^o + \varphi) \qquad (14.250)$$

Dacă se face suma respectiv diferenţa celor două puteri, se obţine:

$$P_I + P_{II} = \sqrt{3}U_\ell I_\ell \cos\varphi \text{ şi } P_I - P_{II} = U_\ell I_\ell \sin\varphi \qquad (14.251)$$

rezultînd :

$$tg\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{\sqrt{3}(P_I - P_{II})}{P_I + P_{II}} \text{ sau } \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + 3\left(\frac{P_I - P_{II}}{P_I + P_{II}}\right)^2}} \qquad (14.252)$$

Este o metodă indirectă, de precizie scăzută.

c. Fazmetrul (cosfimetrul) electrodinamic trifazat. Schema electrică a unui astfel de fazmetru este reprezentată în fig.14.80a.

Fazmetrul trifazat este un instrument tip logometric. In fig 14.80b este prezentată diagrama fazorială pentru cazul receptorului echilibrat conectat în stea. Curenţii I_I şi I_2 sînt în fază cu tensiunile de linie U_{12} respectiv U_{13}, căci R_a este foarte mare, faţă de care se pot neglija reactanţele inductive ale bobinelor mobile. Curentul de linie ce străbate şi bobina fixă $I = I_\ell$, este

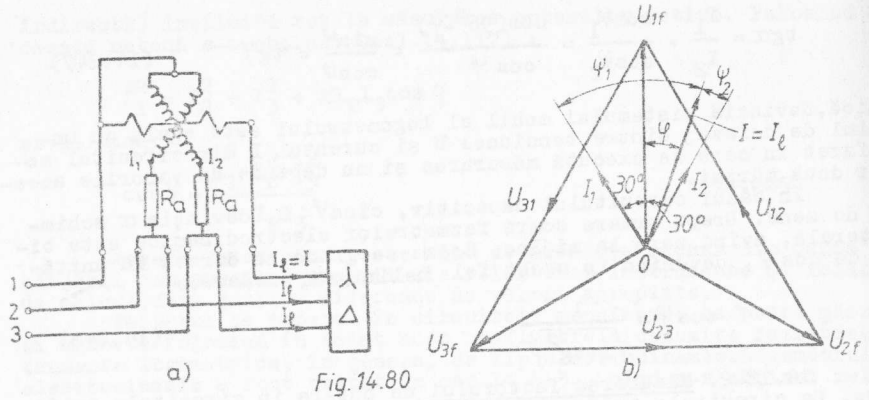


Fig. 14.80

defazat cu φ în urma tensiunii de fază U_{1f} (s-a considerat receptor cu caracter inductiv). Din diagrama fazorială rezultă:

$$\varphi_1 = (30^\circ + \varphi) \quad \text{respectiv} \quad \varphi_2 = (30^\circ - \varphi) \tag{14.253}$$

Dacă se asigură și $I_1 = I_2$, atunci rel.14.247 se scrie:

$$tg\alpha = \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} = \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2} = \frac{\cos(30^\circ + \varphi)}{\cos(30^\circ - \varphi)} \tag{14.254}$$

adică, $\alpha = f(\varphi)$,

fazmetrul putînd fi gradat în unități de φ respectiv de $\cos\varphi$.

Se poate demonstra că atunci cînd planele celor două bobine mobile fac un unghi de 120°, relația 14.254 devine:

$$tg\alpha = tg\varphi \quad \text{adică} \quad \alpha = \varphi \tag{14.255}$$

La folosirea fazmetrelor electrodinamice în circuite mono sau trifazate, cu tensiuni și curenți ce depășesc valorile nominale, acestea se conectează în secundarele transformatoarelor de măsură (TU respectiv TI).

In practică, prezintă importanță deosebită valoarea medie a factorului de putere de-a lungul unui interval de timp t(oră, zi, săptămînă, lună etc), de la marii consumatori de energie electrică (ateliere, uzine, combinate). In acest scop se folosește contorul de energie electrică activă, respectiv reactivă. Pentru intervalul de timp t, cele două contoare înregistrează energiile, activă W_a respectiv reactivă W_r :

- în cazul circuitelor monofazate,

$$W_a = U(I\cos\varphi)_{med} \cdot t \text{ și } W_r = U(I\sin\varphi)_{med} \cdot t \tag{14.256}$$

- în cazul circuitelor trifazate simetrice și echilibrate,

$$W_a = \sqrt{3}U_\ell(I_\ell\cos\varphi)_{med} \cdot t \text{ și } W_r = \sqrt{3}U_\ell(I_\ell\sin\varphi)_{med} \cdot t \tag{14.257}$$

Făcînd raportul celor două energii, se obține, în ambele cazuri:

$$\frac{W_r}{W_a} = tg\varphi_{med} \quad \text{respectiv} \quad \cos\varphi_{med} = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\varphi_{med}}} = \frac{W_a}{\sqrt{W_a^2+W_r^2}} \tag{14.258}$$

La scrierea relațiilor de mai sus s-a considerat că tensiunile de alimentare (U respectiv U_ℓ) sînt constante ca valori efective în intervalul de timp t.

14.19. Măsurarea frecvenței mărimilor electrice sinusoidale

Frecvența f a unei mărimi sinusoidale, este definită ca inversul perioadei T, adică numărul de perioade dintr-o secundă. Literatura de specialitate clasifică frecvențele, funcție de valoarea lor în:

- frecvențe industriale, f = 16.2/3 ~ 60 Hz, la noi în țară fiind standardizată frecvența de 50 Hz;
- frecvențe vocale (frecvențe telefonice), f = (200 ~ 3400) Hz;
- frecvențe audio (frecvențe muzicale), f = (16 ~ 16.10^3) Hz;
- frecvențe video, f = (0 ~ 10 MHz);
- frecvențe radio (radiofrecvențe), cînd f depășește ordinul zecilor de kHz.

Frecvența mărimilor electrice se măsoară folosind diferite metode. Una din metode este cea a punții în curent alternativ. Figura 14.81 reprezintă schema electrică a unei punți cu rezonanță de tensiune. Frecvența de măsurat f_x este frecvența tensiunii sinusoidale U cu care se alimentează puntea.

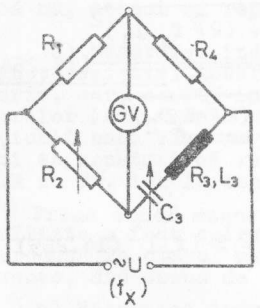


Fig. 14.81

Echilibrarea punții se face cu ajutorul lui R_2 și C_3. Condiția de echilibru (vezi rel.14.145) se scrie:

$$\underline{Z}_1\underline{Z}_3 = R_1\left\{R_3 + j(\omega L_3 - \frac{1}{\omega C_3})\right\} =$$

$$= \underline{Z}_2\underline{Z}_4 = R_2R_4 \tag{14.259}$$

și ea conduce, prin egalarea părților reale, respectiv imaginare, la:

$$R_1R_3 = R_2R_4 \text{ și } (\omega L_3 - \frac{1}{\omega C_3}) = 0 \tag{14.260}$$

Ultima relație este condiția de rezonanță de tensiune în circuitul format de R_3, L_3, C_3 și care este îndeplinită pentru:

$$f_0 = f_x = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_3C_3}} \tag{14.261}$$

deci se poate calcula frecvența căutată.

Există și alte tipuri de punți în alternativ, la care echilibrarea depinde de frecvență și ca urmare pot fi folosite la măsurarea acesteia. Metoda punții este o metodă indirectă.

O metodă bazată pe rezonanța mecanică o constituie frecvențmetrul cu lame vibrante, prezentat în cap.14.5.5, fiind un instrument electromagnetic. Este o metodă directă de măsurare a frecvenței electrice.

Figura 14.82 reprezintă schema electrică a unei metode cu citire directă, denumită metoda condensatorului serie. Dacă C = ct şi U = ct(ca valoare efectivă) atunci curentul indicat de ampermetrul A(etalonat în valori efective), se poate scrie:

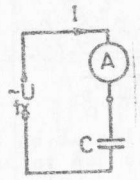


Fig.14.82

$$I = U\omega C = U2\pi f_x C = Kf_x \qquad (14.262)$$

şi ca urmare ampermetrul A poate fi etalonat direct în unităţi de frecvenţă.Domeniul de măsură se modifică prin capacitatea condensatorului.

Se construiesc şi frecvenţmetre cu ac indicator, de obicei tip logometric.In fig.14.83 este reprezentată schema electrică a frecvenţmetrului electrodinamic tip logometric.După cum se ştie deviaţia α, la logometru electrodinamic, este funcţie de raportul intensităţilor curenţilor I_1 şi I_2(ce străbat bobinele mobile,cea fixă fiind străbătută de curentul I),adică:

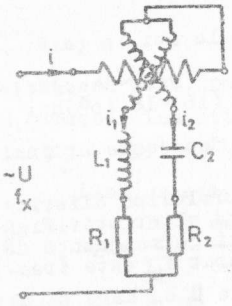


Fig.14.83

$$\alpha = F\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \qquad (14.263)$$

Intrucît bobina fixă este confecţionată din sîrmă mai groasă şi spire puţine, se poate neglija impedanţa acesteia faţă de impedanţele circuitelor bobinelor mobile.De asemenea, impedanţele bobinelor mobile se pot neglija faţă de impedanţele :

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2} = \sqrt{R_1^2 + (2\pi f_x L_1)^2}$$
$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C_2}\right)^2} = \sqrt{R_2^2 + \frac{1}{(2\pi f_x C_2)^2}} \qquad (14.264)$$

cu care sînt în serie, şi ca urmare se poate scrie:

$$\alpha = F\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = F\left(\frac{\frac{U}{Z_1}}{\frac{U}{Z_2}}\right) = F\left(\sqrt{\frac{R_2^2 + \frac{1}{(2\pi f_x C_2)^2}}{R_1^2 + (2\pi f_x L_1)^2}}\right) = F(f_x) \qquad (14.265)$$

La R_1, R_2, L_1, C_2 date (constante), deviaţia α este funcţie de frecvenţa f_x, instrumentul putînd fi gradat direct în unităţi ale frecvenţei.

Se construiesc frecvenţmetre tip logometric cu domeniile: 45-55; 380-480; 410-550; 1450-1550 Hz.

Măsurarea frecvenţei mărimilor electrice cu variaţie sinusoidală, se poate face şi cu ajutorul frecvenţmetrelor numerice, instrumente ce urmează a fi prezentate la disciplina de Electronică şi automatizări.

14.2o. Măsurări magnetice

In proiectarea şi construcţia maşinilor şi aparatelor electrice, prezintă o importanţă deosebită determinarea caracteristicilor magnetice la materialele feromagnetice, în mod deosebit a curbei de magnetizare, a ciclului de histerezis şi a pierderilor în fier, care sînt formate din pierderi prin histerezis p_h şi datorită curenţilor turbionari p_t. Asemenea caracteristici se pot obţine prin măsurarea unor mărimi magnetice ce caracterizează cîmpul magnetic şi anume: inducţia magnetică B şi intensitatea cîmpului magnetic H.

14.2o.1. Măsurarea inducţiei magnetice. Există diferite metode, după cum inducţia e constantă sau variabilă în timp, respectiv dacă locul în care se măsoară este sau nu accesibil unor sonde de măsură.

a. Măsurarea inducţiei magnetice cu ajutorul traductorului Hall. In capitolele anterioare a fost tratat multiplicatorul Hall, la care tensiunea Hall U_H, are expresia:

$$U_H = K_H I_c B \qquad (14.266)$$

din care rezultă posibilitatea măsurării inducţiei magnetice B, prin măsurarea tensiunii Hall, dacă I_c se menţine constant. In aceste condiţii, multiplicatorul Hall a devenit un traductor Hall,pentru inducţia B, adică: $U_H = K_B B$. Institutul naţional de Metrologie Bucureşti, execută, pe baza celor de mai sus, teslametre Hall folosind pentru măsurarea tensiunii Hall un instrument magnetoelectric.

Dacă inducţia magnetică B este sinusoidală iar I_c rămîne continuu şi constant, atunci şi U_H va fi o mărime sinusoidală,fiind necesare instrumente de curent alternativ pentru măsurarea lui U_H.

De remarcat că în rel.14.266, B este normală pe plăcuţă, dacă nu, atunci ea reprezintă componenta normală a acesteia.

b) Măsurarea inducţiei magnetice cu ajutorul traductorului magnetorezistiv. Acest traductor se bazează pe efectul magnetorezistiv, care constă în modificarea rezistenţei electrice a conductoarelor (mai ales a semiconductoarelor) cînd acestea sînt supuse acţiunii unui cîmp magnetic de inducţie B.La inducţii magnetice mici se constată că rezistenţa electrică a plăcuţei este proporţională cu B^2, iar la inducţii mai mari, cu B.

Prima sondă magnetorezistivă, cunoscută în literatura de specialitate a fost spirala de bismut.Măsurînd rezistenţa spiralei, introdusă în cîmpul magnetic de inducţie B cu una din metodele cunoscute, din curba de etalonare R = f(B) a spiralei rezultă B.

c) Măsurarea inducţiei magnetice folosind fenomenul inducţiei electromagnetice. In acest caz determinarea lui B se bazează pe variaţia fluxului magnetic $\phi(t)$. Un asemenea flux, dacă străbate suprafeţele celor N spire ale unei mici bobine sondă, induce în bobină o tensiune electromotoare. Valoarea instantanee u_e, a acestei tensiuni induse este dată de legea inducţiei electromagnetice:

$$u_e = -N\frac{d\phi(t)}{dt} \qquad (14.267)$$

Dacă fluxul $\phi(t)$ este normal şi uniform repartizat pe suprafaţa S(transversală)a spirelor bobinei sondă,atunci se poate scrie:

$$B = \frac{\phi(t)}{S} \qquad (14.268)$$

Aşadar, măsurînd fluxul magnetic $\phi(t)$, se poate obţine inducţia magnetică B. Se deosebesc două cazuri principale:B omogen şi constant în timp, respectiv B alternativ.

In primul caz, cînd B este omogen şi constant în timp şi ϕ = ct, iar o variaţie de flux prin bobina sondă se poate obţine la:

- introducerea sau scoaterea bobinei sondă din cîmpul magnetic de inducţie B ;

- modificarea poziţiei bobinei sondă, cu 90° sau 180°, în acelaşi cîmp magnetic cu B = ct;

- anularea sau inversarea sensului lui B, în cazul cînd cîmpul magnetic de inducţie B este creat de un curent electric.

In aceste condiţii, fluxul magnetic variază sub formă de impuls, deci şi u_e respectiv curentul produs de u_e prin instrumentul ce o măsoară, au forma de impuls. Asemenea variaţii sub forma de impuls se pot măsura cu fluxmetrul sau galvanometrul balistic.

Fluxmetrul este un instrument magnetoelectric, fără cuplu rezistent, la bornele bobinei mobile fiind conectată bobina sondă cu N spire. Bobina mobilă, cu N_f spire de suprafaţă S_f, se poate roti în cîmpul magnetic omogen, radial, de inducţie B_f. La apariţia variaţiei de flux magnetic $\Delta\Phi$ (provocată de variaţia lui B_f), în bobina sondă se induce tensiunea electromotoare u_e (impuls de tensiune) care determină prin bobina mobilă un impuls de curent şi prin aceasta, datorită forţei magnetoelectrice, bobina mobilă se roteşte cu unghiul α (deviaţia acului indicator). Rotirea încetează cînd variaţia fluxului $N_f B_f S_f \alpha$ prin bobina mobilă a fluxmetrului compensează variaţia fluxului total în bobina sondă, $N\Delta\Phi$. In aceste condiţii se poate scrie:

$$N_f B_f S_f \alpha = N\Delta\Phi \quad \text{, respectiv} \quad \Delta\Phi = \frac{N_f B_f S_f}{N}\alpha = \frac{C_f}{N}\alpha \qquad (14.269)$$

unde, $C_f = N_f B_f S_f$ reprezintă constanta fluxmetrului [Wb/div]

In general, $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$, rezultînd,

$$B = \frac{\Delta\Phi}{S} = \frac{C_f}{NS}\alpha \qquad (14.270)$$

Dacă $\Delta\Phi$ este obţinut prin scoaterea sau introducerea bobinei sondă în cîmpul magnetic de inducţie B, constantă în timp, atunci $\Delta\Phi = \Phi$, adică,

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{C_f}{NS}\alpha \quad \text{respectiv} \quad B = \frac{C_f}{2NS}\alpha \quad \text{dacă } \Delta\Phi \text{ s-a obţinut}$$

prin inversarea sensului lui B cînd $\Phi_1 = \Phi$ şi $\Phi_2 = -\Phi$, adică $\Delta\Phi = 2\Phi$.

Aşadar prin citirea deviaţiei α a fluxmetrului, se obţine B căci C_f, N şi S sînt mărimi cunoscute.

In al doilea caz, cînd inducţia magnetică variază sinusoidal adică $B = B_{max}\sin\omega t$, în bobina sondă se induce o tensiune electromotoare a cărei valoare instantanee u_e este dată de rel.4.49, iar cu valoare efectivă ea se scrie:

$$U_e = 4{,}44\ fN\Phi_{max} = 4{,}44\ f\ NSB_{max} \qquad (14.271)$$

Măsurînd pe U_e şi cunoscînd frecvenţa f a mărimii sinusoidale, numărul de spire N şi suprafaţa S a bobinei sondă, se calculează valoarea efectivă a inducţiei magnetice:

$$B = \frac{B_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{U_e}{4{,}44\sqrt{2}fNS} = K_B U_e \qquad (14.272)$$

d. Măsurarea inducţiei magnetice prin metoda electrodinamică. Metoda se bazează pe acţiunea electrodinamică exercitată de cîmpul magnetic de inducţie magnetică B, constantă în timp, asupra unei bobine mobile cu N spire, de suprafaţă S şi parcursă de curentul continuu de intensitate I. Bobina mobilă este de fapt sistemul mobil de la instrumentul magnetoelectric. In aceste condiţii cuplul activ (vezi instrumente magnetoelectrice) se poate scrie, la I =ct, sub forma : $M_a = k_a B$ respectiv cel rezistent, $M_r = k_r\alpha$ (fiind dat de resoarte spiralate). La echilibru se obine:

$$\alpha = \frac{k_a}{k_r} B \quad \text{sau} \quad B = \frac{k_r}{k_a}\alpha = K\alpha \qquad (14.273)$$

adică inducţia magnetică B, a cîmpului magnetic în care s-a introdus bobina mobilă parcursă de un curent I, este proporţională cu unghiul de deviaţie α pe care bobina îl efectuează sub acţiunea forţelor electrodinamice.

Literatura de specialitate tratează şi alte metode de determinare a inducţiei magnetice B cum ar fi :metoda rezonanţei magnetice nucleare, metoda ferosondei etc.

14.2o.2 Determinarea intensităţii cîmpului magnetic H. In cazul cînd cîmpul magnetic are loc în aer, între inducţia magnetică B şi intensitatea H a cîmpului magnetic, există relaţia cunoscută $B = \mu_o H$, cu $\mu_o = 4\pi 10^{-7}$ H/m. Ca urmare, intensitatea H a cîmpului magnetic ce are loc în aer se poate calcula din inducţia magnetică B, mărime ce se măsoară prin una din metodele prezentate în cap.14.2o.1

Intensitatea cîmpului magnetic se mai poate calcula şi cu ajutorul legii circuitului magnetic, în regim staţionar (teorema lui Ampère). Din această teoremă rezultă H în funcţie de amperspirele de magnetizare, NI. Pentru obţinerea lui H se măsoară I, calculîndu-se apoi amperspirele NI respectiv (vezi rel.4.71;4.72 şi 4.74) intensitatea cîmpului magnetic :

$$H = \frac{I}{2\pi d} \quad \text{, pentru cazul cîmpului produs de un conductor rectiliniu;}$$

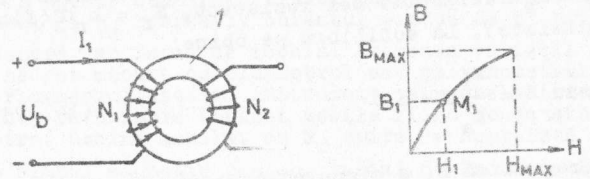
$$H = \frac{NI}{2\pi r} \quad \text{, în cazul bobinei toroidale;} \qquad (14.274)$$

$$H = \frac{NI}{l_o} \quad \text{, pentru bobina solenoidală.}$$

14.2o.3. Determinarea curbei de magnetizare. Curba de magnetizare B = f(H) se poate obţine pe cale experimentală, fie în curent continuu fie în curent alternativ, cu ajutorul galvanometrului balistic. Această metodă este utilizată în două variante:

a. Metoda inelului sau a torului magnetic. In acest caz, din materialul feromagnetic a cărui curbă de magnetizare urmează a se determina, se confecţionează un inel (un tor) masiv sau din tole. Pe torul feromagnetic 1 (fig. 14.84a) se află două bobine, una cu N_1 spire denumită bobină de magnetizare, cealaltă cu N_2 spire, denumită bobină de măsură. Cele N_1 respectiv N_2 spire sînt uniform repartizate în lungul torului feromagnetic.

Bobina de magnetizare, care serveşte la magnetizarea probei, este alimentată de la o sursă de tensiune continuă U_b, printr-un astfel de montaj (reostate şi comutatoare) încît curentul I_1 prin cele N_1 spire să poată fi variat de la $+I_{1\,max}$ la $-I_{1\,max}$ şi din nou la $+I_{1max}$, asemenea ciclu putîndu-se repeta de cîte ori e nevoie.



a)

b)

Fig. 14.84

Pentru determinarea curbei de magnetizare, proba (torul feromagnetic) trebuie iniţial demagnetizată. In acest scop, prin înfăşurarea de magnetizare se trece un curent I_1, care se inversează periodic, ca sens, şi se micşorează treptat ca valoare, pînă la zero. Se execută asadar un număr de cicluri $+I_{1max} - I_{1max} + I_{1max}$, pentru valori ale lui I_{1max}, de la un $I_1 = I_{1max}$ ce corespunde unui cîmp magnetic mai mare decît cel pentru care se va trasa curba de magnetizare, pînă la $I_1 = 0$.

Coordonatele unui punct M_1 din fig. 14.84b, adică H_1 şi B_1 se determină astfel:

- se stabileşte în înfăşurarea de magnetizare un curent $I_1 = I_{11}$ (ca valoare foarte apropiată de zero), căruia îi corespunde în tor un H_1, ce se poate calcula cu relaţiile 14.274;
- cu ajutorul unui comutator, se inversează brusc sensul curentului de la $(+I_{11})$ la $(-I_{11})$ ceea ce produce prin bobina de măsură, o variaţie de flux magnetic $\Delta\phi_1 = (+\phi_1)-(-\phi_1)=2\phi_1$;
- conectînd bobina de măsură (a cărei rezistenţă se cunoaşte) la un fluxmetru se obţine prin măsurare, $\Delta\phi_1$, conform rel. 14.269;
- $\Delta\phi_1$, devenind cunoscut, rezultă B_1, căci $\Delta\phi_1 = 2\phi_1 = 2B_1S$, dacă S este suprafaţa transversală a bobinei de măsură (bobina sondă);
- odată determinate H_1 (prin calcul) şi B_1 (prin măsurare) se poate fixa punctul $M_1(H_1B_1)$ al curbei de magnetizare $B = f(H)$.

In mod asemănător se determină celelalte puncte ale curbei de magnetizare, dîndu-i lui I_1 valori din ce în ce mai mari, înaintea fiecărei determinări executîndu-se demagnetizarea probei.

Metoda torului este foarte precisă (circuit magnetic închis şi simetric, asigură cîmp magnetic omogen), dar prezintă inconvenientul că executarea torului şi a bobinelor de pe el sînt operaţii destul de greoaie. Mult mai uşor de confecţionat sînt probele drepte, folosite în cazul permeametrelor.

b. Metoda permeametrului. Principiul este acelaşi ca la metoda torului, adică se magnetizează materialul feromagnetic într-un cîmp magnetic H cunoscut (calculat) care e produs de înfăşurarea de magnetizare şi se măsoară B cu ajutorul unui fluxmetru sau galvanometru balistic, conectat la bornele bobinei de măsură. Bobinele de magnetizare şi de măsură se confecţionează odată pentru totdeauna, în ele introducîndu-se barele drepte, de probă. Aceste bare pot avea secţiune circulară, patratică sau dreptunghiulară, fiind confecţionate din material masiv sau din tole.

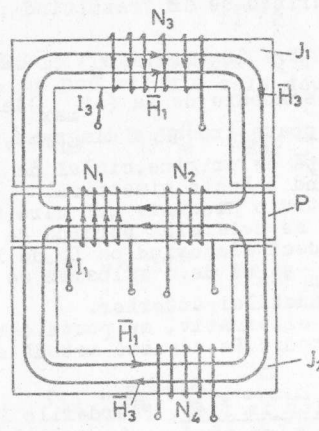


Fig. 14.85

Pentru a asigura un cîmp magnetic cît mai omogen în proba dreaptă (căci numai aşa se poate folosi rel. 14.274 pentru calculul lui H), este necesar ca circuitul magnetic să fie închis. Această condiţie se realizează cu ajutorul juguri-lor magnetice J_1 şi J_2, de secţiune mai mare decît secţiunea probei P (fig. 14.85). Bobina de magnetizare (cu N_1 spire) şi cea de măsură (cu N_2 spire) sînt concentrice, uniform repartizate în lungul probei P. Bobina de măsură se află în interiorul celei de magnetizare. Pentru eliminarea influenţei întrefierului creat între juguri şi probe, bobina de magnetizare are spirele mai dese spre capetele probei. O situaţie apropiată de cea a torului se obţine dacă pe jugul J_1 se montează bobina cu N_3 spire (bobina de compensaţie) aşa fel ca amperspirele N_3I_3 să determine în J_2 un H_3 egal şi de sens opus cu H_1. In acest fel, în jugul J_2 cîmpul va fi nul, fapt ce se poate constata cu un fluxmetru conectat la bobina de măsură cu N_4 spire cînd simultan se inversează I_1 şi I_3 (fluxmetru trebuind să indice zero). Odată îndeplinită această condiţie de compensare, proba şi cu jugul J_1 apar ca un circuit magnetic închis. Intensitatea cîmpului H din proba P este practic omogen şi deci se poate calcula cu rel. 14.274 (pentru bobina solenoidală) în care ℓ reprezintă lungime probei.

Inducţia magnetică B se măsoară, ca în cazul torului, folosind bobina de măsură cu N_2 spire.

In curent alternativ, datorită pierderilor în fier, vectorii B şi H nu mai sînt în fază, iar permeabilitatea magnetică μ scade odată cu creşterea frecvenţei de variaţie a cîmpului magnetic. Din aceste motive, curba de magnetizare pentru materiale feromagnetice care lucrează în cîmp magnetic alternativ, se ridică tot în alternativ, folosind în general ferometrul.

14.2o.4. Determinarea ciclului de histerezis. In acest scop se poate folosi metoda torului. Se determină la început coordonatele punctului M (fig. 14.86) adică H_{max} şi B_{max} ce au loc la $I_1 = I_{1max}$. Pentru determinarea punctului următor M_1, se micşorează I_1 dela I_{max} la I_{11}, căruia îi corespunde (prin calcul) un H_1 respectiv un B_1. A avut loc o variaţie a lui B, dela B_{max} la B_1, adică $\Delta B_1 = B_{max} - B_1$, care determină o variaţie de flux $\Delta\phi$, ce se măsoară cu fluxmetru sau galvanometru balistic, rezultînd ΔB_1 şi apoi:

$$B_1 = B_{max} - \Delta B_1 \qquad (14.275)$$

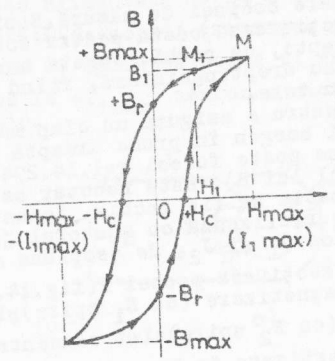


Fig.14.86

Pentru un punct M_n, se reduce treptat curentul I_1 de la valoarea corespunzătoare punctului anterior pînă la I_{1n}, calculîndu-se H_{1n} corespunzător şi măsurîndu-se ΔB_n, rezultînd :

$$B_n = B_{max} - (\Delta B_1 + \Delta B_2 + \ldots + \Delta B_n) \quad (14.276).$$

Ramura crescătoare de la $(-B_{max})$ la $(+B_{max})$, se poate trasa pe diagramă, prin simetrie faţă de origine, ciclul de histerezis fiind o buclă simetrică.

Pentru o precizie mai mare, toate punctele se determină pornind de la punctul M, deci micşorînd pe I_1 de la I_{1max} la I_{1n} şi nu dela valoarea ce a corespuns punctului anterior.

Ciclul de histerezis în curent alternativ, se poate determina şi cu ajutorul unui osciloscop catodic. Pe această metodă se bazează construcţia ferografelor.

14.2o.5. Determinarea pierderilor în fier. Pierderile în fier, p_{Fe}, denumite şi pierderi magnetice, sînt produse în principal prin fenomenul de histereză (p_h) şi prin curenţi turbionari (p_t). Cele prin histereză sînt determinate de energia necesară procesului de magnetizare prin deplasarea (orientarea) domeniilor de magnetizare. Pierderile prin curenţi turbionari sînt pierderile prin efect Joule-Lenz, cauzate de curenţii induşi (turbionari, zişi Foucault) în materialul feromagnetic de fluxul magnetic variabil în timp. Pe baza generalizării rezultatelor experimentale, s-a ajuns să se exprime pierderile în fier sub forma:

$$p_{Fe} = p_h + p_t = K_h f B_m^n + K_t f^2 B_m^2 \quad (14.277)$$

unde s-a notat:

f, frecvenţa de variaţie a cîmpului magnetic;

B_m, valoarea maximă a inducţiei (amplitudinea);

n , exponentul lui Steinmetz, cuprins între 1,5 şi 2;

K_h, K_t, coeficienţi de proporţionalitate, caracteristici materialului feromagnetic.

Experimental se determină p_{Fe}, iar apoi prin metode analitice sau grafice, acestea se separă în cele două componente, p_h şi p_t.

Astfel, dacă se măsoară p_{Fe} (printr-o metodă oarecare) la două frecvenţe diferite (f_1 şi f_2) dar la aceeaşi inducţie maximă B_m, atunci se poate scrie:

$$p_{Fe1} = K_h f_1 B_m^n + K_t f_1^2 B_m^2 \text{ şi } p_{Fe2} = K_h f_2 B_m^n + K_t f_2^2 B_m^2 \quad (14.278)$$

Considerînd ca necunoscute $K_h B_m^2$ şi $K_t B^2$, din sistemul de două ecuaţii (rel.14.278), acestea rezultă sub forma:

$$K_h B_m^n = p_{Fe2} \frac{f_1}{f_2(f_1-f_2)} + p_{Fe1} \frac{f_2}{f_1(f_2-f_1)} \quad (14.279)$$

$$K_t B_m^2 = \frac{1}{f_1-f_2} \left(\frac{p_{Fe1}}{f_1} - \frac{p_{Fe2}}{f_2} \right)$$

adică devin cunoscute. Cum cele două frecvenţe sînt mărimi cunoscute, se pot calcula cele două componente:

$$p_{h1} = K_h f B_m^n = p_{Fe2} \frac{f_1^2}{f_2(f_1-f_2)} + p_{Fe1} \frac{f_2}{(f_2-f_1)} \text{ la } f = f_1$$

(14.28o)

$$p_{h2} = K_h f B_m^n = p_{Fe2} \frac{f_1}{(f_1-f_2)} + p_{Fe1} \frac{f_2}{f_1(f_2-f_1)} \text{ la } f = f_2$$

$$p_{t1} = K_t f^2 B_m^2 = \frac{f_1^2}{f_1-f_2} \left(\frac{p_{Fe1}}{f_1} - \frac{p_{Fe2}}{f_2} \right) \text{ la } f = f_1$$

$$p_{t2} = K_t f^2 B_m^2 = \frac{f_2^2}{f_1-f_2} \left(\frac{p_{Fe1}}{f_1} - \frac{p_{Fe2}}{f_2} \right) \text{ la } f = f_2$$

Determinarea pierderilor în fier se face de obicei prin metoda wattmetrului folosind aparatul Epstein. Măsurarea se face în curent alternativ sinusoidal, pentru valori maxime ale inducţiei B de 1 şi 1,5 T, la o anumită frecvenţă f.

Aparatul Epstein este format din patru bobine de magnetizare identice, cu $N_1/4$ spire fiecare, dispuse după laturile unui patrat, ele fiind legate în serie adiţional, deci în total N_1 spire. In aceste bobine se introduc probele de material feromagnetic (pachete de tole) strînse la capete cu nişte cleme speciale, pentru a forma un circuit magnetic închis (fig.14.87). In general pachetul de tole are dimensiunile geometrice 5oo x 3o x 3o mm^3, avînd o greutate de 2,5 Kg, deci în total 4 x 2,5 = 1o kg material feromagnetic de probă. Aparatul Epstein, mai este prevăzut şi cu înfăşurare secundară, formată tot din 4 bobine identice, cu N_2 spire în total. Spirele bobinelor de magnetizare şi a celor secundare sînt uniform repartizate în lungul laturilor (pachetelor de tole) patratului, deci pe fiecare latură bobinele sînt suprapuse.

Circuitul de curent al wattmetrului (de rezistenţă R_{wa}) este

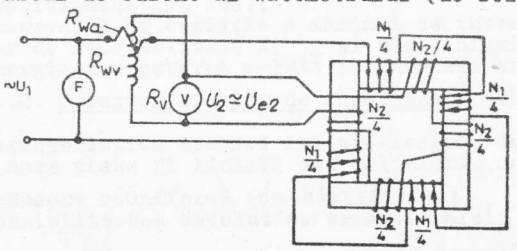


Fig.14.87

conectat în serie cu înfăşurarea de magnetizare (N_1 spire ale bobinelor aparatului Epstein) de rezistenţă totală R_1.Circuitul de tensiune al wattmetrului (de rezistenţă R_{wv}) în paralel cu voltmetrul V (de rezistenţă R_v), este alimentat cu tensiunea secundară U_2, fiind deci în paralel cu înfăşurarea secundară cu N_2 spire.

Pierderile în fier se determină pentru diferite valori ale inducţiei maxime B_m în pachetele de probă. Reglarea inducţiei magnetice la valoarea B_m pentru care se face determinarea pierderilor în fier se face prin reglarea tensiunii de alimentare U_1,pînă cînd voltmetrul V indică tensiunea:

$$U_2 \simeq U_{e2} = 4,44\, f\, N_2 \phi_m = 4,44 f\, N_2 S B_m \qquad (14.281)$$

unde, S reprezintă secţiunea pachetului de tole (a probei)iar f frecvenţa măsurată cu frecvenţmetrul F.

Se demonstrează că în aceste condiţii, pierderile în fier corespunzătoare unei inducţii magnetice B_m şi frecvenţă f,se pot calcula cu relaţia:

$$P_{Fe} = \frac{N_1}{N_2} P_w - \frac{U_2^2}{R_v} - \frac{U_2^2}{R_{wv}} \qquad (14.282)$$

în care:

P_w, puterea indicată de wattmetru ;

$\frac{U_2^2}{R_v}$, puterea consumată în circuitul voltmetrului, (R_v cunoscută) ;

$\frac{U_2^2}{R_{wv}}$, puterea consumată în circuitul de tensiune al wattmetrului (R_{wv} cunoscută);

U_2, tensiunea măsurată de voltmetrulV.

Dacă se realizează constructiv $N_1=N_2$ şi se notează cu P_2 consumurile de putere în circuitele de tensiune ale instrumentelor de măsură,atunci pierderile în fier se pot scrie: $P_{Fe} = P_w - P_2$.

De obicei se determină pierderile în fier specifice, raportînd pierderile în fier totale P_{Fe} la masa M a tolelor introduse în aparatul Epstein.Valoarea acestora este în general sub 1oW/kg.

C A P I T O L U L XV

MASURAREA MARIMILOR NEELECTRICE PE CALE ELECTRICA

Folosirea tot mai frecventă a aparatelor electrice pentru măsurarea mărimilor neelectrice se justifică prin avatajele ce le oferă aceste aparate şi metode electrice, cum ar fi:

- posibilitatea măsurării şi înregistrării neîntrerupte a mărimii (parametrului) neelectrice de măsurat (deplasare, temperatură, debit, nivel, presiune, umiditate, turaţie etc) sau a unor procese de durată foarte scurtă (fracţiuni de secundă);
- posibilitatea transmiterii la distanţă a rezultatelor măsurării şi concentrării lor într-un punct (punct metrologic- dispecerat) cu scopul urmăririi şi conducerii procesului de producţie în mod centralizat;
- manipulare uşoară, precizie şi sensibilitate ridicată, oferind şi posibilitatea afişării rezultatului măsurării;
- posibilitatea automatizării proceselor industriale, deoarece indicaţiile instrumentelor electrice pot fi utilizate ca mărimi de intrare în instalaţiile automatizate.

Pe baza legilor fizicii şi a influenţei pe care o exercită o mărime fizică de o anumită natură asupra altei mărimi fizice de natură diferită, se obţin diverse moduri de conversie a unei mărimi neelectrice într-o mărime electrică. Intre valorile celor două mărimi (neelectrică şi electrică) există o corespondenţă univocă.

15.1.Traductoare electrice. Dispozitivul care stabileşte corespondenţa univocă între valorile X_i ale mărimii neelectrice de măsurat (X_i - mărime de intrare) şi valorile X_e ale mărimii electrice (X_e - mărime de ieşire) ce se măsoară cu un instrument electric adecvat, reprezintă un traductor electric. Traductorul realizează o legătură între X_i şi X_e, adică $X_e = f(X_i)$ şi nu o transformare a lui X_i în X_e.Simbolic, în schemele electrice,traductorul se reprezintă ca în fig.15.1.

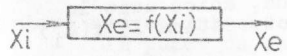


Fig.15.1

Traductorul electric este un element component al aparatelor de măsurare pe cale electrică a mărimilor neelectrice şi al dispozitivelor de reglare automată a proceselor tehnologice.

Cele mai importante caracteristici ale traductoarelor electrice sînt caracteristicile de intrare, funcţionare şi de ieşire.

15.1.1. Caracteristicile de intrare sînt:

- natura mărimii de intrare X_i (mecanică, analitică,termică,chimică,optică,acustică etc);
- intervalul de variaţie a mărimii de intrare, existînd un prag superior de sensibilitate X_{imax} şi unul inferior X_{imin};
- energia sau puterea cerută la intrarea traductorului.

15.1.2. Caracteristicile de funcţionare cele mai importante sînt:

- caracteristica statică intrare-ieşire, adică funcţiunea $X_e = f(X_i)$, care poate fi liniară sau neliniară, continuă sau discontinuă şi uneori neuniformă (cu histerezis);
- sensibilitatea absolută a traductorului,

$$S = \lim_{\Delta X_i \to 0} \frac{\Delta X_e}{\Delta X_i} = \frac{dX_e}{dX_i} = f'(X_i); \qquad (15.1)$$

- sensibilitatea relativă

$$S_r = \lim_{\Delta X_i \to 0} \frac{\frac{\Delta X_e}{X_e}}{\frac{\Delta X_i}{X_1}} = S \frac{X_i}{X_e}; \qquad (15.2)$$

-caracteristica dinamică, ce defineşte comportarea traductorului electric la variaţiile în timp ale lui X_i ;

-zona de insensibilitate, adică zona cuprinsă între două curbe limită între care corespondenţa X_i şi X_e nu e univocă (la o valoare pentru X_e corespund mai multe valori pentru X_i). Se datoreşte în general fenomenului de histerezis, cum şi altor cauze ca:solicitări mecanice, termice, variaţii de sarcină, tensiunii de alimentare etc;

- eroarea absolută $\Delta X_{ea} = X_e \text{ real} - X_e \text{ măsurat}$ şi cea relativă $\varepsilon\% = \frac{\Delta X_{ea}}{X_e} 100$;

- clasa de precizie şi durata de funcţionare.

15.1.3. Caracteristicile de ieşire ale traductorului electric sînt:

- natura mărimii de ieşire (rezistenţă, inductivitate,capacitate, tensiune electrică etc) ;
- intervalul util de variaţie a mărimii de ieşire;
- impedanţa echivalentă de ieşire, aceasta limitînd puterea ce poate fi transferată.

La alegerea traductorului, a aparaturii de masurare a unei mărimi neelectrice pe cale electrică, se impun anumite condiţii,cum ar fi:

- relaţia $X_e = f(X_i)$, dintre mărimea neelectrică şi cea electrică să fie continuă;
- **efectul de histerezis să fie cît mai redus, adică atît la creşterea cît şi la descreşterea lui X_i,caracteristica $X_e=f(X_i)$ să urmeze practic acelaşi drum;**
- uzura elementelor componente să fie cît mai mică.

15.2. Clasificarea traductoarelor electrice. După natura mărimii neelectrice X_i, de la intrare, se disting: traductoare electrice de mărimi mecanice (deplasări, grosimi, rugozităţi, forţe, presiuni,tensiuni, debite, niveluri, puteri, cupluri, viteze,acceleraţii, turaţii etc);de mărimi analitice(densităţi, vîscozităţi,concentraţii); de mărimi termice (temperaturi,fluxuri de căldură, cantităţi de căldură); de mărimi chimice (necesare analizelor chimice calitative şi cantitative); de mărimi optice (iluminare, flux luminos,strălucire); de mărimi acustice (presiune acustică, intensitate acustică etc).

După modul cum este obţinută mărimea electrică de ieşire X_e, traductoarele electrice pot fi împărţite în două mari grupuri: traductoare parametrice (pasive) şi generatoare (active).

La traductorul electric parametric, variaţiilor mărimii neelectrice X_i de la intrare, îi corespund la ieşire, în mod univoc, variaţiile unui parametru electric (rezistenţă, inductivitate proprie şi mutuală, capacitate) al unui element pasiv (rezistor, bobină, condensator) din circuitul său electric de ieşire.Alimentarea cu energie electrică a aparatului ce foloseşte un traductor parametric se face de la o sursă exterioară mărimii neelectrice, neavînd loc (în caz ideal) un transfer de energie de la mărimea neelectrică spre circuitul de măsură.

Traductorul electric generator are ca mărime de ieşire,de obicei, o tensiune electromotoare, el constituind o sursă de energie electrică pentru circuitul de ieşire. Această energie electrică debitată circuitului de ieşire, provine din transformarea energiei neelectrice asociată mărimii neelectrice de la intrare,nefiind necesară o sursă exterioară de energie pentru ca traductorul generator să poată funcţiona.

15.3. Traductoare parametrice: Parametrii principali,folosiţi în realizarea unui traductor parametric, au expresiile:

$R = \rho \frac{\ell}{S}$, rezistenţa unui conductor de lungime $\ell[m]$, secţiune $S[m^2]$ şi confecţionat dintr-un material conductor de rezistivitate $\rho[\Omega m]$;

$L = \frac{N^2}{R_{me}}$, inductivitatea proprie a unei bobine cu N spire şi reluctanţa magnetică echivalentă R_{me};

$M = \frac{N_1 N_2}{R_{me}}$, inductivitatea mutuală dintre două bobine,avînd N_1 respectiv N_2 spire şi reluctanţa echivalentă comună R_{me};

$C = \frac{\varepsilon S}{d}$, capacitatea unui condensator plan, ce are suprafaţa armăturilor $S[m^2]$, distanţa între ele fiind $d[m]$ iar ca dielectric un mediu cu permitivitatea absolută $\varepsilon[F/m]$.

De remarcat că fiecare expresie a parametrilor R,L,M şi C conţine atît mărimi geometrice (ℓ,d şi S) cît şi constante de material (ρ , μ şiε).Mărimile neelectrice ce urmează a fi măsurate, pot influenţa atît geometria cît şi constantele de material ale traductorului parametric. Relaţia dintre X_e şi X_i poate fi analogă, liniară sau neliniară.

Din punct de vedere al parametrului influenţat se deosebesc: traductoare parametrice rezistive, inductive şi capacitive.

15.3.1. Traductoare parametrice rezistive. In acest caz parametrul influenţat este rezistenţa, ceea ce se poate realiza prin influenţarea dimensiunilor geometrice (ℓ şi S) şi a rezistivităţii ρ (adică a conductivităţii γ, care este inversul rezistivităţii).

a) Traductoare conductimetrice.Acestea se bazează pe variaţia conductivităţii mediului dintre doi electrozi de metal sub acţiunea mărimii neelectrice X_i de măsurat.

In figura 15.2. este reprezentat schematic traductorul electric folosit la măsurarea concentraţiei X_i a electrolitului E,din vasul V, prin măsurarea rezistenţei R_{12} dintre electrozii metalici 1 şi 2. Valoarea acestei rezistenţe este funcţie de conductivitatea γ a electrolitului E, care la rîndul său depinde de concentraţia X_i. **Rezistenţele R_3(din manganină) şi R_4(din cupru) servesc la compensarea influenţei temperaturii asupra preciziei traductorului.**

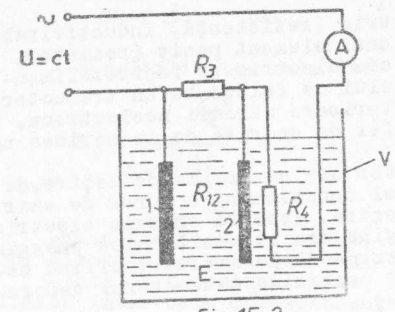


Fig. 15.2

Tensiunea de alimentare U, este alternativă, pentru a se evita fenomenul de electroliză în timpul măsurării. Pentru concentraţii pînă la 5o mg/l, conductivitatea variază liniar cu aceasta.
La U = ct (ca valoare efectivă) ampermetrul A poate fi gradat direct în concentraţii.
Asemenea traductor se poate folosi în industria chimică, pentru determinarea salinităţii apei de alimentare a cazanelor centralelor termice.
Un alt traductor conductimetric este cel folosit la măsurarea umidităţii unui material, bazat pe variaţia rezistenţei electrice a materialelor higroscopice în funcţie de conţinutul de apă. La aceste materiale rezistivitatea ρ (respectiv R) scade cu creşterea umidităţii. Prin măsurarea rezistenţei R, se determină umiditatea relativă $\%H_2O$. Electrozii între care se află materialul, respectiv între care se măsoară R, au forme diferite, funcţie de substanţă (lemn, textile, piele, materiale de construcţie etc).

b) Traductoare fotoelectrice. Se bazează pe influenţa iluminării (radiaţiei electromagnetice cu lungimea de undă micrometrică) asupra proprietăţilor electrice ale metalelor şi semiconductoarelor. Există traductor fotoelectric cu fotorezistor şi cu fotocelulă.

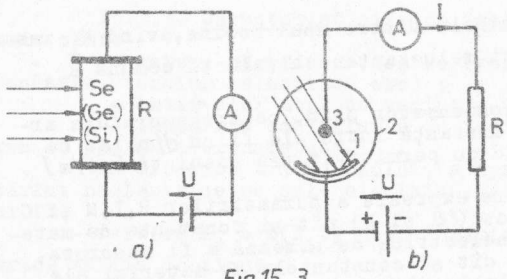


Fig. 15.3

Sub acţiunea iluminării, electronii legaţi din reţeaua cristalină a unor materiale semiconductoare se eliberează, creşte deci conductivitatea γ, scade rezistivitatea ρ, respectiv R. Acest fenomen poartă denumirea de efect fotoelectric intern (sau fotoconductiv) şi stă la baza funcţionării fotorezistoarelor. Un asemenea traductor fotorezistiv este confecţionat din Se, Ge sau Si, are o inerţie, iar montat într-un circuit ca cel din fig. 15.3a, asigură o sensibilitate de cca (o,o3-1o) lm. Se poate elimina sursa de tensiune U, în acest caz se măsoară rezistenţa R care e funcţie de iluminare.

Fotocelula are la bază efectul fotoelectric extern (fotoemisiv), adică emisiunea electronilor dintr-un corp, sub acţiunea iluminării. Corpul emiţător se realizează sub forma unui catod metalic 1 (cesiu, oxid de cesiu, aliaj cesiu-argint etc) sau prin depunerea acestor metale (aliaj) pe peretele balonului de sticlă 2 în care se află vid ori gaz inert. Electronii emişi sînt captaţi de anodul 3 (fig. 15.3b). Curentul I, în circuitul format de o fotocelulă, o rezistenţă R, un ampermetru A şi o sursă de tensiune continuă U, creşte în funcţie de iluminare şi anume: pînă la amorsare în cazul gazului inert, respectiv pînă la saturaţie (captarea tuturor electronilor emişi) dacă în balonul 2 este vid.

Traductorul cu fotocelulă necesită o sursă de tensiune U. Sensibilitatea traductorului cu U = 1ooV, este de (2o-5o) μA/lm în cazul vidului şi atinge 11o μA/lm pentru gaz inert.

Traductorul cu fotocelulă se poate folosi la măsurarea temperaturii obiectului 1, dacă radiaţiile pe care acesta le emite ajung direct pe catodul fotocelulei 2, (fig. 15.4a). Curentul electric al fotocelulei va fi funcţie de aceste radiaţii deci de temperatura obiectului.

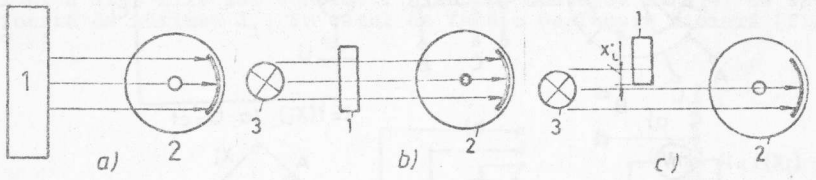


Fig. 15.4

Dacă o sursă de lumină artificială 3, iluminează obiectul 1 (lichid sau gazos) atunci radiaţiile primite de celula 2 (fig. 15.4b) permit aprecieri asupra transparenţei, absorbţiei culorii etc... a obiectului prin curentul din circuitul fotocelulei.

Se pot măsura, folosind traductorul cu fotocelulă, grosimi, deplasări mici sau numărul obiectelor în mişcare. In calea fluxului emis de lampa 3, se deplasează corpul de măsurat şi astfel o parte din acest flux nu mai ajunge să ilumineze fotocelula 2 (fig. 15.4c) Se pot măsura, prin curentul I din circuitul fotocelulei, dimensiuni geometrice ale corpului 1, ori deplasarea X_i, respectiv numărul obiectelor care trec prin faţa celulei fotoelectrice.

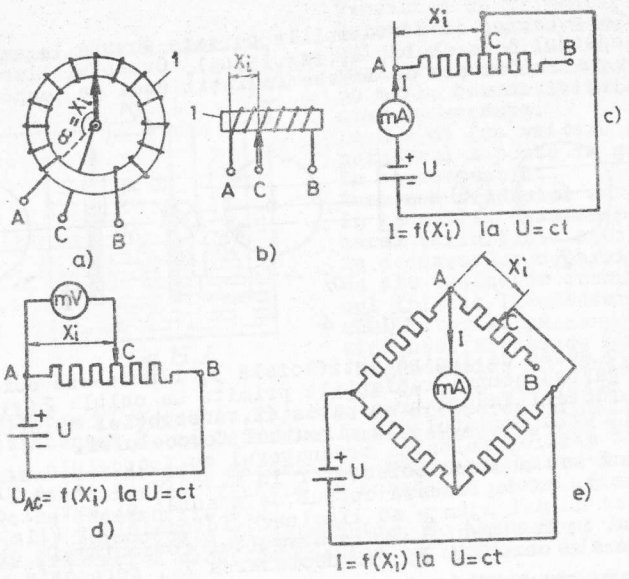
c) Traductorul reostatic. Se execută din conductor cu rezistenţă mare, secţiune S mică, bobinat pe o carcasă de material izolant. Traductorul reostatic poate fi cu cursor (cursor din fire sau benzi de material conductor cu elasticitate mare) sau cu mercur. Cel cu cursor se poate executa cu carcasa (1) sub diferite forme: tor- fig. 15.5a sau cilindru - fig. 15.5b şi se montează în circuite electrice, alimentate în curent continuu, în serie fig. 15.5c), potenţiometric (fig. 15.5d), în punte ca traductor simplu (fig. 15.5e) sau în punte ca traductor reostatic diferenţial (fig. 15.5f şi g). Traductorul reostatic cu mercur (fig. 15.6) este confecţionat dintr-un tub de sticlă 1, de formă toroidală, fără aer, dar în parte conţine mercurul 2 şi conductorul spiralat 3, de-a lungul torului (în interior) rigid fixat faţă de acesta. Pentru poziţia $\alpha = 0$ (fig. 15.6a) mercurul scurtcircuitează practic toate spirele, deci $R_{AB} \simeq 0$, iar într-o poziţie oarecare (fig. 15.6b) deci la $\alpha = \alpha_1$, numai o parte din ele, restul constituind rezistenţa $R_{AB} \neq 0$. Acest tip de traductor se poate realiza ca rezistenţă simplă, sau cu punct median pentru montaje diferenţiale.

Pentru obţinerea unei dependenţe neliniare dorite între deplasarea cursorului şi rezistenţa traductorului reostatic se pot folosi:

- carcase de profil convenabil;
- bobinarea unui conductor cu o secţiune variabilă, deci rezistenţa pe unitatea de lungime este variabilă;
- realizarea bobinării conductorului cu pas diferit, adică număr de spire diferit pe unitatea de lungime a carcasei.

Această variaţie în trepte a rezistenţei traductorului cu cursor constituie un dezavantaj.

Traductorul reostatic cu cursor se poate folosi pentru măsurarea deplasărilor liniare, a dimensiunilor geometrice, a nivelului la lichide, sau orice altă mărime neelectrică ce poate deplasa cursorul. Se pot măsura şi deplasări circulare, unghiuri (traductorul cu mercur)



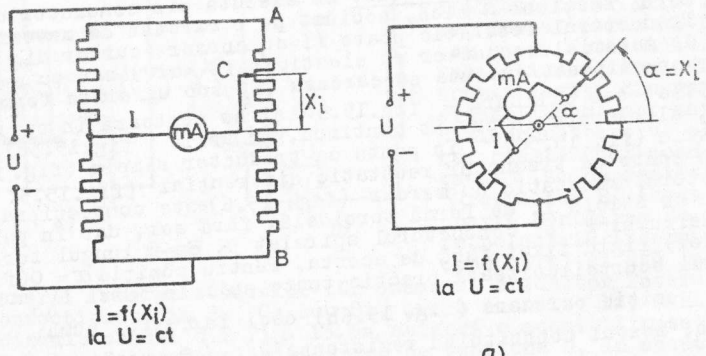


Fig. 15.5

cînd mărimea de intrare este un unghi ($\alpha = X_i$), cu care se roteşte tubul de sticlă toroidal.

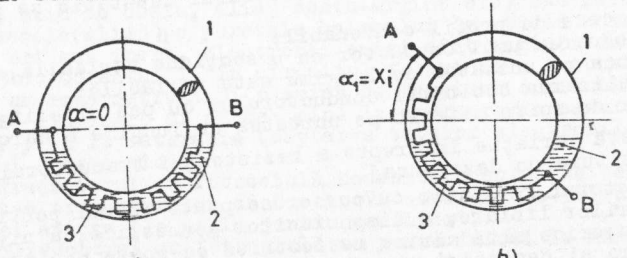


Fig. 15.6

d) Traductorul cu contacte. Reprezintă o variantă simplificată a traductorului reostatic şi serveşte la măsurarea deplasării liniare. Această deplasare comandă un circuit de o anumită rezistenţă prin închiderea sau deschiderea unor contacte electrice. Contactele 1 şi 2 sînt fixe iar contactul 3 mobil, odată cu tija 4, ce este acţionată de mărimea X_i, în cazul de faţă o deplasare liniară (fig-15.7 a) .

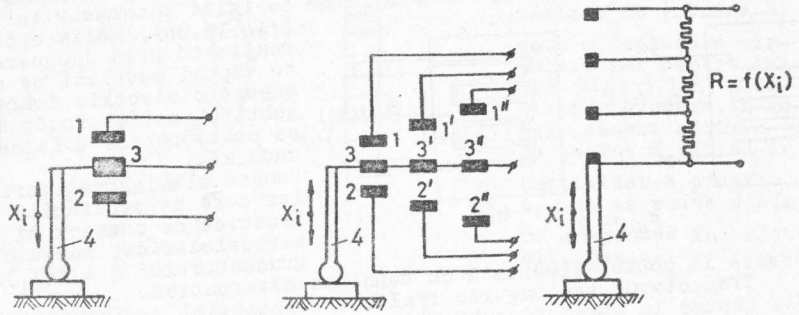


Fig.15.7

Se foloseşte la controlul fin al dimensiunilor pieselor, putîndu-se semnaliza şi semnul abaterilor (pozitivă sau negativă). O altă utilizare o are în instalaţiile de sortare automată a pieselor după felul şi valoarea abaterilor respective, cînd contactele traductorului acţionează circuitele unor relee care modifică traseul piselor. Traductorul din fig.15.7a poate folosi la sortarea pieselor după o singură valoare a abaterii. iar cel din fig.15.7b după 3 valori ale abaterii respective. Cel din fig.15.7c ,poate conecta sau deconecta întregul circuit, sau numai o parte din rezistenţa R. Este de fapt un traductor reostatic cu treptele de variaţie mai mari.

e) Traductor cu variaţia rezistenţei de contact (traductor cu pastile de cărbune denumit şi capsulă dinamometrică cu cărbune). Este format din cca 10-15 pastile cărbune de retortă presat(a), constituind o coloană (fig.15.8). Rondelele de cupru (b) servesc la legarea în circuitul exterior a coloanei, iar garniturile (c) o izolează pe aceasta. Asupra pivotului (d), acţionează o forţă F. Cînd forţa de compresiune F(presiunea care se exercită asupra coloanei) creşte, va creşte atît numărul cît şi suprafeţele punctelor de contact dintre pastile, (puncte care constituie rezistenţe electrice elementare legate în paralel) şi ca urmare rezistenţa R a coloanei scade. Asemenea traductoare se execută sub formă simplă (fig. 15.8) sau diferenţială, constituind două braţe ale unei punţi. Ele se pot folosi la măsurarea forţelor, presiunilor sau alte mărimi neelectrice X_i care pot duce la o comprimare a coloanei.

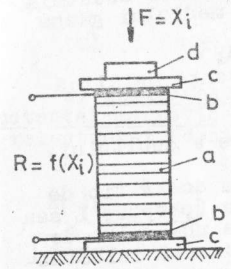


Fig. 15.8

Asupra dependenţei $R = f(X_i)$ influenţează temperatura şi isterezisul mecanic, conducînd la erori de măsurare în jur de (3...7)%.

f) Traductor tensorezistiv. Un asemenea traductor este realizat dintr-un conductor metalic sau semiconductor, a cărui rezistenţă electrică variază cu starea de deformaţie a metalului (semiconductorului). Această însuşire, dă posibilitatea folosirii traductorului tensorezistiv la măsurarea deformaţiilor mecanice, a tensiunilor şi

forţelor mecanice concentrate.

Traductorul tensorezistiv realizat cu conductor metalic poartă denumirea de traductor tensometric. Conductorul este subţire (diametrul 0,02 ... 0,04 mm), cu rezistivitate mare. Rezistenţa sa electrică variază cu starea de deformare mecanică în limitele deformării elastice, datorită modificării dimensiunilor geometrice (ℓ şi S) şi a rezistivităţii conductorului. Traductorul tensometric se execută fie sub formă de mărci (timbre) tensiometrice cînd conductorul mecanic subţire este dispus ondulat (fig.15.9a) şi fixat între două foiţe de hîrtie, fie sub formă de folii tensometrice (fig.15.9b). Folia este realizată prin depunerea de vapori metalici pe un suport dielectric foarte subţire, astfel încît să se poată obţine o formă ondulată.

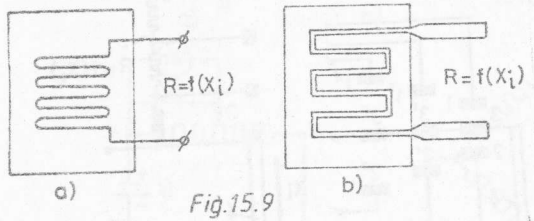


Fig.15.9

Pentru eliminarea erorilor date de tensiunile electrice de contact şi termoelectrice, rezistenţa traductorului $R = f(X_i)$ se conectează în punte alimentată cu tensiune alternativă.

Traductorul tensometric realizat cu material semiconductor (Ge, Si, depuse în straturi subţiri) este de (25-150) ori mai sensibil decît cel cu conductor metalic. Acestea au însă dezavantajul unei caracteristici $R = f(X_i)$ neliniară şi instabilitatea mai mare.

Traductorul tensorezistiv asigură relaţia $R= f(X_i)$, unde mărimea de intrare X_i este deformaţia mecanică elastică a unui corp (pe care este lipit în mod corespunzător traductorul) supus efortului de tracţiune, compresiune, torsiune, încovoiere etc.

g) Traductor termorezistiv numit şi termorezistor. Este confecţionat dintr-un conductor metalic sau semiconductor, care e străbătut de curent electric şi se află în echilibru termic cu mediul înconjurător. Rezistenţa electrică a unui astfel de traductor este funcţie de temperatura conductorului, iar aceasta se stabilizează la o anumită valoare ce corespunde schimbului staţionar de căldură dintre conductor şi mediul înconjurător. Acest schimb depinde atît de parametrii geometrici şi fizici ai conductorului cît şi de proprietăţile şi caracteristicile mediului ambiant: densitate, conductibilitate termică, vîscozitate, presiune, temperatură, viteza relativă de mişcare faţă de conductor etc.

Dependenţa rezistenţei conductorului din traductorul termorezistiv de parametrii enumeraţi mai sus, permite folosirea acestuia la măsurarea unor mărimi neelectrice caracteristice mediului gazos sau lichid:

- viteza curenţilor de aer (termoanemometre);
- temperatura, folosind termometru cu rezistenţă metalică sau semiconductoare (termistor) ;
- densitatea (vacuumetre);
- viteza de curgere a lichidelor şi ca urmare a debitului.

15.3.2. Traductoare parametrice inductive. La acest tip de traductoare parametrul influenţat este inductivitatea (proprie L sau mutuală M), ceea ce se poate realiza acţionînd asupra numărului de spire sau a reluctanţei magnetice echivalente R_{me}. Această reluctanţă echivalentă depinde de dimensiunile geometrice (l_i, S_i) ale reluctanţelor parţiale şi de permeabilitatea magnetică absolută μ_i a miezului feromagnetic din porţiunea respectivă.

a) Traductoare inductive simple cu variaţia numărului de spire. Prin deplasarea cursorului C (fig.15.10) se modifică numărul de spire N_{AC} cuprins între bornele A şi C şi prin aceasta inductivitatea proprie L_{AC}, care este proporţională cu N^2_{AC}. La traductorul din fig.15.10a mărimea de intrare X_i este o deplasare circulară iar pentru cel din fig.15.10b, o deplasare liniară, în ambele cazuri mărimea de ieşire X_e, fiind inductivitatea proprie L_{AB} ce se poate măsura cu puntea în curent alternativ.

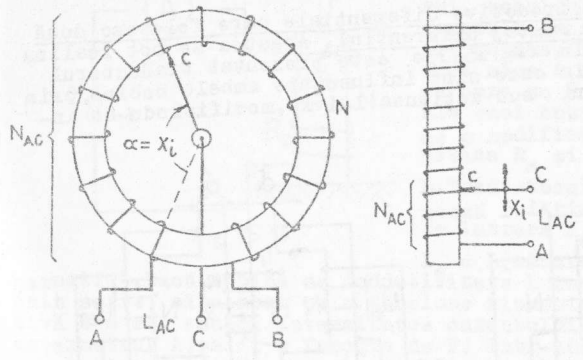


Fig.15.10

b) Traductoare inductive simple cu variaţia poziţiei relative a bobinelor. Odată cu modificarea poziţiei relative a bobinelor se schimbă reluctanţa magnetică echivalentă şi ca urmare inductivitatea mutuală, respectiv cea totală. La traductorul din fig.15.11a, $X_i = \alpha$ deci o deplasare circulară, iar cel din fig.15.11b, o deplasare liniară.

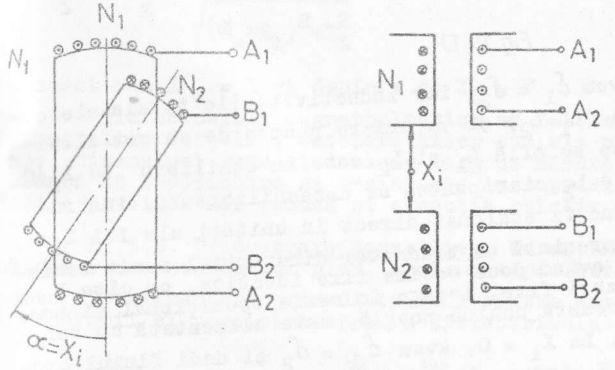


Fig.15.11

c) Traductoare inductive simple cu bobine fixe şi variaţia reluctanţei magnetice. Se construiesc în diferite variante: variaţia reluctanţei (deci a inductivităţii proprii L) prin deplasarea

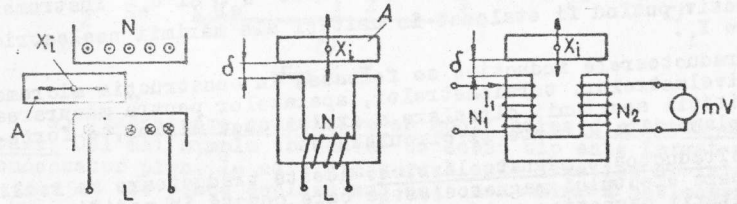


Fig.15.12

miezului feromagnetic A (fig.15.12a), prin deplasarea unei armături A (fig.15.12b sau fig.15.12c), cînd modificîndu-se reluctanţa, se modifică fluxul magnetic la I_1N_1 = ct. şi deci tensiunea indusă în cele N_2 spire, măsurată de mV.

d) Traductoare inductive diferenţiale care folosesc două înfăşurări (bobine) în montaj diferenţial. Acestea se pot realiza în diferite variante. În fig.15.13a este prezentat traductorul inductiv diferenţial, la care sînt influenţate ambele bobine, prin deplasarea unei armături sub acţiunea lui X_i, modificîndu-se întrefierurile δ_1 şi δ_2.

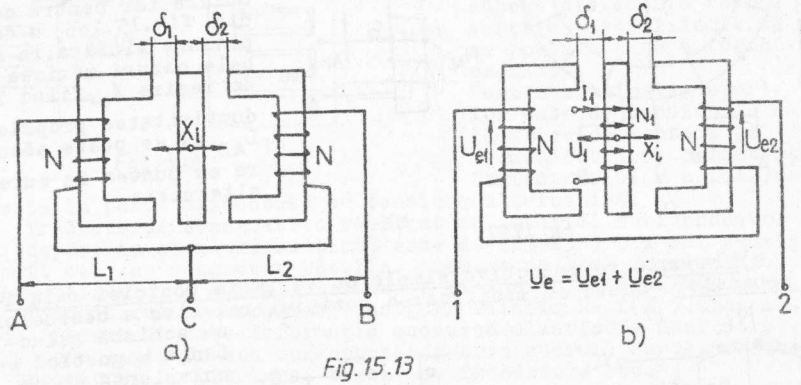


Fig.15.13

La $X_i = 0$, avem $\delta_1 = \delta_2$, iar inductivităţile totale ale celor două bobine egale ($L_1=L_2$) şi ca urmare puntea de curent alternativ în a cărei braţe se află L_1 şi L_2 este în echilibru. La $X_i \neq 0$ şi $\delta_1 \neq \delta_2$, adică $L_1 \neq L_2$, iar puntea se dezechilibrează, instrumentul indicator putînd fi etalonat direct în unităţi ale lui X_i.

Fig.15.13b prezintă un traductor diferenţial numit transformator diferenţial, avînd două bobine fixe identice, cu cîte N spire, aşezate pe miezuri fixe, legate în serie opoziţional şi una mobilă cu N_1 spire. Această bobină mobilă, este alimentată cu tensiunea sinusoidală U_1. La $X_i = 0$, avem $\delta_1 = \delta_2$ şi deci fluxul creat de amperspirele I_1N_1 induce în bobinele fixe tensiunile electromotoare $\underline{U}_{e1}$ şi $\underline{U}_{e2}$, egale ca valori efective dar în opoziţie de fază. Ca urmare, în această situaţie, între bornele 1 şi 2, se obţine $\underline{U}_e = 0 = \underline{U}_{e1} + \underline{U}_{e2}$. Dacă $X_i \neq 0$, şi $\delta_1 \neq \delta_2$ respectiv $U_{e1} \neq U_{e2}$, adică se poate măsura U_e ca diferenţa dintre U_{e1} şi U_{e2} instrumentul respectiv putînd fi etalonat în unităţi ale mărimii neelectrice de intrare X_i.

Traductoarele inductive se folosesc în construcţia micrometrelor, nivelmetrelor, torsiometrelor, aparatelor pentru măsurarea neregularităţii secţiunii circulare a axului unei maşini, a forţelor, a deplasărilor liniare şi circulare etc.

e) Traductoare magnetoelastice. Aceste traductoare se realizează pe baza efectului magnetoelastic care constă în modificarea permeabilităţii magnetice μ a unor materiale feromagnetice supuse

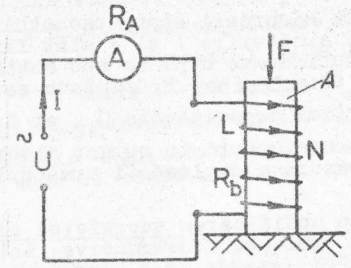


Fig.15.14

unor solicitări mecanice: compresiune, întindere, încovoiere, torsiune etc. Asemenea materiale sînt fierul, cobaltul, nichelul, aliajele ferosiliciu şi feronichel etc. Variaţia permeabilităţii magnetice μ a unui miez A, (sub acţiunea forţei F) pe care se înfăşoară cele N spire ale unei bobine (fig.15.14) produce o modificare a reluctanţei magnetice R_m şi deci a inductivităţii L. Traductorul magnetoelastic realizează relaţia univocă între mărimea de intrare X_i = F şi cea de ieşire X_e = L (măsurabilă cu o punte în alternativ). Dacă bobina de inductivitate L face parte dintr-un circuit serie, alimentat cu o tensiune sinusoidală, de valoare efectivă U = ct, atunci intensitatea curentului electric I (măsurată de ampermetrul A) va fi o funcţie de F. Într-adevăr modificarea lui U sub acţiunea lui F, duce la modificarea lui L respectiv a reactanţei inductive $X_L = \omega L$. Pentru valoarea efectivă a lui I se poate scrie:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R_b+R_A)^2+X_L^2}} \qquad (15.3)$$

În acest caz $X_e = I$ şi depinde de $X_i = F$

Traductoarele magnetoelastice se folosesc la măsurarea deformaţiilor, forţelor, acceleraţiilor etc, ele prezentînd unele avantaje: dimensiuni reduse; domeniu larg de măsură (0...2000)t.f; siguranţă în funcţionare şi rezistente la suprasarcini. Ca dezavantaje: precizie mai redusă şi execuţie relativ mai complicată.

15.3.3. Traductoare capacitive. Un astfel de traductor constă dintr-un condensator plan, a cărui capacitate electrică $C = \frac{\varepsilon S}{\ell}$ poate fi influenţată prin: distanţa l dintre armături, suprafaţa S a armăturii şi permitivitatea ε a dielectricului dintre armături.

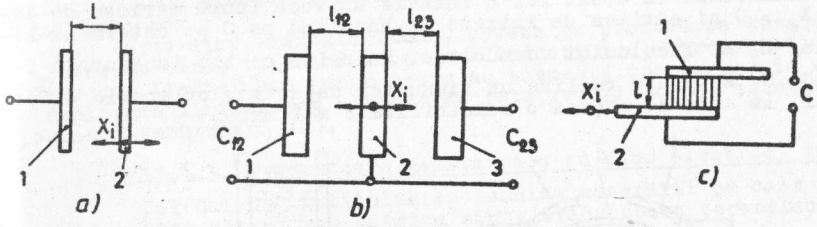


Fig.15.15

a) Traductoare capacitive cu modificarea distanţei dintre armături. Cel mai simplu traductor de acest tip este format dintr-un condensator plan, la care armătura 1 este fixă iar cealaltă 2 (fig.15.15a) se poate deplasa sub acţiunea mărimii neelectrice de intrare X_i care poate fi o deplasare liniară, o forţă, o presiune, amplitudine de vibraţii (care determină o deplasare liniară) etc. Deplasarea armăturii 2, modifică pe ℓ, deci capacitatea C. Mă-

surînd pe C (pe cale electrică) se obţine valoarea mărimii neelectrice de măsurat X_i, căci $X_e = C = f(X_i)$.

Mai des întîlnite în tehnica măsurării sînt traductoarele capacitive diferenţiale, la care armăturile 1 şi 3 sînt fixe, iar armătura din mijloc 2 mobilă, putîndu-se deplasa sub acţiunea mărimii neelectrice de măsurat X_i (fig.15.15b). Modificîndu-se ℓ_{12} şi ℓ_{23} sub acţiunea lui X_i, se modifică capacităţile C_{12} şi C_{23}, care pot constitui două din braţele unei punţi în curent alternativ. Dezechilibrul punţii este o măsură a deplasării armăturii 2, deci a lui X_i.

b) Traductoare capacitive cu modificarea suprafeţei armăturilor. Se pot realiza în diferite variante constructive. Astfel o armătură 1 fixă iar a doua 2, mobilă (fig.15.15c) dar în aşa fel că distanţa ℓ nu se modifică ci numai suprafaţa activă a armăturilor variază liniar cu deplasarea X_i. Prin deplasarea X_i se modifică deci capacitatea C a condensatorului. Dependenţa $C=X_e = f(X_i)$ este liniară.

Un tip răspîndit de traductor capacitiv, cu suprafaţa variabilă, este cel folosit la măsurarea unor deplasări unghiulare, cuprinzînd un condensator rotativ (fig.15.16a). Armătura 1 este fixă iar 2 mobilă şi poate efectua rotaţii dela 0 la 180°.

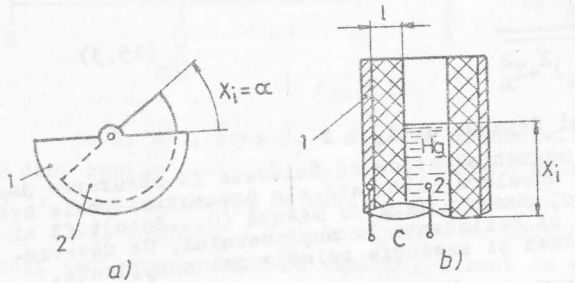


Fig. 15.16

Pentru măsurarea nivelului unui lichid conductor (mercur, spre exemplu) se poate folosi un condensator cilindric, (fig.15.16b) la care armătura 1 este formată dintr-un cilindru metalic, concentric cu tubul izolant de grosime ℓ, în interiorul căruia se află lichidul conductor (acesta constituind cea de a doua armătură 2). Suprafaţa celei de a doua armături (deci suprafaţa efectivă a condensatorului cilindric) este funcţie de nivelul X_i al lichidului conductor. Se realizează în acest fel o relaţie univocă între mărimea de ieşire $X_e = C$ şi mărimea de intrare X_i. Măsurînd pe C se determină nivelul X_i al lichidului conductor. Folosind un tub izolant în formă de U, se poate realiza un traductor capacitiv cilindric diferenţial, la care se obţine o sensibilitate mai mare.

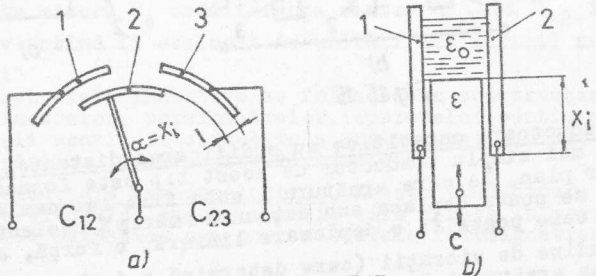


Fig.15.17

Un traductor capacitiv diferenţial se poate realiza şi cu două armături fixe (1 şi 3) iar una mobilă (2), de forma celor prezentate în fig.15.17a. Suprafeţele active ale celor două condensatoare formate (de capacităţi C_{12} şi C_{23}) cresc sau descresc odată cu deplasarea unghiulară α (mărimea de intrare X_i). Rezultă o caracteristică statică $X_e = f(X_i)$ liniară.

Mărimea de ieşire X_e este tensiunea de dezechilibru a unei punţi în curent alternativ, la care două din braţe sînt C_{12} şi C_{23}. Limitele unghiului α sînt determinate de lungimea arcului de cerc pe care îl ocupă cele trei armături.

c) Traductoare capacitive cu modificarea permitivităţii dielectricului dintre armături. Un astfel de traductor (fig.15.17.b) se obţine dacă între armăturile fixe 1 şi 2 ale unui condensator se introduce mai mult sau mai puţin un dielectric de o anumită permitivitate ε. Se formează de fapt două condensatoare grupate în paralel, unul cu dielectricul aerul (ε_0), celălalt cu dielectricul de permitivitate ε. Capacitatea echivalentă $C = C_0 + C_\varepsilon$, este funcţie de înălţimea X_i la care s-a ridicat dielectricul.

Un asemenea traductor poate fi folosit la măsurarea nivelului unor lichide dielectrice din anumite rezervoare, lichidul urcînd cu X_i între armături.

O modificare a lui ε se poate obţine şi din variaţii ale compoziţiei chimice a dielectricului, ale proporţiilor constituienţilor într-un amestec de substanţe cu permitivităţi diferite, ale umidităţii corpurilor solide sau gazoase, ale grosimii unor fire sau benzi de materiale dielectrice etc. Pe baza acestor considerente sînt realizate nivelmetre, higrometre etc.

15.4. Traductoare generatoare

După cum s-a văzut în cap.15.2, mărimea de ieşire la un traductor generator este o tensiune electromotoare.

Funcţie de modul în care se obţine tensiunea electromotoare (mărimea de ieşire X_e), traductoarele generatoare se pot clasifica în două mari grupe:

- cu cîmp electric imprimat, bazate pe conversia unor mărimi neelectrice în tensiuni electromotoare de natură imprimată. Aceste traductoare nu au piese în mişcare, ele funcţionînd pe baza unor anumite efecte: termoelectric, piezoelectric, fotoelectric, galvanic etc ;
- cu cîmp electric indus, bazate pe producerea tensiunii electromotoare, folosind fenomenul inducţiei electromagnetice. Asemenea traductoare generatoare au elemente componente în mişcare (deplasare liniară sau mişcare de rotaţie) şi pot fi rotative, cu curenţi turbionari etc.

15.4.1. Traductoare generatoare cu cîmp electric imprimat

Cel mai des întîlnite în tehnica măsurării pe cale electrică a unor mărimi neelectrice sînt: traductoare termoelectrice, piezoelectrice, fotoelectrice şi galvanice.

a) Traductoare termoelectrice. Acestea mai sînt denumite şi termoelemente sau termocuple, funcţionînd pe baza efectului termoelectric. Acest efect constă în apariţia unei tensiuni electromotoare (numită termoelectromotoare) într-un circuit închis format din două conductoare metalice 1 şi 2, de natură diferită,

(fig.15.18a) atunci cînd cele două puncte de sudură(joncţiune) a şi b ale conductoarelor se află la temperaturi diferite τ_a şi τ_b. Tensiunea electromotoare obţinută poate fi măsurată (fig.15.18b) cu un instrument magnetoelectric (mV), ea variind aproape liniar cu ($\tau_a - \tau_b$). Traductoarele termoelectrice se folosesc la măsurarea temperaturii cuptoarelor sau a diferitelor medii gazoase, lichide, granuloase sau pulverulente prin introducerea punctului de sudură „a" în interiorul acestora şi avînd mV etalonat în unităţi de temperatură. Se pot măsura temperaturi cuprinse între (-200°C) şi (+1700°C), şi chiar mai mult (2400° C). Pentru temperaturi peste 1400 °C, punctul de sudură se expune acţiunilor radiaţiei calorice a mediului cald.

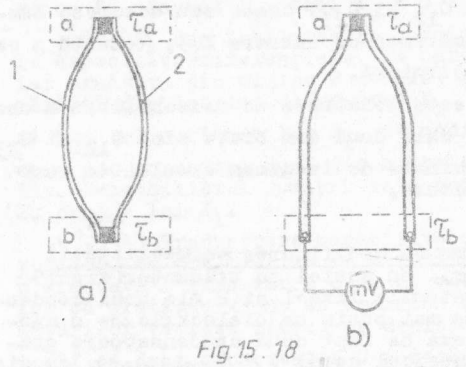


Fig.15.18

b) Traductoare piezoelectrice. Se bazează pe efectul piezoelectric. Acest efect consistă în separarea unor sarcini electrice de polarizaţie la suprafaţa unor materiale dielectrice cu structură cristalină (cristale de cuarţ, de turmalină, sare Seignette) sau policristaline aglomerate, atunci cînd acestea sînt supuse unor deformaţii mecanice. Sarcinile electrice separate prin efect piezoelectric produc un cîmp electric imprimat, iar integrala de linie a acestuia conduce la o tensiune electromotoare de natură piezoelectrică, tensiune care este proporţională cu forţa mecanică aplicată cristalului. Această tensiune electromotoare de pe un singur cristal fiind foarte mică, traductorul piezoelectric se realizează printr-o aşezare în serie (stratificată) a două sau mai multe cristale. Se folosesc în regim dinamic, în general (0,1-100) kHz , deoarece sarcinile electrice se păstrează un timp foarte scurt, separate pe feţele cristalului. Cu asemenea traductoare se pot măsura vibraţii şi oscilaţii mecanice sau acustice, rugozităţi, presiuni (în cilindrii cu explozie) etc, sau se pot reda imprimări acustice de pe discuri.

c) Traductorul fotoelectric. Este constituit dintr-o celulă fotoelectrică (denumită fotoelement) în care, datorită unor transformări ale energiei radiaţiilor luminoase, apare un cîmp electric imprimat, deci o tensiune electromotoare U_e, ce poate fi măsurată. Cele mai răspîndite fotoelemente sînt cele cu seleniu, (fig.15.19), la care unul din electrozi este o placă metalică de bază 1, din Cu sau Al, iar al doilea - un inel conductor 2. Între electrozi se află un strat subţire de seleniu 3 şi un al doilea strat de metal transparent 4, (sulfură de cadmiu). Se foloseşte la măsurarea fluxului luminos chiar pînă la 10 lm., curentul I debitat pe o rezistenţă $R < 100\,\Omega$, fiind proporţional cu acest flux. Se asigură sensibilităţi cuprinse între 0,4 şi 40 mA/lm.

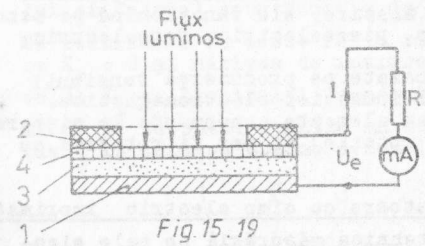


Fig.15.19

d) Traductor galvanic (electrochimic, traductor de pH). La acest traductor prin efectul de disociere electrolitică, apare la suprafaţa de contact dintre electrod şi electrolit o tensiune U (potenţial) de electrod. Se foloseşte la măsurarea gradului

de aciditate sau de alcalinitate al unor soluţii lichide, prin măsurarea tensiunii de electrod, a unui electrod cufundat în acea soluţie. Variaţia concentraţiei soluţiilor acide sau bazice, schimbă concentraţia ionilor din soluţie, ceea ce conduce la o modificare a tensiunii de electrod.

15.4.2. Traductoare generatoare cu cîmp electric indus

În tehnica măsurării mărimilor neelectrice pe cale electrică, traductoarele generatoare cu cîmp electric indus, cel mai des folosite, sînt: tahogeneratoarele, traductoarele cu curenţi turbionari, şi traductoarele cu inducţie.

a) Tahogeneratoarele. Acestea sînt traductoare generatoare rotative. Sînt de fapt, micromaşini electrice (de curent continuu sau alternativ) utilizate pentru obţinerea unor tensiuni electromotoare induse (pe baza fenomenului inducţiei electromagnetice) a căror valoare este proporţională cu viteza unghiulară de rotaţie ω (deci cu turaţie n) a organului cu care sînt cuplate (arborele unei maşini). Asemenea traductoare consumă o putere relativ mică (1-50 W), neglijabilă atunci cînd puterea de antrenare a arborelui este mare, în schimb constituie o sursă importantă de erori în cazul puterilor mici.

Tahogeneratoarele de tensiune continuă (fig.15.20) au statorul (partea fixă) format din 4-8 poli magnetici (realizaţi cu magneţi permanenţi) iar rotorul (partea mobilă) sub forma unui bobinaj rotoric (1) cu colectorul 2 ce are de obicei 12 lamele de colector. Tensiunea electromotoare indusă $U_e = k_e n$, (k_e - fiind o constantă) se măsoară cu un voltmetru magnetoelectric (cu rezistenţă interioară foarte mare) ce poate fi gradat direct în rot/min. Se folosesc pentru turaţii nominale pînă la 2000 rot/min, au sensibilitatea de ordinul (1-2) $\frac{V}{rot/min}$, precizie bună ($\varepsilon\% < 1\%$) şi sînt sensibile la sensul de rotaţie.

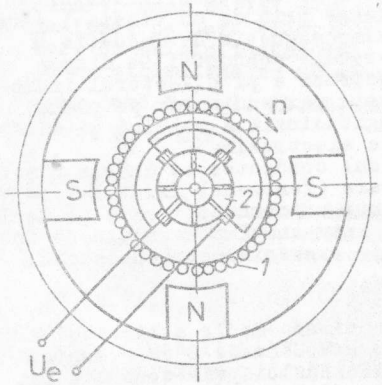


Fig.15.20

Tahogeneratoarele de tensiune alternativă, au în stator bobinaje în care se induc tensiuni electromotoare alternative de către o roată polară (rotor cu 1-12 perechi de poli magnetici realizaţi cu magneţi permanenţi). Bobinajele statorice pot fi monofazate, trifazate simetrice sau bifazate cu condensator. Tensiunile electromotoare induse sînt alternative, proporţionale cu turaţia. Aceste tensiuni induse sînt redresate şi apoi măsurate cu voltmetru magnetoelectric care poate fi etalonat direct în rot/min.

Tahogeneratoarele monofazate se folosesc în domeniul 140-3000 rot/min şi furnizează tensiuni de 15 pînă la cîteva sute de volţi. Cele bi şi trifazate sînt utilizate pentru turaţii mici, 20-30 rot/min.

b) Traductorul cu curenţi turbionari. Acesta mai este denumit şi turometru sau tahometru cu inducţie şi este tot cu cîmp electric indus. Un asemenea traductor constă dintr-un sistem de magneţi permanenţi 1, (fig.15.21) pus în mişcare de arborele a cărui turaţie se măsoară, printr-un angrenaj corespunzător. În faţa polilor magnetici se află discul metalic 2 (Cu sau Al) neferomagnetic, prin care se închid liniile cîmpului magnetic de inducţie B, produs de polii magnetici. Sistemul de magneţi rotindu-se, în disc apare B, respectiv flux magnetic Φ, variabil în

timp, inducîndu-se tensiuni electromotoare (proporţionale cu turaţia n) care determină curenţi turbionari în discul metalic. Din interacţiunea dintre curenţii turbionari induşi în disc şi cîmpul magnetic al magneţilor permanenţi, apare un cuplu activ (proporţional cu turaţia, $M_a = K_e n$), care tinde să rotească discul cu unghiul α. Acestuia i se opune cuplul rezistent $M_r = K_r \alpha$, dat de resortul spiralat 3, rezultînd, la echilibru $\alpha = Kn$. Deviaţia α este citită prin intermediul acului indicator 4, pe un ecran 5, gradat direct în rot/min. Este un turometru cu domeniu $(20\text{-}10^4)$ rot/min, întîlnit la automobile sub denumirea de kilometraj, precum şi la alte mecanisme industriale.

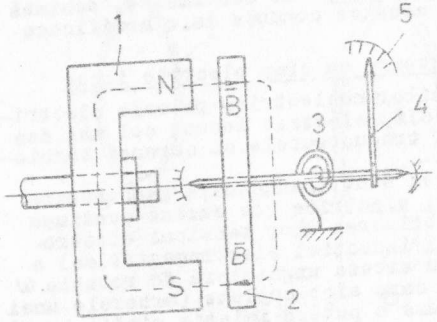


Fig. 15.21

c) Traductoare cu inducţie pentru măsurarea debitelor la lichidele conductoare electric. O conductă 1 de material electroizolant şi rezistent la acţiunea fluidului conductor 2, ce curge prin ea cu viteza $\bar{V}$, este plasată într-un cîmp magnetic de inducţie $\bar{B}$ (fig.15.22). În peretele conductei se dispun diametral doi electrozi a şi b. Vectorul inducţie magnetică $\bar{B}$ este perpendicular pe planul format de axa longitudinală a tubului şi diametrul D care uneşte electrozii.

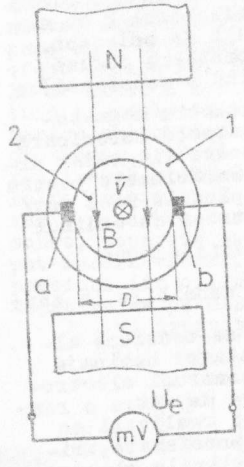


Fig. 15.22

În lichidul conductor se induce o tensiune electromotoare (fenomenul inducţiei electromagnetice) într-un conductor care se deplasează cu viteza $\bar{V}$ într-un cîmp magnetic de inducţie $\bar{B}$), a cărei expresie este cunoscută:

$$U_e = \int_a^b (\bar{V} \times \bar{B}) d\bar{l} = VBD \qquad (15.4)$$

dacă viteza $\bar{V}$ este viteza medie a lichidului. Cum debitul este $Q = V \cdot S$ (unde S este suprafaţa de scurgere a lichidului prin conducta 1), rezultă:

$$Q = VS = \frac{U_e}{BD} S = \frac{U_e}{BD} \cdot \frac{\pi D}{4} = \frac{\pi U_e}{4B} = 0{,}785 \frac{U_e}{B} \qquad (15.5)$$

şi ca urmare milivoltmetrul magnetoelectric, ce măsoară pe U_e, poate fi etalonat direct în unităţi de debit.

Inducţia magnetică $\bar{B}$, poate fi continuă sau alternativă. Continuă în cazul măsurării debitului la lichidele cu curgere nestaţionară. Cea alternativă prezintă două avantaje: evitarea polarizării electrozilor şi condiţii foarte bune de amplificare. Tensiunea electromotoare indusă este de ordinul milivolţilor.

d) Traductoare cu inducţie, pentru studiul vibraţiilor mecanice. Au ca mărime de ieşire tensiunea electromotoare U_e, indusă într-o bobină mobilă 1, (fig.15.23) ce se deplasează într-un cîmp magnetic de inducţie $\bar{B}$, creat de magnetul permanent 2. Masa

cilindrică 3 (din Cu) şi bobina mobilă 1, sînt suspendate de arcul lamelar 4, (cu rigiditate mică în direcţia axei longitudinale şi foarte mare în direcţia axei transversale). Tensiunea electromotoare (mărimea de ieşire) măsurată de un milivotmetru magnetoelectric (mV) este proporţională cu viteza v (mărimea de intrare) cu care bobina mobilă se deplasează în cîmpul magnetic. Pentru măsurători, carcasa 5

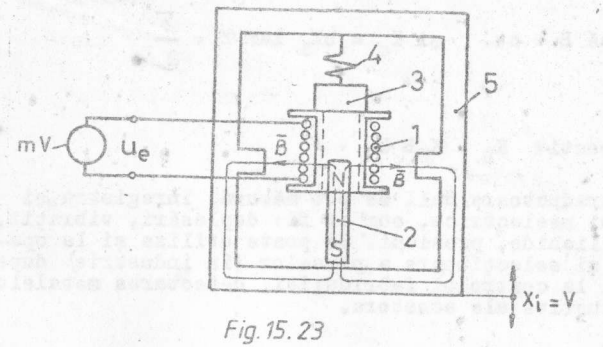


Fig. 15.23

se aşează pe obiectul ce vibrează, vibraţiile transmiţîndu-se bobinei 1 prin arcul lamelor 4.

În ultimul timp, se foloseşte tot mai mult în tehnica măsurării unor mărimi neelectrice pe cale electrică, traductorul Hall, realizat pe baza efectului Hall care este tot un traductor generator. Un multiplicator Hall a fost reprezentat schematic în fig.14-22a, milivoltmetru mV măsurînd tensiunea Hall U_H, a cărei expresie este dată de rel. 14.86, adică :

$$U_H = K_H I_c B \qquad (15.6)$$

în care,

K_H, o constantă denumită sensibilitatea în sarcină a multiplicatorului Hall ;

I_c, intensitatea curentului de comandă ;

B, inducţia magnetică în care se află plăcuţa semiconductoare, normală la suprafaţa acesteia.

Dacă liniile cîmpului magnetic de inducţie B nu sînt normale la suprafaţa plăcuţei semiconductoare ci fac un unghi α cu aceasta, atunci tensiunea Hall va avea expresia :

$$U_H = K_H I_c B_n = K_H I_c B \sin\alpha \qquad (15.7)$$

Dacă într-un cîmp magnetic omogen, de inducţie magnetică B constantă în timp, se roteşte sonda Hall faţă de B, cu un unghi α (diferit de $\frac{\pi}{2}$) atunci, la I_c = constant, tensiunea Hall se poate scrie;

$$U_H = K_H I_c B_n = K_H I_c B \sin\alpha = K \sin\alpha \qquad (15.8)$$

Din această expresie a tensiunii Hall rezultă (în condiţiile menţionate) caracterul de traductor de unghi al multiplicatorului Hall, milivoltmetrul putînd fi etalonat direct în unităţi de unghi.

Multiplicatorul Hall se poate utiliza şi ca traductor de alte mărimi neelectrice, dacă una din cele două mărimi electromagnetice I_c sau B este menţinută constantă iar cealaltă devine proporţională cu mărimea neelectrică de măsurat X_i. În aceste condiţii se obţine:

$$U_H = K_c X_i \text{ , dacă } I_c = ct. \text{ și } B = aX_i \text{ iar } \alpha = \frac{\pi}{2}$$
$$U_H = K_B X_i \text{ , dacă } B = ct. \text{ și } I_c = bX_i \text{ iar } \alpha = \frac{\pi}{2} \qquad (15.9)$$

unde s-a notat,

$K_c = K_H I_c a$ respectiv $K_B = K_H B\, b$.

Cu asemenea traductoare Hall se pot măsura, înregistra și regla diferite mărimi neelectrice, cum ar fi: deplasări, vibrații, debite, niveluri la lichide, presiuni. Se poate utiliza și la operațiuni de măsurare și selecționare a pieselor (în industrie) după dimensiuni precum și la controlul fabricației, detectarea metalelor și încercări nedistructive ale acestora.